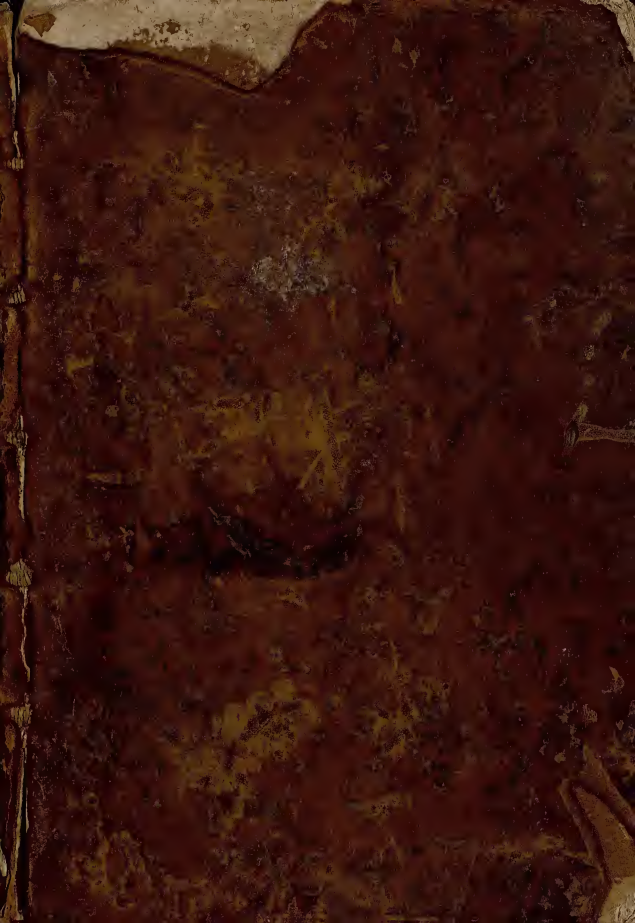
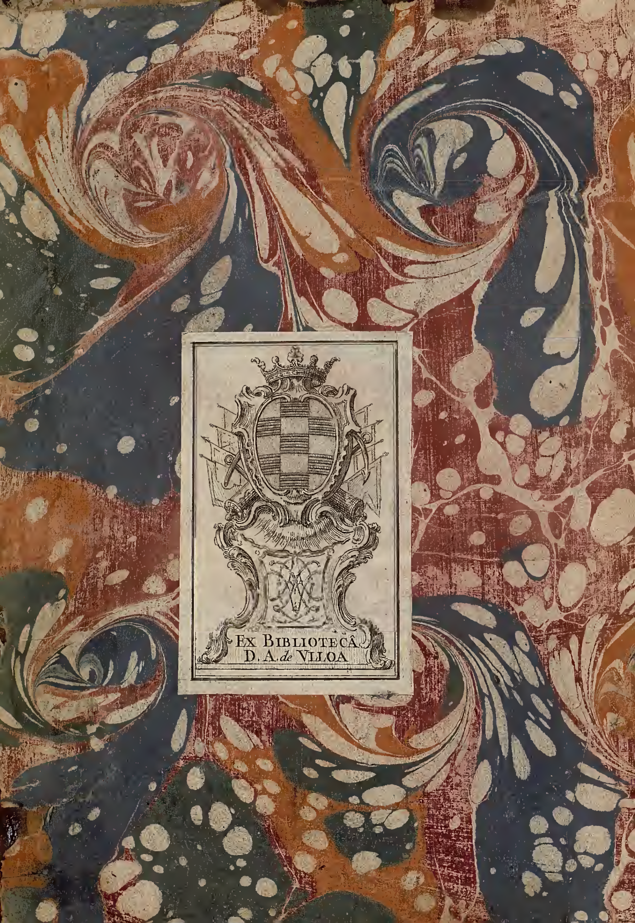



Ex Biblioteca
D. A. de Vlloa



Se Vend A Paris

Chez HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN

ruë Saint Jacques vis-à vis les

Mathurins, à S.t Thomas d'Aquin.

LA THEORIE ET LA PRATIQUE DE LA COUPE DES PIERRES ET DES BOIS

POUR LA CONSTRUCTION DES VOUTES

Et autres Parties des Bâtimens Civils & Militaires,

OU

TRAITÉ DE STEREOTOMIE A L'USAGE DE L'ARCHITECTURE,

Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis, Ingenieur ordinaire du Roy en Chef à Landau.

TOME SECOND.



G. F. L. Debrie Inv. *I. M. Weis Arg. sc. 1736.*

A STRASBOURG.

Chez JEAN DANIEL DOULSSEKER le Fils, Marchand Libraire à l'entrée de la Ruë dite Flader-Gaſs.

A PARIS,

Chez CHARLES ANTOINE JOMBERT Libraire, Ruë St. Jacques, au coin de la Ruë des Mathurins.

M DCC XXXVIII.

AVERTISSEMENT.

IL eſt à propos que j'avertiſſe ici Meſſieurs les Souſcripteurs, qu'ils doivent s'adreſſer aux Libraires de Paris & des Provinces, nommez dans le Projet de ſouſcription qui a été publié, & non pas à moi, pour retirer les Exemplaires qui leur ſont dûs.

Pluſieurs d'entr'eux m'ont écrit des Provinces les plus reculées pou ce ſujet, s'imaginant que j'avois quelque part au produit de l'impreſſion. Je dois leur déclarer que je n'en ai aucune; que je penſe avec toute la nobleſſe, qui convient à un Officier, n'ayant eu pour objet de mon travail que le bien public, ſans viſer à aucun benefice : je puis même dire plus, prévoyant que par la circonſtance des tems, il me ſeroit d'ailleurs infructueux quelque conſiderable qu'il ſoit.

Dans la même idée ces Meſſieurs ſe ſont plaint à moi de pluſieurs choſes, qu'ils ne doivent imputer qu'au Libraire.

La premiere eſt le retardement de l'Edition, qui ne ſera achevée qu'environ deux ans après qu'elle a été promiſe. Il n'y a pas de ma faute en cela, mon Manuſcrit étoit achevé, lorſque l'impreſſion a été propoſée.

La Seconde eſt que le Papier eſt trop bis. Il n'a pas tenu à moi qu'il n'ait été plus blanc, je l'avois exigé du Libraire, avec qui je n'ai agi avec un extrême déſintéreſſement, qu'à deſſein de l'engager à ne rien épargner pour une belle Edition; je ſuis fâché, comme ces Meſſieurs, qu'il n'ait pas ſecondé mon intention.

La Troiſiéme eſt qu'il y a des fautes d'impreſſion : j'en conviens, mais il n'y en a pas aſſez pour ſe récrier, il eſt difficile de les éviter totalement dans un Livre de cette nature, imprimé loin de l'Auteur; celui de Mr. de la Ruë qui eſt ſi bien conditionné, & qui a été imprimé ſous ſes yeux à l'Imprimerie Royale, n'en eſt pas exempt; puiſqu'on en compte 87. dans l'Errata, ſans celles qui ont échapé au Réviſeur. Un Lecteur qui s'arrête à ces minuties pour juger d'un Livre, eſt ſemblable à un homme qui s'attacheroit plus à examiner le vaſe, qu'à goûter la liqueur qu'il contient. Les gens éclairez & intelligens ont d'autres remarques à faire, qui meritent des réponſes plus ſéreuſes.

J'en vais raporter ici une d'un de nos Ingenieurs, qui a les deux quali-



tez néceſſaires pour juger de mon ouvrage, leſquelles ſont très rarement raſſemblées dans la même perſonne, c'eſt d'être en même tems Mathematicien & bon Architecte.

J'ai donné au troiſiéme Livre page 325 & ſuivantes, la maniere de faire le dévelopement du Cône ſcalene, par le moyen des cordes du cercle de ſa baſe. Cette ſolution ne lui avoit pas parû ſuffiſante du premier abord, en ce que le dévelopement fait par les cordes, ſera toujours plus petit, que celui de la ſurface courbe circonſcrite à ces cordes. Il auroit ſouhaité que j'euſſe donné la maniere de trouver l'angle $B^i S^d a^d$ (Tome premier, planche 22, figure 266.) que font entr'eux les côtez qui comprennent la ſurface dévelopée; tels ſont, (pour me ſervir d'un exemple familier) les bords d'un morceau de Papier, dont on avoit fait un cornet, à quoi j'ai répondu.

Premierement, que ſi l'on examine la fin de ma ſolution, on verra qu'étant rélative à la conſtruction des Voutes, dont les Vouſſoirs ne ſe font bien que par le moyen des doëles plates, paſſant par les cordes des arcs, compris par les diviſions des cintres en Vouſſoirs, elle eſt très exacte, & très convenable à la pratique.

Secondement, qu'il ne me paroît pas poſſible, en général, de déterminer l'ouverture de cet angle dans le Cône ſcalene, & même pas toujours dans la ſupoſition du Cône Droit, ce Probleme eſt tranſcendant, car il ſe réduit à *Trouver la Somme de telle partie qu'on voudra de tous les angles infiniment petits, qui forment l'angle ſolide du Cône ſcalene*; en voici la raiſon :

Il eſt démontré que la Somme de tous les angles infiniment petits autour du Sommet du Cône, eſt à la ſomme de tous les angles autour du centre de la baſe, c'eſt-à-dire à quatre Droits, comme réciproquement le rayon de la baſe eſt au côté du Cône. Le Lemme ſecond page 22 de ce deuxiéme Tome, peut ſervir d'introduction à la connoiſſance de cette verité, que je ſupoſe connuë. Ainſi nommant le rayon de la baſe r, & le côté du Cône c, la valeur de la ſomme de tous les angles infiniment petits, autour du Sommet, ſera exprimée par $\frac{r}{c} \times 4$ Droits; c'eſt-à-dire, que ſi par exemple le rayon de la baſe eſt la moitié du côté du Cône, ou bien (ce qui revient au même) ſi la ſection triangulaire du Cône eſt un triangle équilateral, la valeur de tous les angles autour du ſommet ſera de 180. dégrez; mais toutes les fois que la raiſon de r à c, ne ſera pas de nombre à nombre, il ſera impoſſible d'exprimer la valeur de tous ces angles infiniment petits.

Le ſçavant Lecteur dont je parle, a été ſatisfait de cette réponſe,

Au reste, je souhaite que ce second Tome soit aussi bien reçû que le premier, qui m'a attiré des lettres obligeantes de plusieurs personnes distinguées par leur science dans les Mathematiques, & dans l'Architecture, parmi lesquels je puis nommer Mr. Senès de l'Academie des Sciences de Montpellier, Ingenieur en Chef de cette Place, & du Canal de Cette au Rône, & Mr. Belidor Commissaire Provincial d'Artillerie, & Professeur Royal des Mathematiques aux Ecoles du même Corps, qui dans la Préface du premier Tome de son excellente *Architecture Hydraulique*, qu'il vient de publier depuis peu, m'honore d'éloges que je mérite moins par mes ouvrages, que par la conformité d'intention que j'ai avec lui, de travailler utilement pour les Arts nécessaires au bien de l'Etat. Heureux si j'avois autant de talens & de capacité que lui, pour seconder cette noble inclination. Nous lui avons l'obligation d'avoir enrichi ces Arts de belles Découvertes, & de les avoir éclairé des lumieres de la raison ; en quoi il a fourni aux Ingenieurs & aux Architectes, les moyens de s'aquiter facilement & parfaitement des Fonctions de leur Profession. Comme Ingenieur, je lui en fais mes remercimens, & comme Particulier, sensible à l'honneur qu'il m'a fait en public, je lui dois aussi en public des marques de ma parfaite reconnoissance, que je le prie de recevoir, déclarant que par un excès de modestie, il attribue à mes conseils les beautez d'une Méthode, qui ne vient que de son propre fond.



Fautes à corriger avant que de lire.

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
4	17	*x*	*z*
5	6	trouvera	tracera
13	34	face	bafe
16	2	ufuels	vifuels
18	35	faire à	faîre qu'à
19	16	*b i* de	*b i* & *e d*
20	17	peut	veut
23	29	A *f* B	AFB
24	4	Probl. II.	Probl. III.
25	8	L *o*	*l o*
26	14	HIR	HPR
38	2	méme 1	même 1.
	24	le plan	le plus
46	11	EB ... EP	E *b* ... E *p*
51	24	AD	BD
52	35	plane & pour	plane pour
55	26	EB	E*b*
56	4	*a b c*	*a b e*
	32	D *m p*	D *m d*
67	29	quantité	qualité
74	30	39^b	396
76	1, 11	entrailles	entailles
81	13	*g f* 2	*g e f* 2
	35	C *b* 2	C 2 *b*
84	13	DA	DA *a d*
89	8	H *a*	H *æ*
	27	*k m* 1	*h m*
91	24	T *h m t*	T *h m i*
93	35	toujours le	[*effacez*] le
94	33	*c b*	C *b*
	35	de *c*	de C
98	19	A T N	ATG ou *a* T *n*
104	13	à *d m b*	à *m b*
	14	EX	FX
109	24	Charbon	Carton
	32	la prifme	le prifme
	34	4 *k* 8	4 K 8
111	1	E 3 *d* 4	E 3 & 4° 4
115	23	K, 4 *m*	K 4 *m*
118	25	*r* 2	*r* 2^t
119	22	7	7°
	28	11 2 3	11, 12, 13
120	8	BE	BF
123	9	*r*1. *r*2 *r*3	1^r 2^r 3^r
124	27	une	un
125	16	que fi l'on	que l'on
	34	6	6^e
127	14	BY	*b* Y
129	27	conftruction	proportion
134	2	E *s t* .... E *r u*	E *r t* ... E S *u*
137	29	difficulté	difformité

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
138	32	ceintre	centre
140	20	C1	S2
142	31	eſt par	& par
144	12	Boulogne	Bologne
145	10	CH *ajoûtez*	qu'elles couperont en des points par
149	2	perpendiculaires	paralleles
157	21	BN	AN
158	36	à plomb	ſont à plomb
160	12	I*f a*	1 *f u*
	23	*z* 2	*x* 2
170	derniere	comme	commune
173	penultiéme	RG	KG
174	32	I on	I ou L
	33	IC	LC
175	18	ce ces	de ces
177	23	& oblique	eſt oblique
180	16	C*m* 1	C*m* 1*n*
187	32	qui eſt	qui a
189	22	donneront	elles donneront
	25	enſuite par	enſuite ſi par
	39	1r 2	1r 2r
195	20	l'une en l'autre talud	l'une en talud & l'autre en
198	6	96	95
205	1	DI *d i* en EM	DI de la fig. 97 en *di* & EM
	2	faiſat	faiſant
	12	1r 2, 2 3r	1r 2r, 2r 3r
209	28	tête égales	têtes égales
217	25	hauteur de	hauteur ſur
220	4	*b d*	BD
221	21	centre	ceintre
	26	B *d*	BD
224	15	L *o*	LO
	28	égaux	égales
225	derniere	élevez	élevées
227	20	*g*1	*g z*
234	26	O 1	S: 4*f*
	27	02	S: 3*f*
252	23	M	*m*
254	23	NB	N*b*
	27	BS *d*	BSD
258	20	FM & EN	NM & EN2
263	30	menieres	manieres
264	6	*i* ne fcut	il ne faut
	15	paſſear	paſſera
273	22	148 *idem* en marge,	138
275	33	G	C
284	13	de *z* à *z*	de *z* à Q
286	34	6 & *r*	6 & *s*
288	9	154	144
293	derniere	diſtanges	diſtances

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
296	7 & 11	*i d*	I *d*
300	28	*I tx*	*I tx* X
303	8	*ajoûtez*	fig. 154
	26	éleve la	élevera
304	3	I I*ⁱ* I 2*i*	I I*ⁱ*, 2 2*i*
305	3	*p*ˡ 2 2°	*p*I 2°
307	1	5	51
308	24	n'en connoître	n'en pas connoître
ibid.	penult.	Vivaux	Vitraux
320	13	CD	CP
321	18	G 2	O 2
322	8	lequel	laquelle
ibid.	marge	163 . . . 163	162 . . . 161
326	17	*gr*	QR
	26	ou de	ou 5 *x* 60
	28	*f r* Q	SRQ
327	16	*g l*	*gz*
ibid.	24	Q *r* S	QRS
328	dernier article	au lieu de *i*, mettez L *idem* au ſuivant	
330	7	KS	*ks*
333	18	enfournement	enfourchement
ibid.	19	formées	fermées
334	6	*gf*	9 *f*.
336	17	Q *n*	*gn*
ibid.	38	N	I
ibid.	39	MG	M*g*
340	36	AF *z*	AFZ
341	14	*i* & *m*	*i* & M
345	34	point *c*	point C
346	11	le régle	la régle
357	3	A *u* × *up* . . . . *n*	AE × E*p* . . . N
ibid.	5	*n u*	N *u*
360	32	179	176
365	8	182 . . 183	183 . . 182
366	29, 30, 31 32	*les petits 6 doivent être des b*	
368	12	particulieres	particulers
374	7	56	58
ibid.	15	59 fig. 207 & 208	60 fig. 209 & 210
383	30	*pp* . . . D*p* & *p*6	*pd pd* . . . DP & *pb*
ibid.	31	E*p p* F	EP, PF
ibid.	derniere	1' 3	13
391	derniere	s'en	c'en
393	5	porté	portée
ibid.	9	que	; ce que
397	20	en C	en *c*
409	25	Shériques	Sphériques
410	6	CH toujours	CH ſont toujours
ibid.	13	KRC	KR *c*
ibid.	26	4+	*p* +
411	6	élevera	levera
ibid.	13	parallelement	perpendiculairement
419	18	ceintre	centre
420	23	MF de la fig. 130	*m* F de la fig. 124
421	12	horiſontale *a*	horiſontale *a* X

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
421	36	1° *m*	10 M
422	1	N *n*	M *n*
ibid.	14	*x c y* 1^{1}	*x* C *y* I^{1}
ibid.	27	points repaires	points de repaires
	ibid.	on trouvera	on tracera
423	5	& *y*	& *y* I_{1}
ibid.	7	trouvera	tracera
ibid.	10	CV*f*	*k*V*f*
424	10	*p*3 *q* 3	p^{3} q^{3}
ibid.	11	V3 q^{1} q^{3}	V3 *q*4 q^{5}
ibid.	16	un ſi	d'un ſi
ibid.	20	portant	portent
ibid.	21	ſoiunt	ſoient
ibid.	23	héliboïde	hélicoïde
425	1	*ſc*	*ſe*
ibid.	4	*gc*	3 *c*
ibid.	16	&	&c.
430	9	& la a vis	& à la vis
431	2, 5, 6	KL	*kl*
432	31	1 o^{1} F *n*2 LD *n* &c.	n^{1} 1^{r}, F *n*2 LDG *n*4
ibid.	32	D*y* *n*3 *x*	DY *n*4 X
ibid.	33	*z y x* P	ZYXP
437	1	Probleme	Probleme XX III.
ibid.	9	de ceintre	de ce ceintre
ibid.	31	diviſera	décrira
438	26	on vera	on menera
ibid.	29. 30	1 . . . 1 K	I . . . IK
439	11	aves	axes
440	3	trouvent	trouvoient
ibid.	17	autres	Auteurs
ibid.	26	entierement	extrêmement
ibid.	dern.	*p* H *i*ʒ	PH *i*
441	6	Conique	Coniques
ibid.	26	BD	*b d*
ibid.	34	*a k*	*a* K
445	12	6907	6 H 07
ibid.	22	égel	égal
447	26	GY	G*γ*
ibid.	dern.	dormans	dormant
448	5	gauche	gauches
ibid.	19	5 LP	5 *l*P
ibid.	penult.	*p x*	P *x*
449	15	A *a*	AD
451	8	ſur la	ſous la
452	33	C 2 du	C 2; du
453	3	à *c* S	à CS
454	34	R *x* B	RXB
455	9, 10, 12	*x*	X
456	35	A *n* S	A*m* S
457	1	centre	centres
458	5	d'autant	d'autant plus
ibid.	10	X *c* M *x*	*c* M *x*
459	29	1, 1^{c}, 22*e*	1 1. 1°, 2 2*e* 20
464	12	*b h*	*b hs*

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
465	3	verticales	verticale
476	13	c'étoit	s'étoient
ibid.	17	il eſt	il en eſt
ibid.	29	à ſa	à la
477	35, 36, 38,	*g*,	9
479	11	*y*, *e*, *f*	*y*, *c*, *f*
480	1	I6S	16 S
ibid.	17	il y le	il y a le
486	16	*f d*	F *d*
ibid.	18	*g f*	*g* F
ibid.	34	centre	ceintre
487	13	converges	convergens
492	32	à *f*F *d*	à *f* F
493	20	*d* X	*dx*
496	32	2 *p*1, 1 *p*2	1 *p*1, 2 *p*2
497	21	X2	X 2
ibid.	23	point	joint
503	15	points	pointes



TABLE



J. M. Weis Argent. fc. 1737.

TRAITÉ DE STEREOTOMIE.

LIVRE QUATRIEME.

DE LA TOMOTECHNIE, OU

De l'Art de couper les Solides pour la Construction des Voutes & autres Ouvrages d'Architecture ;

En Termes de l'Art,

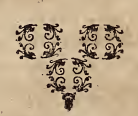
Des TRAITS de la Coupe des Pierres & des Bois.



LES Principes de Theorie & de Pratique qui composent les deux premiers Livres de ce Traité, & les Régles du dessein de l'Epure que nous avons donné dans le troisiéme, renferment tout l'Art de la Coupe des Pierres & des Bois; j'y avois borné mon Ouvrage, comptant que j'en avois assez dit pour mettre un Lecteur en état d'en faire l'Application à chaque espece de *Trait* de Voute en particulier, quelque difficile qu'elle puisse être, & que je devois renvoyer ceux à qui de telles instructions ne suffisent pas, aux Livres du

Pere DERAN & de M. de la RUE, ſur-tout à ce dernier qui eſt bien circonſtancié pour la pratique ordinaire, & enrichi de belles Figures. A l'égard de la coupe des Bois pour les revêtemens de Lambris, j'aurois auſſi pû me contenter d'indiquer le Traité du Sieur BLANCHARD; mais ayant fait attention que ces Auteurs, qui ſe ſont bornez à une ſimple pratique, ont beaucoup laiſſé à deſirer, & quelquefois à corriger, j'ai ſuivi le conſeil que l'on m'a donné de remanier la même matiere pour l'éclairer de Démonſtrations, & la traiter plus méthodiquement; d'autant plus que je me ſuis ſenti en état d'y ajouter pluſieurs nouveaux Traits, tant de mon propre fond que de quelques-unes des Leçons que feu M. de la HIRE a donné à l'Academie d'Architecture au vieux Louvre. Il eſt difficile de pénetrer dans la Theorie d'une grande partie des beaux Arts ſans être redevable de quelques lumieres à ce grand Matématicien, qui les a enrichi de pluſieurs Découvertes; cependant comme il laiſſoit à ſes Auditeurs le ſoin d'en trouver les Démonſtrations, & qu'il a fallu les accommoder à mes principes, on n'y reconnoîtra que le fond de la Doctrine, tant j'y ai fait de changemens & d'additions.

JE puis de même avancer qu'on ne trouvera ici de répetitions de livre de la Coupe des Pierres, que celles qui ſont néceſſaires pour comparer differentes Epures entr'elles, lorſque les *Traits* ont été ſuſceptibles de variations; perſuadé que rien n'ouvre mieux l'eſprit que de lui préſenter differentes idées ſur le même ſujet. J'ai eu deſſein d'approfondir cette matiere; je ne ſçai ſi j'ai réuſſi, le Public en décidera; j'expoſe du moins ma bonne volonté pour la perfection de la partie la plus difficile de l'Architecture; je ſouhaite qu'un plus habile Matématicien acheve cette ébauche, & rencheriſſe ſur ce Traité comme je crois avoir rencheri ſur tous les autres qui m'ont précedé.



PREMIERE PARTIE. DES VOUTES SIMPLES.

CHAPITRE I.

Des Elemens de la Pratique de la Coupe des Pierres & des Bois.

I.

De la connoissance des Surfaces.

AVANT que d'entrer en matiere il est à propos de donner ici une idée nette & distincte des differentes sortes de surfaces qu'on peut former dans les ouvrages d'Architecture, afin qu'ayant une pleine connoissance de celles qu'on se propose de faire, on trouve plus facilement les moyens nécessaires à l'exécution.

LES Surfaces sont ou *Planes* ou *Courbes*, c'est une division simple & generale.

La Surface Plane est celle à laquelle une ligne droite, comme une Régle, peut s'appliquer en tout sens, & parce qu'il n'y a qu'une sorte de ligne droite, il n'y aussi qu'une sorte de surface plane.

La Surface Courbe au contraire est celle à laquelle une ligne droite ne peut s'appliquer tout au plus qu'en un sens, & non pas de l'autre, ou même en aucune position. Et comme il y a plusieurs sortes de Courbes il y a aussi plusieurs especes de surfaces courbes.

LES unes sont *régulieres*, les autres *irrégulieres*. On peut diviser la premiere espece en deux classes; l'une de ces corps réguliers, que j'appelle Primitifs, tels sont la Sphère, le Cone, & le Cylindre.

L'AUTRE de ceux qui sont un peu moins réguliers comme sont les Sphéroïdes, les Cones & Cylindres, dont les bases ne sont pas circulaires, les Anneaux, &c. on peut appeller leurs surfaces *les régulierement irrégulieres*.

LES surfaces irrégulieres sont en nombre infini; mais celles des ouvrages d'Architecture ont toujours une sorte de régularité, sans quoi elles seroient désagreables à la vûë, & l'on ne pourroit en faire l'objet d'un Art, dont la fin est de plaire autant que de servir aux besoins de la vie. Après avoir consideré les surfaces dans le tout, il faut en

examiner les parties faites par la section des planes qu'on peut supposer les couper de differentes façons.

II.
De la Position des Sommets des Angles des portions de Surfaces courbes régulieres.

Lorsque une sphère, un cone, ou un cylindre seront coupez par trois plans inclinez entr'eux, qui se coupent au dedans du corps, la portion de surface qu'ils comprendront sera un Trilatere, autrement une figure de trois côtez, dont les sommets des trois angles qu'ils forment seront dans un même plan ; c'est-à-dire, qu'ils pourront être appliquez à une surface plane, qu'ils toucheront eu trois points tout au moins.

La raison en est évidente par la 2. prop. du 11. L. d'Euclide, en ce qu'on peut toujours faire passer un plan par trois points donnez.

Fig. 1. & 2. Si des trois plans qui coupent le corps donné, il y en a deux *a*H*y*, *bsc* ou A*bx*, NH*p*, dont l'intersection tombe au dehors de la surface en *x*, ou en Y, alors il se formera un Quadrilatere, c'est-à-dire, une figure de quatre côtez, dont les sommets *abcy*, AN*px*, des angles qu'ils comprennent, pourront être ou ne pas être dans un plan, ce que l'on peut connoître par les marques suivantes.

Premierement une portion de surface de quatre côtez peut être le segment formé par les sections de quatre plans aussi bien que par trois. Mais soit par l'un ou l'autre de ces nombres de plans, il sera toujours vrai, pour les segmens cylindriques, que les sommets de ses quatre angles seront dans un plan, lorsque deux de ces côtez seront droits ; parce qu'il n'y a de section rectiligne dans le cylindre que celle qui est formée par un plan passant par l'axe ou parallelement à l'axe, & dans le cone que celle qui est dans un plan passant par le sommet du cone, dont il coupe les côtez en ligne droite de part & d'autre de l'axe ; or dans la portion cylindrique *ac*, les côtez droits sont paralleles entr'eux; donc [par la 7.e du 11. l. d'Eucl.] ils sont dans le même plan. Et dans la portion conique AP [*Fig.* 2.] ces côtez concourent au sommet *s* ; donc [par la 2.e du même] ils sont dans un même plan.

Fig. 1. (margin, beside "dont il coupe les côtez…")

Fig. 2. (margin, beside "dans la portion conique AP…")

Fig. ✠ Secondement, si une surface sphérique n'est coupée que par trois plans, dont deux *ab*, *db* se croisent hors de la sphère en *b*, la portion de surface qu'ils comprendront sera un quadrilatere, dont les quatre angles seront dans le troisiéme plan *abd*, qui coupe les deux précedens.

Mais si la portion de surface quadrilatere de sphère, de cone ou de

cylindre eſt coupée par quatre plans dans des circonſtances differentes, & qu'on ne connoiſſe que la poſition des lignes de leurs interſections dans le corps coupé, on pourra connoître ſi les ſommets des quatre angles ſont dans un même plan comme il ſuit; en ſuppoſant ces interſections coupées par un cinquiéme plan *as l*. Fig. 3.

Premierement pour la ſphère, on trouvera un cercle par trois de ces points donnez, ou pour me ſervir du langage des Ouvriers, on fera le trait *des trois Points perdus*; ſi le cercle ne paſſe pas par le quatriéme, les quatre angles ne feront pas dans un plan, parce que toutes les ſections planes de la ſphère ſont des cercles.

Secondement pour la portion cylindrique, ayant joint les quatre points donnez par des lignes droites, s'il ne s'en trouve pas deux paralleles, les ſommets des quatre angles ne ſont pas dans un même plan. Fig. 1.

Troisiemement pour la portion conique, ſi deux des lignes qui paſſent par les points donnez, ne concourent pas au ſommet du cone, les quatre ſommets des angles ne ſont pas dans un même plan. Fig. 2.

On peut appliquer ces obſervations au corps de la ſeconde eſpece, que nous avons appellé régulierement irréguliers, comme ſont 1.° les ſphéroïdes formez par la révolution d'une Ellipſe ſur un de ſes axes. 2.° aux cylindres & aux cones de baſe Elliptique, avec cette difference, que la maniere précedente ne pourra ſervir que pour les portions de ſphéroïdes, dont les angles donnez ſeront dans un plan perpendiculaire à l'axe de révolution; pour les autres ſegmens obliques, on n'y peut parvenir que par le moyen d'une Ellipſe, qui doit être celle de la ſection oblique donnée dans le ſphéroïde convexe, par l'inclinaiſon du plan coupant, s'il eſt incliné à l'axe de révolution, ou par une Ellipſe ſemblable à la géneratrice, ſi le plan coupant eſt parallele à l'axe de révolution.

Uſage des Obſervations précedentes.

Pour former une ſurface courbe il faut commencer par en placer & déterminer les extrémitez ſur une ſurface plane, en les poſant dans leur juſte diſtance. Enſuite par le moyen des modeles de courbures convenables, appellez *Cerches*, on creüſe la pierre ou le bois au deſſous de cette premiere ſurface, autant qu'il eſt néceſſaire; ainſi il importe de ſçavoir ſi les quatre angles de la portion de ſurface courbe qu'on veut former, ſe trouvent avoir leur ſommet dans cette ſurface de préparation, on eſt toujours ſûr qu'il y en a trois; mais on ne peut s'aſſûrer du quatriéme que par les moyens que nous avons donnez.

J'ay dit au premier Livre qu'on ne connoiſſoit les lignes courbes que par le moyen des lignes droites auſquelles on les compare, en meſurant de combien elles s'en approchent ou s'en écartent à chaque point, c'eſt-à-dire, par le moyen des abſciſſes & des ordonnées. Je dis ici la même choſe d'une ſurface courbe à l'égard de la plane, qui ſert de préparation pour en meſurer les profondeurs.

D'ou il ſuit que la méthode qui les ſuppoſe, appellée par *Doeles plates*, donne de grands avantages pour la formation des vouſſoirs des voutes; car ſi la portion de ſurface eſt cylindrique ou conique, on aura déja ſur ce plan les longueurs & la poſition de ſes côtez droits, & celle des cordes des arcs de ſes baſes oppoſées, & ſi la portion de ſurface eſt ſphérique, ou ſphéroïde, coupée par des plans [comme il convient ordinairement à la conſtruction des voutes] paſſant par leur centre, ou parallelement à ſon axe, on aura ſur ce plan les quatre Cordes des arcs de ſes côtez.

D'ou il eſt aiſé de conclure quelle peut être la figure des Doëles plates des vouſſoirs de chaque eſpece de voute. Premierement celles des voutes en Berceau, qui ſont les cylindriques, ne peuvent être que des Parallelogrames ou des Trapezes, qui ayent deux côtez paralleles; car la ſection d'un cylindre par un plan qui n'eſt pas parallele à ſon côté, ou ce qui eſt la même choſe à ſon axe, ne peut être une ligne droite, mais bien une courbe.

Secondement que les Panneaux de Doële plate des vouſſoirs des voutes coniques peuvent être des Triangles, ou des Trapezes ou Trapezoïdes, mais jamais des Parallelogrames; parce que la ſection faite parallelement à un côté par un plan coupant le cone, eſt une Parabole.

Troisiemement que les doëles plates des vouſſoirs des voutes ſphériques ou ſphéroïdes ne peuvent être que des triangles ou des Trapezes iſoſceles, c'eſt-à-dire, dont les angles des côtez inclinez entr'eux, & avec les côtez paralleles, ſoient égaux; parce que nous ferons voir dans la ſuite que les ſommets des quatre angles d'une portion de ſphère ne ſont dans un plan, que lorſqu'on y peut inſcrire une portion de cone droit, excepté *le cas de la Section ſouſcontraire.*

Si les quatre angles d'une ſection de ſurface courbe, coupée par trois ou quatre plans, ne ſont pas dans un ſeul plan, on peut toujours en comprendre trois dans un plan, & trois dans l'autre; parce que les ſommets des angles oppoſez ſuivant la diagonale ſeront communs aux deux plans; mais nous allons traiter de ces irrégulieres.

III.

Des Surfaces courbes régulierement irrégulieres.

En Termes de l'Art.

Des Paremens Gauches.

On appelle *Gauche* en Architecture, une surface qui n'a pas une certaine régularité que sa figure semble exiger, par analogie à la mauvaise grace qu'on trouve a ce qui est fait avec la main gauche ; ainsi une surface qui devroit être plane, comme celle d'une pierre ou d'un bois mal équarri, & dont les côtez opposez se croisent en les regardant par le profil, est appellée Gauche.

On tire aussi la nomination de ces especes de surfaces de la difference des expositions de leurs parties, qu'on compare à un regard louche, en Latin *Limus*, qui semble tourné en même tems vers differens objets, telle est celle des *Limons* des Escaliers tournans, dont la figure est bien exprimée par ce nom, que j'appliquerai aussi à d'autres surfaces pareilles.

J'appellerai surface *Courbe régulierement gauche* celle dont on peut assigner une géneration par le mouvement d'une ligne droite ou courbe, qui en parcourt d'autres par ses extrémitez, lesquelles lignes ne sont pas semblables, ou semblablement posées.

De telles surfaces ont rarement leurs quatre angles dans un plan, si on les suppose coupées par quatre autres.

Par cette définition on conçoit qu'une portion de surface de sphère, de cône ou de cylindre, qui n'auroit pas ses quatre angles dans un plan, ne seroit pas pour cela une surface gauche, mais celle qui passeroit par les quatre lignes droites tirées d'un angle à l'autre ne seroit pas régulierement plane, elle seroit *gauche* de la premiere espece, que j'appelle *Planolime*, c'est-à-dire, qui ressemble à une plane sans l'être.

Pour aider l'imagination à se représenter la generation d'une surface, il n'y a qu'à penser à la trace d'un bâton dans la neige, ou d'un fil-de-fer chaud dans la cire condensée.

Premiere Espece de Surface Gauche.

Si une ligne droite AB est appuyée vers ses extremitez sur deux Fig. 4. autres droites AD, BC, qui ne sont pas paralleles ni dans un même plan, & qu'on la fasse mouvoir sur ces lignes, la trace de la genera-

trice AB formera par ce mouvement une surface courbe *Gauche*, dont les diagonales droites tirées d'un angle opposé à l'autre, ne se rencontreront point, & seront toutes hors de la surface.

Corollaire de Pratique.

D'ou il suit que pour connoître si une surface qui paroît plane est Gauche, comme une porte dont le bois s'est *Dejeté & Tourmenté* en séchant, il n'y a qu'à tendre un fil d'un angle opposé à l'autre en diagonale; s'il s'écarte du milieu c'est une marque sûre qu'elle est gauche; la même chose se connoît par le moyen d'une régle sur un parement de bois ou de pierre.

Il n'est pas fort nécessaire de connoître les especes de Courbes des diagonales d'une surface gauche, formée comme nous venons de le dire; mais c'est une curiosité qui me fit plaisir lorsque je l'eu découverte.

Si les quatre lignes ou côtez droits de la surface gauche sont égales, on trouve que la diagonale courbe BD est une parabole, & AC une autre differemment située.

Pour le démontrer, il n'y a qu'à supposer une surface plane, passant par les trois angles ADC, comme AbCD, qui s'éloignera de l'angle B de l'intervale Bb, plus ou moins grand selon que la surface sera plus ou moins gauche. Puis ayant divisé les lignes AD, BC & bC en quatre parties égales & tiré les droites 1n, 2n, 3n, par ces divisions; on tirera aussi les droites $n\,1^{o}$, $n\,2^{o}$, $n\,3^{o}$ paralleles à Bb. Alors on reconnoîtra que la ligne AB, transportée en 1n, coupera la diagonale DB au point 9, qui sera aux trois quarts de la ligne 1n, & au dessus de la ligne $1\,1^{o}$, qui est dans le plan ADCb de la quantité 9x, qui est aussi les trois quarts de la hauteur $n\,1^{o}$. De même la ligne AB, transportée en 2n coupera la diagonale DB au milieu en E, qui sera élevé au dessus du plan AbCD de l'intervale EF, égal aussi à la moitié de la hauteur $n\,2^{o}$ ainsi du reste. Si l'on suppose donc la plus grande hauteur du gauche Bb égal à 16 parties, $n\,1^{o}$ en contiendra 12, qui est les $\frac{3}{4}$ de 16 & 9x contiendra les $\frac{3}{4}$ de 12, qui sont 9, de même EF moitié de $n\,2^{o} = 8$ sera de quatre parties, & $4x = \frac{1}{4}$ de $3n$ sera aussi le quart de la hauteur $n\,3^{o} = 4$; par conséquent $= 1$, on aura donc cette suite 16, 9, 4, 1, 0, qui est celle des quarrez pour les abscisses de la Parabole, & les nombres naturels 1, 2, 3, 4, pour ses ordonnées; donc cette Courbe est une portion de Parabole, qui a son sommet en D, comme il est représenté au dessous de la Fig. 4. en d, 1, 4, 9, 16.

Presentement si l'on veut connoître l'autre diagonale courbe sur

AC on trouvera qu'elle eſt encore Parabolique, mais tournée en ſens contraire, & qu'elle a ſon ſommet au milieu en F; car ſa diſtance ou élevation en y, ſur le plan AbCD ſera du quart de $12 = 3$; en F de la moitié de $8 = 4$, & en z des trois quarts de $4 = 3$; ainſi ſa plus grande hauteur eſt en F d'où elle ſe rapproche du plan vers A & vers C. Pour en avoir un plus grand nombre de points on peut doubler Bb, le faiſant valoir 32 parties, & ſuppoſer AD & BC diviſez en 8, on aura cette ſuite o $3\frac{1}{2}$, 6, $7\frac{1}{2}$, 8, $7\frac{1}{2}$, 6, $3\frac{1}{2}$ o, ou en doublant o, 7, 12, 15, 16, dont les reſtes à 16 qui ſont les abſciſſes ſont o, 1, 4, 9, 16, c'eſt-à-dire, la ſuite des quarrez des ordonnées 1, 2, 3, 4; mais comme cette Courbe n'eſt ici d'aucun uſage nous ne nous y arrêterons pas.

Corollaire.

Il ſuit de cette génération que quoique cette ſurface ſoit réellement courbe, on peut la former exactement avec une régle AB, muë d'un mouvement uniforme ſur les deux côtez AD, BC changeant continuellement d'inclinaiſon à l'égard de ſa premiere poſition, comme aux échelons des aîles des Moulins à vent ſur le *Volant* & les *Antes*, ce qui fait que les *Cotereſts*, n'étant pas dans un même plan, forment la ſurface gauche de l'aîle du moulin à vent.

J'appelle cette premiere eſpece de ſurface Gauche *Planolime*, du Latin *Plana* & *Lima*, qui reſſemble à une plane, mais qui eſt gauche, & courbe quoique terminée par des lignes droites, & formée comme les plans, par le mouvement d'une ligne droite.

La ſeconde eſpece de ſurfaces courbes Gauches eſt formée par le mouvement mixte d'une ligne droite AB, dont une partie vers A ſe meut ſur une ligne droite EF, & l'autre ſur une courbe CD telle qu'on voudra, ſoit arc de cercle ou d'Ellipſe, ou toute autre courbe, d'une ſeule ou pluſieurs inflexions, comme l'ondée Fbe [*Fig.* 6.] la trace de cette ligne forme une ſurface concave ou convexe, qui s'applanit de plus en plus depuis la courbe CD juſqu'à la ligne droite EF [*Fig.* 5.] où elle perd ſa concavité ou convexité : telles ſont les doëles de ces *Arrieres Vouſſures qu'on appelle Réglées & Bombées*, & les Coquilles des eſcaliers à vis, comme la figure 14. J'appelle cette ſurface du nom de *Mixtilime*; parce que ſa génération ſe fait par deux lignes droites CH & HG & une courbe ADG.

Fig. 5.

Fig. 6.

Corollaire.

De-là il ſuit, comme ci-devant, que l'on peut former cette ſurface par le mouvement d'une Régle AB [*Fig.* 5.] ou ab [*Fig.* 6.] ou RE [*Fig.* 14.]

Fig. 7. *La troisiéme espece* de surfaces gauches est formée par le mouvement d'une ligne droite AB, qui se meut sur deux courbes A*b*F, BHD, ou differentes, ou differemment posées; où les cordes AF, BD des arcs semblables ne soient pas paralleles entr'elles; de sorte que les quatre angles ABDF ne sont pas dans un même plan ABD*f*; mais un d'entr'eux comme F s'en éloigne de l'intervale F*f*, plus ou moins, suivant l'inégalité de la position des Courbes, telles sont les doëles des voutes de *la Vis St. Giles quarrée* à chaque Rampe, qui sont semblables à un cylindre tors. J'appellerai cette espece *Doliolime*.

COROLLAIRE.

Il suit de même de cette géneration, qu'on peut former cette surface par le mouvement d'une Régle *ab* [*Fig.* 7.] muë sur deux arcs de lignes courbes A*b*F, BHD.

Il faut remarquer que je ne comprends pas dans cette espece les surfaces gauches des Limons tournans; car quoiqu'elles soient réellement formées par le mouvement d'une ligne droite sur deux courbes, qui sont des Helices, elle ne doivent être considerées que comme une partie d'une surface *Mixtilime*, telle qu'on la voit à la figure 14. en DKGD.

La quatriéme espece des surfaces courbes gauches est formée par le mouvement d'une ligne courbe dont la courbure n'est pas constante, mais variable, qui se meut sur deux autres courbes constantes, telle seroit, par exemple, une côte de Baleine pliée en arc qu'on appuyeroit sur deux arcs de lignes courbes semblables ou differentes, dont on lâcheroit la corde à mesure qu'on la meut, pour lui donner la liberté de s'ouvrir de plus en plus; & enfin de se redresser tout-à-fait. Ainsi prenant

Fig. 8. les arcs AEB, DGC [*Fig.* 8.] pour apuis de l'arc AHD, si en lachant insensiblement la corde on le transporte en I*b*K, où elle s'est déja un peu redressée; ensuite en EFG, où elle l'est d'avantage, enfin en BC où elle s'est totalement redressée, on auroit formé une surface pareille à celle que le vent forme dans les voiles lorsqu'il les enfle. En effet si l'on renverse la figure 8. on pourra considerer la ligne droite BC comme la *vergue*, [en terme de marine] les points A & D comme ceux d'*Ecoute*, entre lesquels est la plus grande courbure AHD, & les côtez BEA, CGD, comme les *Ralingues*.

En Architecture on fait de pareilles surfaces pour les doëles des voussoirs de *l'Arriere-voussure de St. Antoine*. Je dis les voussoirs, non pas l'arriere voussure entiere; parce qu'elle prend sa naissance sur trois lignes droites, sçavoir, deux sur les piedroits, & une sur le linteau ou Fer-

meture. J'appelle cette furface *Sphericolime*; parce qu'elle a quelque rapport à une fphère quoique fort imparfaitement.

Il eft aifé de conclure de la formation de cette furface qu'elle ne peut être faite, comme les trois précedentes, par le moyen d'une Régle; mais feulement par le fecours de ces modeles de Courbes, contournées fur des planches minces que nous appellons *Cerches*.

Ces quatre efpeces de furfaces comprennent toutes celles qui font poffibles & ufuelles en Architecture, même les vis & écroües, qui font des portions de mixtilimes; car faifant mouvoir une ligne droite appliquée à angle Droit, Aigu, ou Obtus, à un axe, au long de cet axe, d'un côté & de l'autre, fur une Helice, il fe formera une furface de vis, & fi au lieu de l'Helice, qui ne s'approche pas de l'axe, on fubftituë une Helice en limace, ce fera la furface que les Ouvriers appellent le Colimaçon, qui s'approche & fe joint enfin à fon axe.

IV.

Des differens moyens de parvenir à la formation des Parties des Corps, dont les Surfaces & les Angles font donnez.

Quoique l'on connoiffe parfaitement la figure du folide qu'on fe propofe de faire, & les furfaces courbes qu'il y faut former, on ne peut les tailler immédiatement dans une pierre de figure quelconque; on n'y parvient que par la médiation des furfaces planes.

L'on a imaginé pour l'exécution de la Coupe des pierres deux méthodes differentes, qui fuppofent plus ou moins de furfaces planes, & qui y conduifent avec plus ou moins de difpofitifs.

L'une de ces méthodes s'appelle *par Equarriffement*, & l'autre *par Panneau*, nous en donnerons une troifiéme qui n'a pas de nom, parce qu'elle eft nouvelle; nous l'appellerons *Demi-équarriffement*.

I.°

La méthode par *Equarriffement* eft ainfi appellée, parce qu'avant que de former une figure de folide oblique, on commence par en former une de cube, ou de parallelepipede à l'équerre, capable de la contenir. Enfuite on trace fur chacune des furfaces planes fuppofées en fituation Verticale ou Horifontale, la projection des furfaces du corps qu'on fe propofe de former, & l'on retranche du parallelepipede tout ce qui

excéde les contours de chaque projection, en abatant la pierre superfluë, & parce que les surfaces de ce corps sont ou en quarré ou en quarré long avant que d'être taillées; on appelle la méthode qui en suppose de telles *par Equarrissement.*

On l'appelle aussi *par Dérobement*, comme si on dépoüilloit la figure proposée de la robe dont elle est envelopée; c'est ainsi qu'on dit *dérober des fèves*, pour les dépoüiller de leur écorce, ce qui fait voir que le P. Dechalles n'a pas compris le sens de ce mot, lorsqu'il l'a traduit *per suffurationem* par larcin, au lieu qu'il devoit le traduire *per spoliationem.*

II.

La seconde méthode appellée *par Panneaux*, est plus immédiate pour l'exécution, en ce qu'elle ne suppose qu'une surface plane, laquelle peut même subsister, l'ouvrage étant achevé, si l'on commence par une de celles des lits ou des têtes. Elle consiste à former des modeles des surfaces du corps ou voussoir qu'on veut faire, pour les appliquer sur la pierre, & en tracer par ce moyen le contour exactement. Ces modeles se font sur des matieres inflexibles comme des planches, lorsqu'il s'agit de la formation d'une surface plane, & quelquefois sur des matieres flexibles, comme du Carton, du fer-blanc, ou des lames de plomb, lorsqu'il s'agit d'une surface courbe, dont on cherche le contour par la voye du dévelopement qui est la moins ordinaire dans l'exécution.

Pour placer ces modeles dans la situation où ils doivent être entre eux, on se sert des instrumens propres à déterminer les inclinaisons des surfaces, comme sont les Biveaux & fausses équerres.

REMARQUE.

Quoique cette méthode s'appelle particulierement *par Panneaux*, il ne faut pas croire qu'on puisse tout-à-fait se passer de modeles dans la précedente par équarrissement; car il faut pour tracer un contour courbe employer un panneau, ou quelque chose d'équivalent, comme un biveau à branche courbe, ou une cerche; parce que les petites portions des surfaces des voussoirs ne permettent pas qu'on puisse y tracer des arcs de cercle par le moyen du simbleau, en ce qu'il faudroit y ajouter une surface continuë prolongée pour y placer un centre, s'il s'agit d'un arc circulaire de peu de degrez, ou deux foyers pour une petite portion d'Ellipse; ou bien employer les pratiques que nous avons donné au second Livre, pour se passer du centre ou des foyers; or il est bien plus simple & plus sûr de faire un modele sur une épure où la ligne courbe est entierement tracée, que d'avoir recours à des

operations fort composées, qu'il faudroit répeter souvent pour de petites parties.

La troisiéme méthode que j'ai appellé par Demi-équarissement participe des deux précedentes, feu M. de la Hire qui en est l'inventeur ne lui ayant pas donné de nom particulier, j'ai cru devoir lui en donner un pour la distinguer des autres. J'en renvoye l'explication aux exemples que j'en donnerai; il suffit de la connoître ici comme moyenne entre celle par Panneau, & celle par Equarissement, en ce qu'on y fait usage des surfaces supposées Horisontales ou Verticales comme dans l'équarissement, & des Panneaux de Doëles, comme à la méthode des Panneaux.

Des Avantages & Désavantages de chaque Méthode.

L'Avantage de la méthode par équarissement consiste 1.° en ce que l'on s'épargne la peine de faire un grand nombre de panneaux pour la construction d'une voute, lorsque ses ceintres ne sont pas circulaires; parce qu'il en faut changer à chaque voussoir.

2.° En ce qu'il n'est pas nécessaire de connoître les lignes courbes, qui se forment par l'interfection des surfaces courbes; on les forme par une espece de hazard, en abatant successivement la pierre d'une Doële à la régle trainée sur un Arc-Droit.

Ses Désavantages sont 1.° qu'elle consomme beaucoup de pierre en pure perte; car puisqu'il faut chercher des surfaces inclinées entre des verticales & des horisontales; si leur inclinaison est, par exemple de 45. degrez dans un cube, il est clair que tout ce qui est au-delà de la diagonale d'une de ses faces étant inutile, il en faut retrancher un prisme triangulaire égal à celui qui doit rester, de sorte qu'en ce cas la perte de la pierre est évidemment de la moitié; mais ce n'est pas encore tout, si sur cette surface inclinée il en faut élever deux autres à angle Droit ou Obtus, comme sont les joints de Tête avec les Doëles; il faut encore abatre une seconde fois de la pierre & en retrancher de plus deux Prismes triangulaires, & enfin si le voussoir est extradossé il en faut encore abatre un quatriéme prisme triangulaire. La Fig. 11. le fera voir sensiblement; parce qu'on y a ponctué tout ce qui doit être enlevé. Ainsi dans le prisme dont *dabc* est une face, il faut premierement enlever un Prisme triangulaire qui aura pour base le triangle mixte *fdg*, secondement un autre qui ait pour base le triangle rectiligne *afe*, troisiémement un autre opposé au premier, qui ait pour base le triangle mixte *ebh*, & enfin un quatriéme rectiligne, dont la base est le triangle *gch*. Fig. 11.

Le second Désavantage est, qu'il faut non seulement faire inutilement

les ſurfaces d'un Parallelepipede qu'il faut recouper, mais ſouvent des ſecondes ſurfaces, qui ſont encore inutiles, & qu'il ne faut ſuppoſer que pour trouver les troiſiémes, qui doivent ſubſiſter quand l'ouvrage eſt achevé, qu'il auroit cependant fallu faire immédiatement ſi on avoit pû; on en verra des exemples dans la ſuite.

Le troiſiéme Déſavantage eſt, que ſi les angles ſont un peu alterez par l'exécution, & que l'équarriſſement ne ſoit pas exact dans les renvois, que ces angles font d'une ſurface à une autre, ſoit par la faute des Equerres ou des Biveaux, ou de la main de l'Ouvrier qui s'en ſert, il peut en réſulter des erreurs ſenſibles, & des arêtes d'un contour irrégulier & mal formé.

Les Avantages de la Méthode par Panneaux.

De l'expoſition des avantages & déſavantages de la méthode par équarriſſement, il eſt aiſé d'inferer ceux de la méthode de tracer les pierres par le moyen des Panneaux.

Premierement, il eſt viſible que l'operation étant plus immédiate elle doit être plus courte.

Secondement, qu'y ayant moins de ſuppoſition de ſurfaces planes à faire préceder, il y a plus de facilité à faire ſervir des pierres de moindre volume.

Troiſiémement, qu'y ayant moins à retrancher, il s'y trouve une plus grande œconomie dans la conſommation de pierre.

4.° Que l'operation étant fondée ſur l'étenduë des ſurfaces, dont on a pû exactement tracer les contours par les régles de l'épure, on y eſt conduit beaucoup plus ſûrement, & par conſéquent elle en doit être plus exacte.

Enfin c'eſt la plus ſçavante méthode & le principal objet de l'étude de la Coupe des Pierres, dont les Auteurs qui en ont traité ont fait le plus de cas, comme il paroît par ce qu'en dit le P. Deran.

Le ſeul Déſavantage qu'on y trouve, eſt un plus grand attirail d'inſtrumens, ſi l'on peut appeller les panneaux de ce nom.

La troiſiéme méthode *par Demi-équarriſſement*, participe des avantages des deux autres; nous en renvoyons l'explication au premier exemple du trait des voutes en Berceau.

Malgré l'imperfection de la méthode par équarriſſement, les Appareilleurs la préferent ordinairement à celle des Panneaux par pluſieurs

raisons; la premiere, parce qu'ils se soucient moins de ménager la pierre, dont la dépense ne roule pas sur leur compte, que de s'épargner de la peine; la seconde, parce qu'ils ont besoin de moins d'instrumens, c'est-à-dire, de Panneaux, & moins d'inquietude que les tailleurs de pierre ne prennent quelquefois les uns pour les autres, ou les placent en fausse position, ce qui arrive souvent, si on n'a soin d'y veiller. La troisiéme, c'est que comptant toujours sur quelques ragrémens, ils sont peu curieux d'une parfaite operation, parce qu'ils se flatent de sauver les apparences par ce moyen.

Nous n'adopterons dans cet ouvrage aucune de ces méthodes en particulier, nous ferons usage des unes & des autres suivant les occurrences, & lorsque chacune d'elles conviendra également à la facilité de l'operation, nous en donnerons l'application au Trait, pour mettre le Lecteur en état de choisir ce qui lui conviendra le mieux, comme on le verra dans celui des Berceaux. Il faut auparavant voir les élemens de la pratique pour tracer les surfaces simples, considerées sans aucune division.

PROBLEME I.

Par trois Points donnez dans un Solide faire passer une Surface Plane.

En Termes de l'Art.

Dégauchir un Parement.

Soit un quartier de pierre AE [*Fig.* 9.] tel qu'il vient de la carriere, d'où on l'apporte brut, mais ordinairement formé quoiqu'imparfaitement en parallelepipede, sur lequel il faut faire un *Parement droit*, c'est-à-dire, une surface plane, à laquelle la régle puisse être appliquée en tout sens, sans qu'il reste aucun vuide entre deux. *Fig.* 9.

On commencera par tracer une ligne avec une régle où l'on jugera à propos pour y pousser une ciselure vers un de ses angles, & l'ayant bien dressée à la régle, on y en appliquera une immobile, comme en HE, soit qu'on la fasse tenir par quelqu'un en cette situation; soit qu'on l'y appuye avec une pierre ou autre chose, si l'on est seul. Ensuite on posera une autre régle IK vers la face opposée AC, à l'autre arête aussi près du bord qu'on jugera à propos, & on la placera à l'égard de la premiere régle de maniere que le bord de la seconde couvre exactement celui de la premiere, sans que les deux régles se croi-

ſent en regardant de differens endroits par devant leurs côtez extérieurs; enſorte que les rayons uſuels LN, LO, qui ſe terminent à la premiere régle en H & E, raſent la ſeconde en N & en O, de même l'œil étant ſitué en M regardant en E & G, le bord de la premiere régle HE raſe la ſeconde IK en B & C; alors on trace une ligne droite le long de la régle IK ſur le côté BC, des extrémitez de laquelle on tirera à la régle deux autres lignes BP & CE, ſur le lit de deſſus AP, & ſur celui de deſſous DE, le long du bord de la pierre, après quoi on abatra avec les outils convenables tout ce qui excede ces lignes, ſoit en commençant par y pouſſer des ciſelures, lorſque la pierre peut ſe tailler au ciſeau, comme toutes les pierres tendres; ſoit en y faiſant une *plumée* ou rigole, au lieu de ciſelure avec la pointe du marteau, comme l'on eſt obligé de faire à certaines pierres dures, grenées d'un gros grain, comme du Granite d'Egypte, telles que ſont celles de la côte du Nord de la Bretagne, ſur leſquelles le ciſeau ne mord pas.

Lorsque les quatre lignes du contour de la ſurface ſont déterminées & dreſſées, on abat la pierre qui les excéde, en examinant de tems en tems avec une régle que l'on place où l'on veut, ſi elle s'applique aux côtez oppoſez ſans qu'on puiſſe appercevoir du jour entre la régle & la pierre, car ce jour indique des creux ou des boſſes; c'eſt la premiere choſe qu'apprennent les Tailleurs de pierre, & c'eſt par là qu'on vérifie la juſteſſe & la propreté de leur ouvrage. Ce qui eſt le but de notre deſſein, où nous ne nous propoſons pas de dreſſer des Ouvriers dans les operations de la main, qui ſont un effet de l'habitude, mais de former des connoiſſeurs qui puiſſent juger de leur travail, les redreſſer quand ils ont fait faute, & diriger ceux qui s'y prenent mal.

Demonstration.

La pratique de ce Probleme eſt démontrée dans la 2.e propoſition du 11.e Livre d'Euclide, qui dit que trois lignes droites qui ſe coupent ſont néceſſairement dans un plan, & par conſéquent toutes celles qui ſont tirées dans ce triangle, or les rayons viſuels LH, LE avec le côté de la régle GE, forment un triangle, dans lequel [par la conſtruction] eſt la ligne NO de la régle IK, de même que les rayons viſuels MG, ME, avec le côté EH & la ligne FK, partie de la regle IK; donc les lignes BP & CE, qui joignent les deux régles, & toutes celles qu'on peut tirer d'un côté à l'autre, ſont dans le même plan; par conſéquent la ſurface ainſi formée ſera exactement plane, ou en terme d'Architecture, un Parement droit, *ce qu'il falloit faire.*

Lorsqu'on n'a pas beſoin de faire des arêtes paralleles entr'elles, on peut

on peut former une surface plane par trois points donnez, en faisant une rigole ou ciselure à la régle posée de cant, d'un des points donnez à l'autre, comme pour faire un triangle, & en abatant ensuite la pierre, qui se trouve excéder la profondeur de ces trois rigoles ou *plumées*, ce qu'on connoît en faisant couler la régle sur ces rigoles en travers, comme sur autant d'apuis qu'elle doit afleurer.

Quoiqu'il ne s'agisse pas ici de dresser les Ouvriers dans le maniment des outils, dont nous supposons qu'ils ont fait apprentissage, nous avons cru qu'il étoit à propos d'en mettre ici la figure, pour en donner les noms les plus usitez, & leurs usages, c'est une connoissance nécessaire aux gens de Cabinet, qui ont du goût pour les Arts.

A. *Testu*, marteau qui a d'un côté une pointe & de l'autre une masse pour ébaucher une pierre en abatant des parties avec la masse, dont on frape sur les bords pour faire sauter un éclat, & achever d'enlever avec la pointe le reste, qui fait une bosse. Le *Plan* du même outil est au dessous en *a*.

B. *Laye* ou *marteau bretelé*, qui a d'un côté un tranchant uni & de l'autre un tranchant denté, qui fait des sillons; son *plan* est en *b*.

C. *Ciseau* à ciseler, il y en a de plusieurs grandeurs; lorsque le ciseau est large avec un manche pour être poussé à la main, comme les outils de Menuiseries, on l'appelle *Fer quarré*: on se sert du ciseau pour les pierres tendres & dures d'un grain lié; mais lorsque le grain est sabloneux, comme aux pierres des carrieres de la côte du Nord de la Bretagne, dont j'ai parlé, les Ouvriers ne s'en servent point, ils font tout à la pointe.

D. *Maillet* pour pousser le ciseau.

E. *Marteau à deux pointes* pour la pierre dure; lorsqu'il est un peu plus long on l'appelle *pioche*; son plan est en *e*.
F. *Riflard bretelé* pour la pierre tendre.
G. *Crochet*.
H. *Rippe*.
I. *Compas à fausse équerre*.

Remarque sur l'Usage.

La maniere de former régulierement une surface plane est le fondement de toute la Pratique, non seulement de la coupe des pierres & des bois, mais encore de tous les Arts qui sont de quelqu'usage en Architecture, comme de la Charpenterie, Menuiserie, Serrurerie & autres; parce qu'il faut presque dans tous les ouvrages faire des

furfaces planes. Lorfqu'il s'agit de petits morceaux qu'on peut tenir à la main, les Ouvriers en examinent la jufteffe en fermant un œil & régardant avec l'autre la furface plane en profil, enforte que le rayon vifuel ne l'aperçoive que comme une ligne droite; car fi un des corps paroît croifer l'autre oppofé, c'eft une preuve que le parement eft *gauche*; alors ils abatent de la matiere fur un des angles ou fur les deux oppofez, s'il convient, pour effacer cette partie qui paroît croifer le côté droit qu'on regarde en profil.

Dans les grands ouvrages qu'on ne peut regarder de même à caufe de leur pofition, on couche une régle d'un angle de la furface à fon oppofé, ou fi la régle n'eft pas affez grande, on doit tendre des fils ou cordeaux des uns aux autres fuivant les diagonales, pour voir s'ils fe touchent au milieu, où ils fe croifent. C'eft ainfi qu'on peut examiner, comme je l'ai dit ailleurs, fi une porte ou une table s'eft cambrée en féchant, ou par quelqu'autre caufe; car pour peu qu'il refte d'intervale entre ces deux diagonales, c'eft une preuve que la furface eft gauche & non pas plane. Voyons préfentement comment on parvient à la formation des furfaces courbes.

PROBLEME II.

Faire une Surface Courbe Concave ou Convexe, qui foit une partie d'un Corps régulier primitif, Cylindrique, Conique ou Sphérique.

En Termes de l'Art.

Creufer une Doële, ou former un Extrados de Voutes régulieres des trois premieres efpeces.

Principes de pratique.

On peut divifer les voutes 1.° en planes. 2.° En courbes en tout fens. 3.° En mixtes, qui font droites en un fens & courbes dans l'autre.

Les planes font les platebandes, les platfonds horifontaux, & enfin les Trompes plates, dont les platfonds font inclinez à l'horifon.

Les courbes en tout fens font les fphériques, les fphéroïdes, les annulaires, appellées voutes fur le noyau, & les vis.

Les mixtes font les cylindriques ou berceaux, & les coniques, qui font droites fuivant leur direction, & courbes fuivant leur largeur.

Cette divifion fait tout d'un coup apercevoir quels font les inftrumens dont on peut fe fervir pour les former. 1.° Que les planes ne peuvent fe faire à la *Régle*. 2°. Celles qui font toutes courbes ne peu-

vent ſe faire qu'avec la *Cerche* d'un contour oppoſé à celui de leur ſurface, c'eſt-à-dire, Concave pour les Extrados, & Convexe pour le creux de la Doële. 3.° Enfin que les mixtes peuvent ſe faire par le moyen de l'un de ces deux inſtrumens, *la Régle* ou *la Cerche*.

Il faut encore ſouſdiviſer les mixtes, en celles dont la courbure eſt égale, comme aux Berceaux Cylindriques, & inégales, comme dans les coniques. Les premieres peuvent ſe faire indifferemment avec la Régle ou la Cerche; mais les autres ne peuvent ſe faire commodément qu'à la Régle; parce qu'il faudroit continuellement changer de Cerche.

Des Segmens Cylindriques.

Quoique l'on puiſſe choiſir pour former une ſurface cylindrique l'inſtrument courbe de la cerche, ou le droit de la Régle, & que l'un des deux ſuffiſe, il eſt cependant vrai que pour bien operer on a beſoin de l'un & de l'autre. Si l'on ſe borne à l'uſage de la cerche, il ſuffit pour la préparation de la taille de la pierre ou du bois de dreſſer un parement, pour y tracer les côtez paralleles *h i* de la portion *Fig.* 10. cylindrique, leſquels doivent ſervir d'appui à la cerche C, ſoit qu'il s'agiſſe de creux ou de boſſe, de Doële ou d'Extrados. Ces deux côtez étant tracez ſur le parement, il n'y a qu'à abatre la pierre ou le bois, juſqu'à ce que la cerche C, poſée toujours perpendiculairement à ce parement, ſe meuve ſur ces lignes droites, & s'ajuſte parfaitement dans le creux *h m e*; ou ſur la convexité, ſi au lieu du creux il s'agit d'un morceau convexe, enſorte qu'il ne reſte aucun vuide entre l'un & l'autre.

Si l'on veut ne faire uſage que de la régle RE, au lieu d'un ſeul parement *a d*, qui répond à la Doële, il faut en faire deux oppoſez *af*, *bg* paralleles entr'eux qui ſont les baſes, en termes de l'art les têtes de la pierre; parce que pour déterminer la poſition de cette régle RE, il lui faut fixer deux appuis, comme il en a fallu deux à la cerche pour déterminer la poſition de l'arc; or ceux-ci ne peuvent être raſſemblez ſur une même ſurface plane, mais ils doivent être ſéparez de l'intervale des baſes du cylindre; parce que la cerche ou modele courbe doit ſe mouvoir en ligne droite, & le modele droit doit ſe mouvoir en ligne courbe, circulaire ou Elliptique, ſelon la nature des baſes ou ſegmens du cylindre à faire.

D'ou il ſuit qu'on peut s'y prendre de deux manieres pour l'exécution.

Premierement; ſi l'on veut ne ſe ſervir que de la régle, il faut com-

mencer par dreſſer deux paremens paralleles entr'eux & oppoſez, pour y placer les ſegmens des baſes donnez; c'eſt-à-dire, pour former les deux têtes de la pierre, & tracer ces deux ſegmens égaux, de maniere que leurs cordes ſoient paralleles; c'eſt pourquoi après avoir tracé le premier avec un panneau ou avec le compas, ſi le centre ſe trouve ſur la tête on appliquera une régle ſur ſa corde, & une autre régle à la tête oppoſée, qui ſe bornoye par celle-ci, enſorte qu'étant regardées en profil, l'une ne paroiſſe pas croiſer l'autre; dans cette ſituation on trace la ligne qui doit ſervir de corde au ſecond arc, ſur laquelle on applique le panneau du même ſegment de cercle ou d'Ellipſe pour le tracer, ſi les têtes ſont paralleles, ou un autre ſegment donné ſur l'Epure, ſi elles ne le ſont pas; puis ayant tracé ces deux têtes, on abatra la pierre à la régle entre les deux arcs des baſes, la faiſant couler ſur ces arcs parallelement à des diſtances proportionelles des extrémitez de ces arcs, comme l'on voit à la fig. 10. la régle RE; alors le creux cylindrique ſera bien formé.

Secondement, ſi l'on ne peut ſe ſervir que de la cerche C, on commencera à dreſſer un parement *ablK* [par le Problême premier] ſur lequel on tracera deux lignes droites *hi*, *ed*, paralleles entr'elles, & diſtantes de l'intervale de la corde *he*, de la cerche du creux qu'on veut former, puis ſans s'embaraſſer de former des paremens pour y tracer les têtes, on abatra la pierre ſuivant le contour de la cerche C, qu'on tiendra bien perpendiculairement à la premiere ſurface plane, & qu'on fera couler dans cette ſituation le long des lignes droites *hi*, *ed*, qui doivent en guider le mouvement, enſorte qu'il ne paroiſſe aucun jour entre la pierre & la cerche; mais comme il pourroit arriver que la cerche s'enfonceroit un peu trop dans le creux, ſans qu'on s'en apperçût, ſi le ſegment approchoit beaucoup de la grandeur du demi-cercle, il faut pratiquer deux parties faillantes *op*, qui ſoient les continuations de la corde de part & d'autre, ſur leſquelles elle puiſſe s'appuyer; ainſi on eſt ſûr qu'elle ne s'enfonce ni trop ni trop peu.

On voit que dans la premiere pratique il faut deux paremens de préparation avant que de commencer à creuſer, & que dans celle-ci il n'en faut qu'une, mais auſſi elle eſt moins ſûre; parce qu'il s'y peut faire des ondulations que la régle ne feroit pas; il eſt auſſi vrai que la régle peut en faire dans la largeur, & ne pas ſuivre exactement le contour de la Courbe donnée; ainſi pour operer auſſi parfaitement qu'il eſt poſſible, il faut ſe ſervir de l'un & de l'autre inſtrument, ſçavoir de la régle & de la cerche.

Des Segmens Coniques.

Nous avons donné ci-devant le choix de deux inſtrumens pour former les ſurfaces cylindriques, il n'en eſt pas de même pour les coniques, on ne peut gueres ſe ſervir que de la régle; parce qu'il faudroit trop multiplier les cerches, qui varient de contour à chaque point de longueur, en ce que les ſections coniques ſemblables augmentent vers la baſe, & diminuent vers le ſommet.

D'ou il ſuit que la préparation à l'excavation d'une doële, ou à la formation d'une ſurface convexe d'extrados doit être faite par les deux ſurfaces planes des têtes, ſur leſquelles on placera les arcs & leurs cordes de la même maniere que nous venons de le dire pour les cylindriques, avec cette difference, que les arcs oppoſez quoique ſemblables n'étant pas égaux, le mouvement de la régle qui guide l'excavation ne doit pas être parallele à lui-même; mais plus grand vers la baſe que vers le ſommet du cone, dans le rapport des contours des arcs des deux têtes, & comme il n'eſt pas aiſé de bien conduire ce mouvement à vûë d'œil, il faut diviſer ces contours hmK, inl [*Fig.* 12.] en un même nombre de parties égales entr'elles, qui feront ſemblables à celles de la tête oppoſée, & placer la régle *re* ſur les correſpondantes, par exemple, de la ſeconde diviſion d'une tête, à la ſeconde diviſion de l'autre, ainſi des autres, du tiers & du quart; dans cette ſituation la régle ne doit laiſſer aucun vuide au deſſous, ce que l'on connoît en voyant ſi le jour y paſſe. Il n'en eſt pas de même pour peu que cette direction ſoit changée, la régle ne peut y être appliquée ſans laiſſer du vuide. *Fig.* 12.

La raiſon en eſt bien ſenſible, parce que la régle doit tendre au ſommet du cone, dont ce ſegment eſt une partie tronquée, ſans quoi la ſection ne ſera pas verticale, c'eſt-à-dire par le ſommet; or nous avons démontré au premier Livre qu'il n'y a que celle-là de rectiligne.

Ce que nous avons dit pour la formation des ſurfaces concaves s'applique naturellement aux convexes de même eſpece & grandeur; mais l'uſage en eſt rare dans les voutes, elles ſont rarement extradoſſées.

Nous avons ſuppoſé dans ces exemples de ſegmens coniques & cylindriques, que les baſes ou têtes oppoſées doivent être paralleles entr'elles, pour la facilité de l'introduction à la pratique; mais rien n'empêche qu'elles ne faſſent avec la ſurface plane, qui paſſe par leurs cordes, tel angle que l'on voudra; l'operation ſera toujours exacte, mais elle produira des ſurfaces concaves ou convexes differentes du cylindre, par exem-

ple, on ne pourroit pas appliquer perpendiculairement une cerche qui auroit pour contour l'arc d'une de ces bases, à cause que l'obliquité change la section du cylindre, qui devient plus grande sans être plus profonde.

Des Surfaces Sphériques.

Puisque les sphères sont courbes en tout sens, il est évident qu'on ne peut les former qu'avec un instrument courbe, c'est-à-dire, une cerche, qui doit aussi se mouvoir sur un appui courbe, qui est le cercle de la base du segment qu'on veut former; or parce que le cercle est une figure plane, il faut commencer par dresser un parement sur la pierre ou le bois pour l'y tracer; & pour montrer que la position de la cerche sur ce plan n'est pas indifferente, nous allons établir les propositions suivantes.

Lemme I.

Plan. 29. Fig. 15. *Les Cordes égales dans des Cercles inégaux ont plus grande raison aux petits qu'aux grands Cercles.*

Soient deux cordes égales AB, HL [*Fig.* 15.] posées parallelement dans des cercles concentriques AGB, DKE, dont le centre est en C, & les rayons CD, CE menez par les extrémitez A & B, & CK par le milieu de ces cordes; ensorte que AF = HI.

Puisque les arcs AG & DK sont concentriques entre les mêmes rayons, il est clair qu'ils contiennent un nombre égal de degrez; mais la corde HL = AB ou sa moitié HI = AF [par la supposition] n'est que partie de celle de l'arc DK, donc elle est soutendante d'un arc d'un plus petit nombre de degrez du grand cercle, que du petit, *ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

D'ou il suit que le rayon du petit cercle AGB est à celui du grand DKE, comme la corde d'un même nombre de degrez, que le plus grand est à celle d'un plus petit AF : DM :: AC : CD :: HI : DM, ou comme AG plus grand en valeur de degrez est à HK plus petit en nombre de degrez.

Lemme II,

Les Arcs des Cercles inégaux, qui ont des cordes égales, sont entr'eux en raison réciproque de leurs flèches.

Fig. 16. Soient [*Fig.* 16.] deux arcs de cercles inégaux AGB, AFB, qui ont

la corde commune AB, dont les centres sont en D & C; je dis que ces arcs sont entr'eux en raison réciproque de leurs flêches EF, EG.

Si par leurs centres D & C, on mene une ligne fG, elle sera perpendiculaire à la corde AB, [par la 5. du 3.e d'Eucl.] donc EB sera le sinus commun de la moitié de ces arcs; or DB + DE = gE : EB :: EB : EG & CB + CE = fE : EB :: EB : EF [par la 13e. du 6.e d'Eucl.] donc si l'on retranche la partie CE, commune aux deux diametres gG, & fF ; on aura DB : CB :: EG : EF; mais les cercles sont entr'eux comme les rayons; donc BGA : BFA :: EG : EF, *ce qu'il falloit démontrer.*

LEMME III.

Si l'on fait mouvoir un Arc de cercle Majeur autour de sa Corde, laquelle soit aussi le Diametre de la Base d'un Segment de Sphère, il n'en touchera la Surface que lorsqu'il sera perpendiculaire à la Base de ce Segment.

Soit l'arc AFB, partie d'un cercle majeur d'une sphère AfBF, dont la corde AB est le diametre d'un cercle mineur AbBH, qui est la base d'un segment de sphère, représenté en profil par l'arc AFB. Si l'on suppose le même arc tourné perpendiculairement à celui-ci, son rayon sera représenté en profil par la ligne CF, & la corde égale à AB par le seul point E, sur lequel faisant mouvoir comme sur un pivot le rayon CF, le point C décrira l'arc *nc*, & le point F l'arc *l m*, lequel point se détache dans ce mouvement de part & d'autre de l'arc AFB, qu'il ne touche qu'en un seul point F [par la 13. du 3.e l. d'Eucl.] parce que [par la 3.e du même l.] CF passant par le milieu de AB lui est perpendiculaire, & par la 12. elle passe par les deux centres. Il en sera de même de toutes les lignes qui sont dans le plan du même arc de cercle majeur, & paralleles à EF, lesquelles n'atteindront à la surface du segment de sphère que dans la même situation perpendiculaire, par conséquent donneront une suite de points d'attouchement dans cette surface, qui feront la trace d'un arc égal à AfB, *ce qu'il falloit démontrer.*

Corollaire.

D'ou il suit, que si l'arc de cercle tournant sur une corde égale au diametre AB de la base du segment de sphère, appartient à un cercle mineur, il ne pourra tourner au tour du point E dans ce segment; parce que [par le 2.e Lemme] sa flêche sera plus grande que FE, par exemple Fx; alors il est clair qu'elle sera arrêtée dans la situation Ey, au-delà de laquelle elle ne pourra s'approcher du milieu F, il en sera de même de l'autre côté. Et si la flêche étoit moindre que

la ligne E F, il eſt évident qu'elle ne pourroit toucher au fond du ſegment nulle part; alors ce ſeroit une marque que l'arc, dont la corde ſeroit toujours égale à A B, appartiendroit à une plus grande ſphère, qu'à celle dont l'arc AEB eſt le profil du ſegment.

PROBLEME II.

Par trois Points donnez à la Surface d'une Sphère ou dans ſa projection, faire paſſer un Cercle, qui ſoit la Baſe du Segment, fait par un plan qui la coupe par ces trois points.

Fig. 17. Supposons premierement que ces trois points ſont donnez à la projection dans les circonſtances ordinaires aux traits des voutes ſphériques, qui ſont que deux de ces points comme 2 & 3 ſoient dans une ſection horiſontale, dont la projection eſt l'arc 2*f*3, & que le troiſiéme point 1 ſoit dans une ſection verticale, paſſant par le point donné 2, & par le centre de la ſphère.

Ayant tiré par les points 2 & 3 la corde 2, 3, on lui menera par le point 1 une parallele 1, 4, qui coupera l'arc 1 L 4 concentrique au premier 2*f*3 au point 4, on diviſera la corde 1, 4 en deux également en M, par où on tirera CL, qui diviſera auſſi 2, 3 en deux également en *m*, & l'arc 2, 3 en *f*. Par les points *f* & L on élevera ſur CL des perpendiculaires L*l*, *f*F, qui couperont le cercle majeur GAH aux points *l* & F, par où on menera deux petites paralleles à CL, ſçavoir *l*O, F*r*, qu'on fera égales aux flêches de la projection LM, *fm*; par les points *o* & *r* on tirera une ligne, qui coupera l'arc GAH aux points Y & *y*; leſquels ſeront les extremitez du diametre du cercle Y*qy*, que l'on cherche; il ne reſte plus qu'à le diviſer en deux pour en avoir le centre & le tracer.

Secondement, ſi les trois points donnez étoient ſans aucun ordre comme 1*e*D, il faudroit du centre C mener par chacun de ces trois points des arcs de cercles 1 P, D*p*, *ep*, juſqu'à un rayon AC, qu'ils couperont aux points P*pp*, par leſquels on élevera des perpendiculaires ſur AC, qui couperont l'arc AH aux points Y, *d*, E, & par ces points on menera des paralleles à AC indefinies Y*o*ⁿ, *dg*, E*x*, ſur leſquelles on portera les diſtances des points donnez priſes à la projection, à laquelle elles répondent, ſçavoir 1D à la plus baſſe en YS, 1*e* en Y*t*, & D*e* en *du*, puis par les points *tsu* élevant des perpendiculaires, qui couperont les horiſontales ſuperieures aux points *unx*, on aura les hauteurs des points donnez à la projection, au deſſus de l'inferieure 1; ſçavoir *su* pour celle du point D, & *tn* pour celle du point *e*. Enſuite *ux* pour celle du point *e* au deſſus du point D; ainſi ayant

tiré

tiré les lignes Y*u*, Y*n*, *dx*, on fera avec ces trois lignes un triangle YE^{n} g^{d}, à part, au tour duquel on circonſcrira un cercle, par le Problême que les Ouvriers appellent *les trois points perdus*. Ce ſecond cas ſe préſente rarement à le pratique des Traits des voutes.

DEMONSTRATION.

Puisque les arcs 2*f*3 & 1L4 ſont des ſections horiſontales de la ſphère, leurs flèches LM, *fm* ſeront auſſi horiſontales; par conſéquent elles ſont bien repréſentées au profil par des lignes L*o*, F*r* paralleles à une ligne CQ, qu'on ſuppoſe horiſontale, & l'arc QAF vertical, & la ligne *or*, qui paſſe par leurs extrémitez repréſentera en profil la ligne M*m* de la projection, laquelle eſt dans le plan qui paſſe par les quatre points 1, 2, 3 donnez, & le quatriéme trouvé; donc la ligne Y*y* eſt le profil de ce plan, lequel étant perpendiculaire au plan vertical QAYC, ne peut être repréſenté ſuivant les régles de la projection que par cette ſeule ligne; mais parce que le plan vertical dont CQ eſt la projection horiſontale, paſſe par le milieu du plan 1 2 3 4, il paſſera auſſi par le centre du cercle auquel cette ſurface ſera inſcrite; par conſéquent le milieu de la ligne Y*y* ſera le centre, & Y*y* le diametre de ce cercle, *ce qu'il falloit trouver*.

Pour le ſecond cas, il eſt clair que les hauteurs reſpectives des points donnez D & *e*, à l'égard du point 1, & celle du point *e*, à l'égard du point D, ſont bien trouvées, en ce que leurs diſtances du centre C ſont rapportées ſur une même horiſontale AC, priſe pour baſe d'un quart de cercle vertical AHC, à la circonference duquel ſont terminées les verticales élevées ſur les points P*pp*, qui repréſentent les donnez 1*e*D; ainſi la projection horiſontale, & la hauteur verticale étant données, l'hypotenuſe de chaque triangle rectangle ſera la juſte diſtance d'un point à l'autre, comme nous l'avons démontré au troiſiéme Livre.

PRATIQUE.

Faire un Segment de Sphère Concave ou Convexe.

Soit [*Fig.* 18.] un quartier de pierre brute AD, dans lequel on veut creuſer une portion de ſphère. *Fig.* 18.

Ayant dreſſé un parement [par le Probl. I.] c'eſt-à-dire, une ſurface plane, on y tracera le cercle *fng* FoK, dont le diametre eſt trouvé par le Problême précedent, pour celui de la baſe du ſegment propoſé; puis on diviſera le contour de ce cercle en autant de parties éga-

les qu'on voudra, comme ici en quatre, aux points f, g, F, K, par lesquels & par le centre C on tirera des diametres fF, gK.

On fera ensuite une *Cerche* avec un morceau de planche mince, qu'on coupera suivant le contour d'un arc d'un cercle majeur de la sphère, c'est-à-dire, décrit avec la moitié de son diametre, il n'importe de la grandeur de cet arc, pourvû que sa corde ne soit pas moindre qu'un diametre fF, il faut même qu'il soit plus grand, ou du moins la cerche plus large que la flêche CP, pour la commodité du maniement.

On commencera par creuser le long d'un diametre comme fF une rigole qu'on appelle *plumée* pour y ajuster la cerche perpendiculairement au parement, ce qu'on peut faire assez juste à vûë d'œil, ou si l'on veut en y appuyant une équerre, comme on voit, à la figure, la cerche HFR, appuyée contre la branche qr de l'équerre eqr.

On en fera autant sur un ou plusieurs diametres, qui croisent le premier, comme sur gK, & l'on marquera au fond le milieu ou pole du segment P, puis on enlevera la pierre entre ces rigoles ou plumées, en présentant de tems en tems la cerche, qu'on fera tourner sur ce milieu comme sur un pivot, sans l'incliner à droite ni à gauche; ensorte que les extremitez de la corde on affleurent toujours le parement, & que le point P touche au fond sur la marque qu'on y a faite, aussi bien que tout le contour de la cerche, ce que l'on connoît, lorsqu'elle bouche le passage de la lumiere; car pour peu qu'elle trouve d'inégalité dans le fond on voit le jour entre deux. Et afin que l'épaisseur de la planche ne donne pas un faux contour, il faut qu'elle soit taillée de part & d'autre en *chanfrain*, plus ou moins aigu, selon qu'il convient à la grandeur ou petitesse de segment.

La nécessité de ces précautions est démontrée dans les Lemmes précedens particulierement au troisiéme, par lequel on voit que si la cerche étoit inclinée sur la corde on, le ségment qui seroit creusé suivant son contour ne seroit plus portion de la sphère proposée, mais d'un autre de plus grand diametre, dans le rapport réciproque de la fausse profondeur, que donneroit la cerche, inclinée à celle de la même en situation perpendiculaire.

La démonstration de cette pratique est fondée sur ce que tous les cercles, qui passent par le centre de la sphère sont égaux entr'eux; de sorte que la cerche étant portion d'un grand cercle, doit convenir & s'ajuster à la surface de la sphère toutes les fois & dans toutes les positions, où son plan doit passer par ce centre; mais il ne peut y passer que lorsqu'il fera ses révolutions sur son axe, comme sur un pi-

vot, qui tourne ſur le pole P, ou qu'étant incliné au plan de la baſe hors du milieu, il le ſera de maniere qu'il paſſe encore par le centre, ce qui n'eſt pas ſi aiſé dans la pratique, que de le placer perpendiculairement au plan de la baſe du ſegment, où l'on peut ſe ſervir d'une équerre comme nous l'avons dit; car l'uſage du biveau, qui pourroit ſervir pour donner l'inclinaiſon à la cerche, ſuppoſe, ce qui eſt en queſtion, qu'on a tracé un cercle majeur dans le ſegment, ſur lequel le biveau doit avoir une de ſes branches, & l'autre doit être perpendiculaire au plan de la cerche.

Second Cas.

Pour former ſeulement une portion de Segment.

Il arrive quelquefois qu'on veut creuſer une portion de ſegment dans une pierre *abde*, qui n'eſt pas aſſez large pour y tracer le cercle de la baſe entiere; de ſorte qu'on ne peut y avoir que deux arcs de cette baſe diametralement oppoſez. Alors la maniere la plus ſûre & la plus correcte ſeroit de chercher la flêche du ſegment de cercle mineur, qui a pour corde la ligne *rs*, où la pierre manque, pour y décrire l'arc de baſe *ros*, ce qui n'eſt pas bien difficile. *Fig. 19. & 19ᵃ.*

Soit le ſegment OPQ [*Fig.* 19ᵃ.] la portion de la cerche HPR, qui doit entrer dans le creux de la pierre. On portera la moitié de la largeur *ae* de cette pierre, du milieu C, en D, par où on tirera D*y* parallele à la portion du rayon du milieu C P, & l'on aura la longueur D*y*, qui ſera la flêche qu'on cherche. Ainſi par les trois points donnez *rs* *, extremitez de la corde du ſegment, & *y* extremité de la flêche, on ſera paſſer un arc de cercle, qui ſera le modele de la cerche qu'il faudroit appliquer aux côtez oppoſez de la pierre *r s*, & *v u*, où elle manque, pour la formation du ſegment entier de la ſphère. * *Fig.* 19.

Mais ſi l'on veut s'épargner cette peine, qui entraîneroit avec elle l'obligation de dreſſer les côtez de la pierre pour y placer cette cerche, comme un panneau, au lieu qu'on peut les laiſſer brutes, & cependant faire la portion de ſegment de ſphère demandée, ſans erreur ſenſible; on peut s'y prendre autrement.

Ayant décrit une portion de cercle majeur HPR, pour en former la cerche comme on la voit à la figure au deſſus; d'un point P, pris pour milieu, on prendra deux arcs égaux PH & PR, plus grands que les deux PO & PQ, qui doivent être dans le creux du ſegment de ſphère, pour avoir le bord de la cerche HR, au deſſus du plan de ſa baſe. Enſuite par les points F M*gfm*G, où les lignes diagonales *ad*, *Fig.* 19.ᵃ

be, & celle du milieu M*m* coupent les arcs *rv*, *us* de cette baſe, on tirera des tangentes à ces arcs, ou ce qui eſt la même choſe des perpendiculaires aux diametres, comme TN d'un côté, *tn* de l'autre; puis ayant fait les plumées ſuivant les diagonales F*f*, G*g*, & la ligne du milieu M*m*, avec le contour de la cerche HPR, que la perſpective nous oblige de repréſenter dans cette figure en portion d'Ellipſe, quoique ce
Fig. 19^a. ſoit la même qui eſt en arc de cercle au deſſus marquée des mêmes Lettres. On marquera au fond du ſegment avec préciſion le point P, milieu du creux où ſe croiſent les trois poſitions de la cerche, qui ont donné la formation des deux triangles ſphériques égaux FP*g*, GP*f*.

Ensuite pour former les portions du ſegment, qui ſe trouvent au delà de ces triangles ſphériques, on tiendra toujours le milieu P de la cerche ſur celui du ſegment, & on la tournera ſur ce point comme ſur un pivot, en bornoyant la ligne HR par une des tangentes TN, ou *tn*, afin qu'elle ne panche pas plus à droite qu'à gauche, je veux dire vers X que vers Q; ſuivant ces points on abatra la pierre pour que le creux s'ajuſte parfaitement à ſon contour, en toutes ces ſituations.

Demonstration.

Premierement, dans la figure 19^a. il eſt viſible que la ligne D*y* étant parallele à la flêche C P, peut exprimer la ſection d'un plan coupant la ſphère perpendiculairement au cercle, qui eſt la baſe du ſegment, dont la ligne OQ repréſente le diametre, comme on le voit en perſpective à la fig. 19; or les paremens des côtez de la pierre *ab* & *ed* ſont ſuppoſez d'équerre au parement *ad*; donc l'arc d'un cercle mineur paſſant par *rys*, exprimé par D*y* de la fig. 19^a, exprimera auſſi parfaitement la ſection de la ſphère faite par le plan d'un des côtez de la pierre qu'on doit creuſer.

Secondement, puiſqu'il eſt de l'eſſence de la ſurface ſphérique, que tous ces points ſoient également éloignez du centre, la corde *yx* doit être perpendiculaire à la flêche CP, qui repréſente une portion de l'axe, & les points *yx* doivent être également éloignez des points C & P, ſans quoi ils ne pourroient être équidiſtans du centre, qui eſt dans la prolongation de la ligne PC; or puiſque toutes les ſections que l'on peut faire dans la ſphère par la corde *yx* ſont des cercles, il ſera toujours vrai que les tangentes de ces cercles, qui ſeront paralleles à cette corde, le ſeront à toutes les lignes qui lui ſeront paralleles, comme HR; donc ſi l'on fait une parallele à la tangente dans un plan quelconque paſſant par cette corde, on en déterminera par ce moyen la poſition [par la 9.e du 11.e liv. d'Eucl.] donc ſi HR

eſt parallele à TN, *y x* la ſera auſſi, & les points *y* & *x* ſeront équidiſtans du centre de la ſphère, *ce qu'il falloit faire.*

Nous n'avons parlé juſqu'à préſent que de la formation du ſegment de ſphère concave; parce que c'eſt le plus uſuel dans la pratique des voutes, s'il s'agiſſoit d'en former un convexe, comme il arrive aux voutes extradoſſées, ou pour former un globe; il eſt premierement évident qu'il faut que les cerches ſoient d'une courbure contraire aux précedentes, c'eſt-à-dire, qu'elles ſoient concaves au lieu d'être convexes, comme elles doivent être pour la formation de la doële. Mais il faut de plus commencer par la formation d'un Cylindre Droit, comme on voit à la fig. † au deſſus du chiffre 20, pour avoir dans une de ces baſes celle du ſegment, & dans la direction de ſes côtez celle de l'axe de la ſphère, qui doit être perpendiculaire à la baſe du ſegment; ainſi ayant formé un cylindre convexe par une pratique contraire à celle que nous avons donné au Problême précedent pour le concave ſur un diametre donné *f* F ou *g* K, & de la hauteur de la flèche CP trouvé par le profil, on fera une cerche concave d'un arc de cercle majeur de la ſphère égal à la profondeur du ſegment; puis la poſant ſur le centre P de la baſe ſupérieure du cylindre, perpendiculairement à cette baſe on abatra la pierre en croix *abed* pour bien ſe conduire, & enſuite le reſte en faiſant tourner la cerche ſur le pole P, enſorte que ſon extremité parcoure la circonference de l'autre baſe *fg* FK. *Fig.* †

REMARQUE.

On voit par toutes ces précautions que l'Auteur du Livre de la *Pratique de la Coupe des pierres*, n'a pas pourvû aux imperfections & aux défauts de la méthode de creuſer ſes *Ecüelles* à la pag. 60. particulierement lorſqu'elles ſont ébrêchées, faute de largeur ſuffiſante de la pierre deſtinée à faire un vouſſoir, puiſqu'il ne régle point la poſition de la cerche; cependant il eſt clair, par ce que nous venons de dire, qu'on ne peut la mettre en bonne ſituation qu'avec certaines précautions, leſquelles étant négligées il eſt bien difficile qu'elle ne donne une fauſſe plumée, qui altere la régularité de la ſurface ſphérique; car ſi elle panche, par exemple, ſuivant la poſition ponctuée *h'z*, le point P s'approchera du côté *ed*, & le point *x* s'abaiſſera en *z* au deſſous de la vraie ſurface ſphérique; donc l'arc P*z* ſera tout hors de la ſphère, qui doit avoir pour baſe de ſegment le cercle *rsu*V, puis la perpendiculaire au plan de ce cercle paſſant par P ne paſſera plus par ſon centre.

On voit auſſi par la même raiſon que la maniere dont le P. Deran fait ſes doëles ſphériques par le moyen des deux diagonales de ſa pierre

ad, *be* ne peut conduire les Ouvriers, même encore fort imparfaitement, qu'à la formation des deux triangles ſphériques oppoſez *r*PV, *s*P*u*, & que les reſtes du ſegment *r*P*s*, VP*u* ſont faits au hazard.

U S A G E.

La formation d'un ſegment de ſphère ſert 1.° à celles de toutes les clefs des voutes ſphériques, dont les doëles & les extrados ſont des ſegmens complets.

2.° A la préparation des autres vouſſoirs, qui ſont des ſegmens de ſphère tronquez de pluſieurs côtez, ordinairement de quatre arcs dans les arrangemens ſimples des vouſſoirs, quelquefois de ſix, comme dans les arrangemens variez aux angles d'enfourchemens, dont nous parlerons ci-après.

Remarque Hiſtorique.

Le plus grand ſegment de ſphère qui ait peut-être jamais été fait d'une ſeule piece, eſt la clef de la voute du Dôme de l'Egliſe de Ste. Marie de la Rotonde, bâtie hors de Ravenne en Italie, vers l'an 757. à laquelle quelques Auteurs donnent dix pieds de diametre, & qu'ils diſent peſer environ deux cens miliers. Mais ſi l'on en croit Scamozzi, la choſe eſt bien plus merveilleuſe. Il aſſûre que toute la voute qui a trente ſept pieds de diametre, qui font 40. des nôtres, s'il ſe ſert de ſa meſure ordinaire du pied Vicentin, eſt toute d'une piece, *la Cupoletta*, dit-il, *del Tempietto di S. Maria fuori di Ravenna di diametro di 37. piedi è tutto d'un Pezzo di pietra*, liv. 8. chap. 14. Il faudroit pour l'en croire que cette Egliſe eût été taillée dans le Rocher, comme celle de St. Emilion en Guienne, ce que l'on ne dit pas de celle de Ravenne.

Si la voute n'eſt pas exactement ſphérique mais ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, alors la clef & les vouſſoirs ne ſont plus des ſegmens de ſphères mais de ſphéroïdes, qui demandent plus d'attention pour les bien exécuter, comme nous allons le dire.

Des Segmens des Sphéroïdes.

Probleme. III.

Par trois points donnez à la Surface d'un Sphéroïde, dont on a la Projection, faire paſſer une Ellipſe, qui ſoit la Baſe du Segment, fait par un Plan, qui le coupe par ces trois points.

Ce ne ſeroit pas aſſez de trois points pour déterminer le contour

d'une Ellipſe dans toute autre circonſtance que celle de la ſection d'un ſphéroïde; parce que par trois points donnez dans un plan, on peut faire paſſer pluſieurs Ellipſes differentes; ce n'eſt pas même aſſez de quatre en general; ici c'eſt aſſez de trois pour déterminer la poſition d'un plan, pourvû qu'ils ne ſoient pas en ligne droite dans la projection.

Premier cas, où deux des Points donnez ſont dans une ſection parallele à un des Axes.

Premier Exemple, dans le ſphéroïde applati ou oblong, où l'axe eſt en ſituation verticale, & où les ſections horiſontales ſont des Cercles.

Soit [*Fig.* 17.] le demi cercle HBG la projection horiſontale de la moitié d'un ſphéroïde ou voute de four ſurbaiſſée, dont le profil, ou ſection verticale par l'axe eſt le quart d'Ellipſe *hs*B, & les points donnez 1, 2, 3, par leſquels il faut faire paſſer un plan, dont la ſection ſera une Ellipſe, par le Theor. V. [du livre 1.] Du point C, centre du ſphéroïde & de la diſtance C1 pour rayon, on décrira un arc 1, 4, qui coupera le rayon C3 prolongé au point 4, on diviſera la corde 1 4 en deux également en N, pour tirer par ce point N le rayon C*y* indéfini. *Fig.* 17.

Par les points 2 & 1, on élevera des perpendiculaires ſur le rayon CB, qui couperont l'arc Elliptique *hs*B aux points o & Q, par leſquelles on menera *on*, QR, paralleles à CB, qu'on fera égales aux flêches de la projection NO & *rq*. Par les points *n* & R on tirera une ligne, qui coupera cet arc au ceintre ſurbaiſſé aux points Y & *y*; la ligne Y*y* ſera un des axes de l'Ellipſe qu'on cherche.

Pour tracer ſon conjugué, on le diviſera en deux également au point M, par où on tirera Ps^2 parallele à CH, qui coupera l'arc au point s^2. Du point C pour centre, & CP pour rayon on décrira un arc de cercle, qui coupera le rayon du milieu C*y* au point C^n, d'où on portera la hauteur Ps^2 en C^nS; puis ayant tiré par le point C^n la perpendiculaire 5, 6 ſur CS, qui coupera le demi cercle horiſontal GBH aux points 5, & 6; on prendra cette ligne 5, 6 pour grand axe d'une ſection verticale de ſphéroïde, & C^nS moitié du petit axe, avec leſquels on décrira une demi-Ellipſe 5, S, 6. On portera la flêche Ms^2 du profil en *m*S, ſur le demi axe de cette Ellipſe, & par le point *m* on menera la ligne X*x*, parallele à 5 6, qui coupera cette Ellipſe aux points X & *x*; cette ligne X*x* ſera le grand axe de l'Ellipſe qu'on cherche, dont le petit axe eſt la ligne trouvée Y*y* du profil, ce qui donne une Ellipſe telle qu'on la voit repréſentée au deſſous à part, marquée des mêmes lettres, avec la petite lettre *a* en $Y^a y^a$.

Second Exemple, dans le Sphéroïde oblong ou aplati, dont les Sections horisontales sont des Ellipses semblables.

Fig. 20. SOIT [*Fig.* 20.] le sphéroïde oblong ADB, dont l'axe DE est en situation horisontale ; les sections horisontales étant des Ellipses ; & deux des points donnez étant dans une de ces Ellipses, il faut encore considerer leur position en deux cas differens, qui rendent l'operation plus ou moins facile & simple.

Premier cas, où deux des points donnez sont équidistans d'un des axes de l'Ellipse, comme ceux marquez 2 & 3 ; en ce cas, ainsi que dans l'exemple précedent, on trouve les axes par la même construction, & plus facilement parce qu'après avoir abaissé du milieu *m* de la corde X*x*, une perpendiculaire N*z* sur CE [comme dans l'exemple précedent de la fig. 17. P*s*² sur CB] on menera par le même point *m*, la ligne *m*V perpendiculaire à N*z*, & du point N pour centre, & pour rayon N*z*, on décrira l'arc de cercle *z*V, qui coupera *m*V au point V ; la ligne *m*V sera la moitié du second axe. Nous aurions pû prolonger V*m* pour avoir l'axe entier de l'autre côté ; mais nous ne l'avons pas fait pour éviter la confusion des traits de la figure. Par le moyen des deux axes on décrira une Ellipse telle qu'elle est à la fig. à part V*xu*X.

Second cas, où les points donnez *e* 2 sont entre les axes AB & DE. Ayant tiré la corde *e* 2 on la divisera en deux également au point *o*, & on lui menera par le troisiéme point donnée *d* une parallele *d*1 qui coupera l'Ellipse *d*1L4 de la section horisontale par le point *d* au point 1, on divisera aussi la corde *d* 1 en deux également au point *q*, par où & par le milieu *o* de la premiere corde on menera une ligne indéfinie FG, qui coupera l'Ellipse ADBE aux points F & G. On divisera la ligne FG en deux également au point *x*, qui se trouve ici sur la ligne CB tout près de C, d'où comme centre, & CB pour rayon on décrira un arc de cercle, qui coupera en *z* la ligne menée par *x* parallelement à CH, la ligne *zx* est le demi axe d'une Ellipse dont FG est le grand axe.

SOIT *bp*F un quart de cette Ellipse, par les points P & *r* où la ligne FG coupe les Ellipses des sections horisontales on élevera des perpendiculaires *p*P, *r*R, qui couperont ce quart d'Ellipse aux points *p* & R, par lesquels on tirera des petites lignes *p*Q & R*o* paralleles à FG, qu'on fera égales aux flêches P*q* & *ro*. Ensuite par les points Q & *o* du profil on tirera la ligne Y*y*, qu'on divisera comme dans les exemples précedens en deux également en *m*, d'où on abaissera sur FC la perpendiculaire *m* C, de même que du point Y la perpendiculaire YK, & de l'autre point *y* la perpendiculaire

culaire yk la ligne Kk fera la projection d'un des diametres de l'Ellipfe qu'on cherche, dont la vraie longueur eft la corde Yy de l'Ellipfe Fph, auquel diametre les lignes d 1 & e 2 font des *ordonnées*. Il ne s'agit que de trouver l'angle qu'elles font avec ce diametre. Pour cet effet on tirera les lignes dK & K1, dont il faut trouver les vraies longueurs, ou bien feulement de Kd & Kq.

Soit la ligne Tz fa hauteur de la premiere fection horifontale, qui paffe par le point donné d, qui eft prife au deffus de AC de la diftance Pp, on lui fera une parallele ki à la hauteur de YK; enfuite on portera la longueur Kd de la projection, fur cette ligne en kd, & la longueur de la projection Kq en kq fur la même. Par les points qdi on élevera des perpendiculaires, qui couperont l'horifontale Tz aux points xyz, les lignes tirées à ces points du commun k feront les vraies longueurs des projections Kd, Kq, Ki. On tracera par leurs moyens une Ellipfe à part, qui fera celle qu'on cherche.

On prendra une longueur ky, [*Fig.* 20^3 *au coin en bas*] égale à la corde Yy, qu'on divifera en deux aux points C^x, cette ligne fera un diametre, & Cx le centre. On prendra la longueur kx du profil, qui eft exprimée à la projection par Kq, & on la portera fur Ky en Kq^x. du point q^x pour centre, & pour rayon qd du plan horifontal, on fera un arc de cercle en d^x, & du point k pour centre, & pour rayon kd du profil, on fera un autre arc qui coupera la perpendiculaire au point d^x, ce qui donnera l'angle $d^xq\ k$, & l'ordonnée d^xq^x, au diametre ky, par le moyen de laquelle on tracera [par le Probl. IV. du 2.e Livre] l'Ellipfe kd^xey21, qui eft celle qu'on cherche.

Second cas, de la pofition des points donnez en toute forte de Sphéroïde, lorfqu'ils font fans aucun ordre, comme les points 5, 6, 7, on tirera par ces points des lignes droites 5,6 & 5,7, prolongées indéfiniment par les points 5 & 6, on élevera des perpendiculaires 5,5.^{e} 6,6.^{e} égales à la hauteur des points correfpondans à la furface du fphéroïde, fur leur projection qu'il eft aifé de trouver; par exemple, pour le point 6 on menera par ce point la ligne W9, parallele à CB, & par le même point une perpendiculaire 6,9^r indéfinie, enfuite du point W pour centre, & pour rayon W9 on décrira un arc de cercle qui coupera cette perpendiculaire 6,9^r au point 9^r, la longueur 6,9^r portée de 6 en 6e donnera le point 6e pour la hauteur verticale du point, dont 6 eft la projection. *Fig.* 20.

Supposant de même que le point 5.e eft la hauteur du point 5, on menera par les points 5e & 6e une ligne 5e o^r, qui coupera la ligne 5, 6 prolongée au point o^r. On élevera de même fur la ligne 5, 7 des perpendiculaires 5, 5^u, 7, 7^u égales aux hauteurs

trouvées, & l'on menera par les points $5'' 7''$ une ligne qui coupera l'horisontale 57 au point o''; la ligne menée par les points $o'' o'$ sera la section du plan qui passe par les trois points donnez avec l'horison, c'est-à-dire, avec le plan de l'Ellipse ADBE prolongé, lequel coupant le sphéroïde, sera pour section une Ellipse [par le Theor. V. du 1. l.]

Pour la décrire on fera passer par les points 6, 7 des arcs Elliptiques semblables à BgE, & des lignes droites paralleles à $o'' o'$, elles couperont ces arcs aux points $6' 7'$, & la ligne passant par le milieu de ces cordes sera un diametre ou un axe de la projection de l'Ellipse, dont il faut trouver la longueur comme dans les cas précedens, ausquels on revient par cette préparation.

Ce que nous venons de dire pour les points donnez dans le sphéroïde alongé, dont l'axe est horisontal, s'applique naturellement à celui dont l'axe est vertical, il ne s'agit que de faire attention, que les sections verticales qui servent à trouver les hauteurs des points donnez, sont des Ellipses dans ces derniers, au lieu que dans l'autre ce sont des cercles, lorsqu'elles sont perpendiculaires au grand axe.

Demonstration.

Toutes les sections planes d'un sphéroïde étant des Ellipses, comme il a été démontré au Theoreme V. du premier Livre, & 3. points étant nécessairement dans un plan, il est clair que la base d'un segment de sphéroïde est une Ellipse, qui doit passer par trois points donnez; mais parce que par trois points, qui ne sont pas en ligne droite, on peut faire passer plusieurs Ellipses differentes, il faut avoir quelque chose de plus pour déterminer l'Ellipse, qui est la section demandée du sphéroïde; ainsi on cherche un diametre, lequel donne encore deux points; or avec cinq points on peut déterminer le contour d'une Ellipse, & démontrer qu'il n'en peut avoir qu'une, qui passe par ces cinq points.

Dans la premiere supposition, où deux points sont équidistans de l'axe, la position du plan coupant est déterminée perpendiculaire au plan passant par l'axe ED verticalement & horisontalement; ainsi le diametre trouvé xX est un axe, dont le conjugué est la ligne perpendiculaire sur son milieu m, terminée au sphéroïde, dont la section suivante Nz est un cercle. Fig. 20.

Dans la seconde supposition la ligne passant par le milieu des lignes $e\,2$ & $d\,1$ est un diametre, qui coupe les ordonnées en deux également.

Enfin dans la troisiéme supposition, il est clair que puisque les

points *or* & *on* sont les rencontres des lignes menées par les points donnez, & par leur situation à l'égard de l'horison, c'est-à-dire, les cordes des sections Elliptiques, la ligne menée d'un de ces points *or* à l'autre *on* sera la section du plan passant par les trois points, avec celui de l'horison ADBE prolongé, de sorte qu'il n'y a qu'une Ellipse, qui puisse couper le sphéroïde dans cette circonstance, & satisfaire au Problême. Or les lignes menées par les points donnez parallelement à cette situation, couperont le sphéroïde en des points de même hauteur; par conséquent la construction du Problême retombe dans le cas précedent.

PRATIQUE.

Faire un Segment de Sphéroïde alongé ou aplati, dont la Base & les Sections perpendiculaires à la Base sont données.

La maniere de faire une portion de surface de sphéroïde, soit en creux, soit en bosse, est la même que pour la sphère, avec cette difference, que la même cerche ne peut pas servir en toutes sortes de positions perpendiculaires à la base du segment; car elle ne peut servir que pour une position, non seulement à l'égard des axes de la base, mais encore à l'égard du pole du sphéroïde; parce que les Ellipses sur lesquelles on forme les cerches sont plus concaves vers le grand axe que vers le petit, où elles sont moins courbes.

La portion du segment de sphéroïde sera aussi bien faite, si l'on trace une tangente sur le plan de la base, parallele à la corde de la cerche; mais il faut remarquer que ce soit dans un de ces cas, où les quatre angles de la portion de segment sont dans un même plan; ensorte que la doële ne soit pas gauche.

PROBLEME IV.

Faire une Surface quelconque régulierement irréguliere.

En Termes de l'Art.

Une Surface Gauche.

Pourvu que l'on conçoive bien la generation de ces surfaces, il ne sera guères plus difficile de les tailler dans la pierre ou le bois, que les régulieres.

Premierement, il faut commencer par supposer un plan qui passe par trois de ses angles, & chercher la distance, dont le quatriéme angle s'éleve au dessus, ou s'abaisse au dessous de ce plan; ensuite y

placer les côtez droits ou courbes, qui doivent servir d'appui à la régle generatrice, les tailler par des cifelures pour faire place, par une rigole, ou plumée, à la régle, qui doit être appliquée sur les deux lignes opposées, & continuer à la faire mouvoir sur ses appuis, suivant l'exigence du mouvement generateur de la surface.

Soit, pour *premier exemple*, une surface gauche de cette espece, que nous avons appellé *Doliolime*, comme la doële de la vis St. Giles, quarrée AB*m*DFM, qui est la même que celle de la fig. 7. renversée ou vûë par dessous. On commencera à l'ordinaire par dresser une surface, suivant le Problême premier, sur laquelle on tracera le contour de la surface plane ABD*f*, dont les trois angles ABD touchent les sommets de ceux de la surface gauche, & dont le quatriéme F est placé par la perpendiculaire *f*F, tirée du quatriéme angle F, de la surface gauche, au plan ABD*f*; ensuite on fera trois paremens de retour d'équerre sur les lignes A*f*, *f*D, DB, & sur l'angle F on portera la perpendiculaire *f*F; on tirera FD & FA sur les faces AF, *f*D, on tracera les arcs de la courbure de cette doële A*b*F, BHD, enfin on abatra toute la pierre qui se trouvera renfermée entre les quatre côtez, dont deux AB, FD sont droits, & A*bf*, BHD courbes, en appuiant toujours la régle RE sur les deux arcs opposez, sur lesquels on la fera mouvoir à-peu-près parallelement aux côtez, soit pour former une surface concave ou une convexe, comme on voit dans cette figure. Je dis à-peu-près; parce que ces côtez ne sont pas paralleles, mais pour lui donner la situation qui lui convient suivant la plus grande exactitude, on divisera les arcs opposez en un même nombre de parties égales, & l'on placera la régle sur les parties correspondantes 1 & 1, 2 & 2, &c.

Fig. 7. de la Plan. 28.

Quoique nous fassions ici les côtez circulaires opposez dans des surfaces paralleles entr'elles, & perpendiculaires au plan AD, il peut arriver qu'elles doivent lui être obliques. Il n'importe ici pour un exemple, qui n'est qu'une introduction à la pratique.

Second Exemple d'une de ces Surfaces Gauches que j'ai appellé Mixtilime.

Fig. 13. Soit [*Fig.* 13.] une surface gauche ABDF, qui a trois côtez droits & un courbe; comme sont les *Arrieres-voussures réglées & bombées.* Ayant dressé un parement sur une pierre, on y tracera le plan ABD*f*, qui passe par trois des angles de cette surface, & dont le quatriéme *f* est déterminé par la perpendiculaire F*f*, tirée du quatriéme de la surface courbe sur la surface plane qui en est la projection renversée; on fera trois paremens AD, AF, DF perpendiculaires entr'eux, on portera sur l'arête *f*H la hauteur *f*F, distance de la surface gauche à la droite, qui passe par trois de ses angles. Du point F on menera FD, &

du même l'arc donné FMA ; & on abatra de la pierre ou du bois en suivant la direction de la régle RE, placée sur les points des divisions correspondantes sur la droite BD, & l'arc AF tout ce qui est compris dans les trois côtez AB, BD, DF droits, & le quatriéme FMA courbe, que l'on aura divisé en même nombre de parties que son opposé droit BD, pour donner à la régle RE directrice la situation qui lui convient, comme on a dit à l'exemple précedent, & la surface Gauche sera bien formée.

Troisiéme Exemple des Surfaces Gauches Mixtilimes Hélicoïdes.

La difference de cette espece de surface gauche avec la précedente est, que la ligne courbe, qui est un de ses côtez, étoit dans un plan, & que celle-ci est dans une surface courbe ; telles sont celles des appuis des Grilles ou Balustres d'un escalier à vis, ou des appuis de fenêtres rampantes dans une Tour ronde, laquelle ligne courbe est une *Helice*, que quelques-uns nomment improprement une Spirale, c'est pourquoi nous appellons la surface de cette espece de mixtilime *Helicoïde*, laquelle est très-commune dans les bâtimens ; telle est celle qui est formée par le délardement du parement inférieur de tous les quartiers tournans des marches des escaliers à vis, & de tous les Limons tournans & rampans.

Pour former cette surface il faut tailler la pierre en portion de cylindre concave ou convexe, nous en représentons [*Fig.* 14.] une moitié ABGF, que l'on taillera suivant la pratique du Problême 2, comme un cylindre, ensuite, par le Problême 48. du second Livre, on décrira sur la surface de ce cylindre, la ligne en helice, & sur le parallelograme, qui est la section du cylindre par l'axe ABGF, on tracera au milieu la ligne CH, qui représentera cet axe, lequel sera le côté en ligne droite, & l'helice ADG, la ligne courbe, sur lesquels on fera mouvoir la ligne droite generatrice représentée par la régle RE, qui sert à conduire la coupe de la pierre. Or puisque la régle doit parcourir l'axe droit CH dans le même tems qu'elle parcourt l'helice ADG, il faut diviser l'une & l'autre de ces lignes en un nombre égal de parties égales dans chacune, par exemple, si l'on divise CH en 4, aux points 1D3H, on divisera aussi l'helice en quatre, aux points 1°, D, 3°, G ; ensuite on abatra la pierre ou le bois entre les deux lignes CH droite, & ADG courbe de l'helice, comme il sera indiqué par la régle posée sur l'une & sur l'autre, de maniere qu'elle soit appuiée sur les parties semblables 1°1, D ; 3°3, GH, en la tournant autour de l'axe CH, & la haussant ou baissant parallelement au plan de la base à chaque position sur les parties correspondantes à celles de l'hélice, sçavoir du point H au point G, du point 3 de l'axe, au point

3° de l'helice, du point D de l'axe au point D de l'helice, lesquels deux points sont ici rassemblez par le dessein, du point 1 de l'axe au même 1 de l'helice, ainsi du reste.

Par-ou l'on voit que plus le nombre des divisions sera grand, plus l'operation sera exacte.

S'il s'agissoit d'une vis de pressoir, au lieu de tenir la régle perpendiculaire à l'axe, il faudroit l'incliner en haut & en bas, mais toujours d'un même angle.

Corollaire I.

Il suit de la formation de cette surface helicoïde, que si l'on prend sur la ligne géneratrice HG un point K entre les deux, le mouvement de ce point tracera une helice K*k*D*l*L à distance égale de l'helice extérieure A1°D3°G, qui est à la surface du cylindre, laquelle cependant ne lui sera pas parallele, parce qu'elle n'est pas dans le même plan, cette courbe étant à double courbure, & la surface helicoïde étant essentiellement gauche, comme il est clair par sa génération, *c'est ce qui trompe les Ouvriers,* dans les appuis en Tour ronde & dans les Limons tournans & rampans, comme nous le dirons en son lieu.

Corollaire II.

Secondement, que tous les points comme, *m*,K,*n*, situez entre les deux côtez de la surface sur la ligne generatrice HG, décriront par son mouvement, autour de l'axe HC, autant d'helices differentes, toutes inégalement courbes, comme *m*D*p*, KDL, *n*D*o*, ensorte que celles qui approcheront le plan de l'axe HC seront toujours moins differentes de la ligne droite; jusqu'à ce qu'enfin, si elles en approchent infiniment, elles seront infiniment peu differentes de cette ligne. Ainsi supposant l'axe HC en situation verticale, plus elles en seront éloignées plus elles deviendront inclinées à l'horison, mais toujours d'une maniere uniforme, ce que l'on peut remarquer dans les escaliers à vis, où les girons des marches sont fort étroits au Collet, & fort larges à la Queuë qui porte dans la tour ronde.

Corollaire III.

De la formation de la surface helicoïde il est aisé de tirer les moyens de *former celle qui est en Limace.* Il n'y a qu'à supposer un mouvement de diminution à la longueur de la ligne generatrice; par exemple AC, laquelle étant de cette longueur à la base de la limace, doit se racourcir en s'élevant vers H, suivant un mouvement uniforme du point

A, qui se rapproche continuellement du point C; desorte qu'il forme une spirale en limace, dont le contour est à la surface d'un cône; ainsi au lieu qu'ici on a formé un cylindre pour y tracer l'helice, on formera un cône pour y tracer la spirale en Limace, comme l'on voit à la Fig. 210. de la planche. 18. Au reste cette surface se formera par un même mouvement de régle, appuyée d'un côté à l'axe, & de l'autre à la limace, sur une partie correspondante à celle de la droite divisée en même nombre de parties, sçavoir de la premiere de l'axe à la premiere de l'helice, de la seconde à la 2.e ainsi du reste.

Le peu d'usage que l'on fait en Architecture de cette surface, fait que nous ne donnons point d'exemple de la maniere de la tailler, d'autant plus qu'elle est suffisamment expliquée dans celle de la formation de l'Helicoïde.

Nous ne donnerons point non plus d'exemple de la maniere de tailler la quatriéme espece de surfaces gauches, que nous avons appellé *Sphéricolimes*; parce qu'elle est trop composée & trop difficile pour des élemens de pratique, nous la donnerons fort au long dans la suite, lorsqu'il s'agira de *l'Arriere-Voussure de St. Antoine*; nous allons commencer par les traits des angles en talud.

CHAPITRE II.

De l'Appareil & Arrondissement des Angles en Talud.

CEux qui ont écrit de la Coupe des Pierres, n'ont parlé que de celle des voutes, prévenus apparemment qu'il n'y avoit pas de difficulté dans la taille de celles qui sont destinées à être posées horisontalement; cependant il est des cas où l'on a besoin du secours de la Géometrie, je l'ai vû par expérience dans une ville maritime où l'Appareilleur se trouva fort embarassé pour arrondir un angle en talud, qui devoit en raccorder deux inégalement inclinez, après avoir inutilement tenté les moyens de le faire, il vint m'en demander le *trait*, qu'il ne trouvoit point dans les Livres; j'étois jeune & peu exercé dans son Art, mais avec les seuls principes de Géometrie j'eu bien-tôt trouve les traits que l'on verra ci-après.

J'ai aussi vû les Tailleurs de pierre se tromper si souvent dans le tracé des angles rectilignes en talud, qu'il m'a semblé à propos de commencer nos *Traits* par celui-là, d'autant plus qu'étant fort simple, il est très propre à l'introduction à la Pratique.

PROBLEME V.

Faire l'Encognure d'un Angle ſaillant ou rentrant, dont les Faces ſont en Talus égaux ou inégaux, avec des Chaînes ou Boſſages en Saillie, dont les côtez ſe terminent à un Plan vertical.

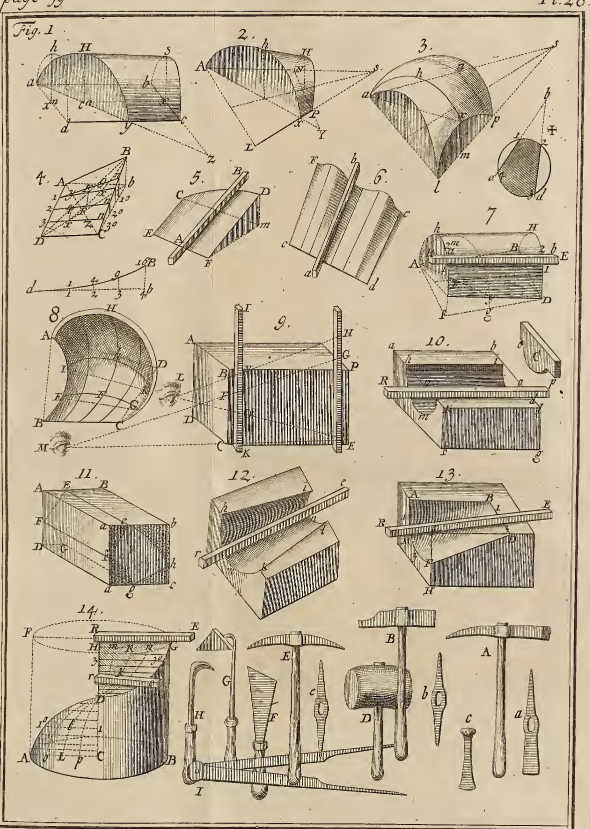
PLAN.30. *Fig.* 21. CE trait peut être exécuté par differens moyens, avec biveau, ou ſans biveau de talud. Ayant pris avec la fauſſe équerre l'ouverture de l'angle d'encognure ABC, on portera quarrément ſur un de ſes côtez AB, le reculement AG du talud d'une aſſiſe, par exemple, 2 pouces ſi le talud eſt du ſixiéme ſur 12 de haut, pour tirer GE parallele à AB, & l'on reculera le même angle ſuivant ſa diagonale BD, pour tracer l'angle du ſommet de l'encognure GEH, ſi les taluds ſont égaux à chaque face; mais comme il arrive quelquefois dans les raccordemens des vieux avec les nouveaux ouvrages, que ces taluds ſont inégaux, nous choiſirons pour cet exemple celui du raccordement du 12e H*k* ou EI, avec le ſixiéme AG ou FE, ce qui donne un reculement d'arête *b*E, qui ne s'aligne plus avec la diagonale ED; de ſorte que l'encognure devient biaiſe.

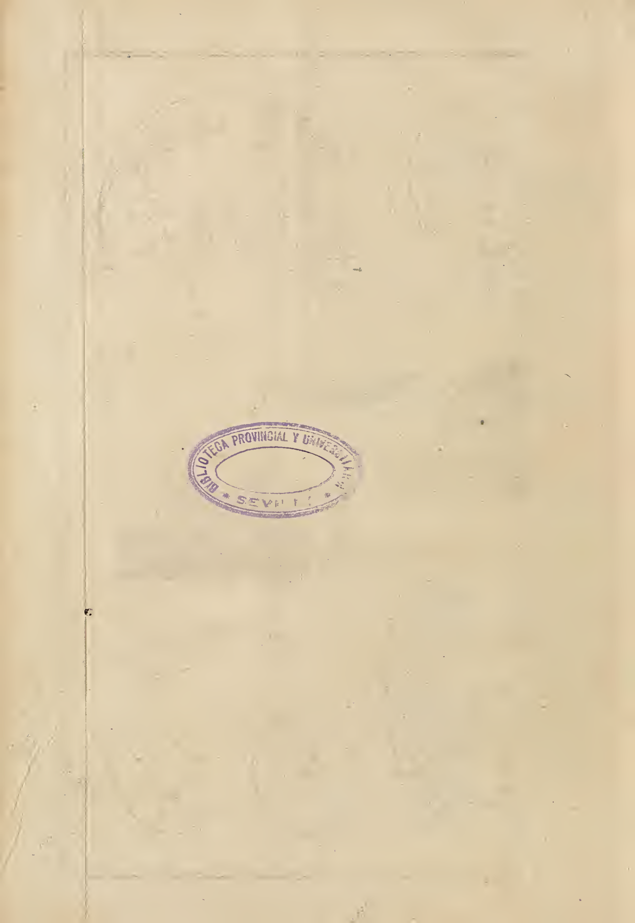
Fig. 22. LE plan horiſontal de l'encognure étant tracé, on fera les profils des taluds des faces, un pour chacune, puiſqu'on les ſuppoſe inégaux, pour avoir les biveaux de leur inclinaiſon, & toute la préparation ſera faite.

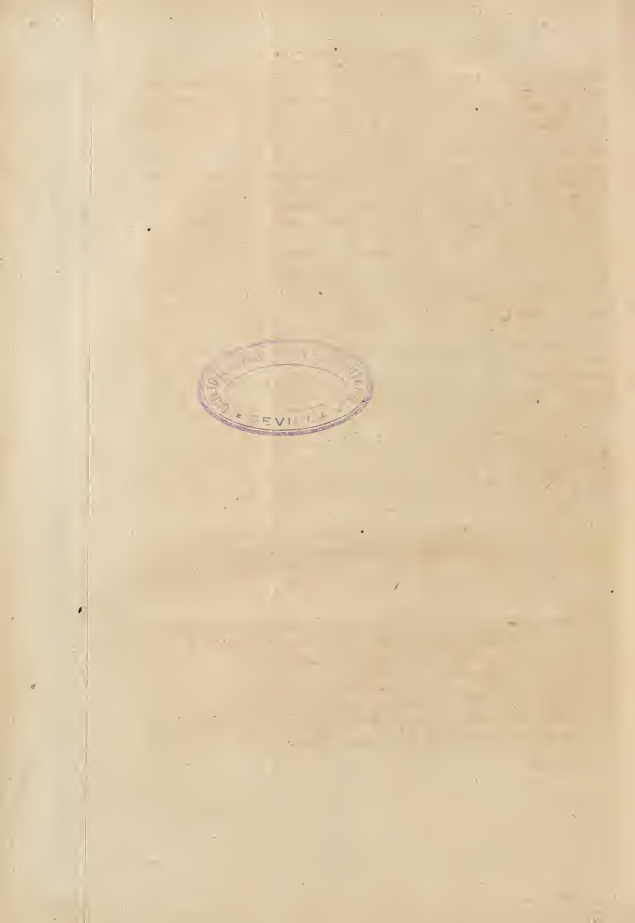
POUR tailler la pierre on commencera par faire les deux lits de deſſus & de deſſous paralleles entr'eux de l'intervale de la hauteur de l'aſſiſe. Enſuite ayant pris avec la fauſſe équerre, du compas d'Appareilleur, ou avec une ſauterelle l'angle d'ancognure ABC, on le tracera ſur le lit de deſſous, puis ſur chacun de ſes côtez, prolongez juſqu'à l'autre bout de la pierre, on ſe retournera d'équerre, pour former les joints montans par deux ſurfaces planes, perpendiculaires aux lits de deſſus & de deſſous, leſquelles ſe trouveront auſſi perpendiculaires à celles des faces lorſqu'elles ſeront faites.

Fig. 23. LES joints, c'eſt-à-dire, les ſurfaces auſquelles la pierre ſuivante doit s'appliquer étant faites [par le Problême I.] comme AN, on y appliquera le biveau du talud donné, qui convient à chaque face, par exemple, GAE de la fig. 21. en poſant une de ſes branches ſur l'arête A*g* du lit de deſſous [*Fig.* 23.] l'autre branche A*x* prolongée donnera ſur le joint l'inclinaiſon AG du talud, & le point G à l'arête du lit de deſſus, par lequel on menera GE parallele à la ligne AB [par le Probl. I.] en bornoyant deux régles poſées ſur les lits de deſſus & de deſſous, l'une en AB ſtable, l'autre ſur le point G, autour

duquel




BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
SEVILLA



duquel on la fera mouvoir juſqu'à ce qu'elle couvre exactement celle qui eſt en AB, bien entendu qu'il faut que ces régles ſoient prolongées au delà des longueurs de la pierre, ſans quoi elle les couvriroit, en en regardant une on ne pourroit voir l'autre.

On operera de même ſur l'autre côté de l'angle B*b* ou BH, en ſe ſervant d'un biveau plus ouvert ou plus fermé que le premier, ſelon la difference qu'il y aura du ſecond talud au premier, ce qui donnera une arête de faces BE toute biaiſe, exprimée à la projection de la fig. 21. par la diagonale *b*E, qui ne diviſe pas l'angle A*b*K en deux également, comme la diagonale BE des taluds égaux, ce qui fait une ſorte de difformité inévitable, qu'on apperçoit en regardant l'encognure par devant, vers le milieu ſur l'allignement de la capitale; mais dans les Fortifications, où l'on doit ménager la dépenſe & éviter les démolitions, on doit avoir peu d'égard à cette petite imperfection; il faut quelquefois ſacrifier l'agréable à l'utile.

On peut auſſi faire la même choſe ſans ſe ſervir du biveau, en faiſant une plumée A*a* d'équerre ſur les arêtes BA & *g*A, après avoir jaugé la pierre de hauteur à plomb A*a*; puis on prendra au plan [*Fig.* 21.] le reculement FE du talud, qui donnera ſur l'arête *a*N le point G, d'où l'on tirera GA qui ſera le talud, & par le même point G une ligne GE ou GK, parallele à AB, comme nous venons de le dire, pour avoir l'arête de lit de deſſus, par leſquelles paralleles on fera paſſer une ſurface plane, qui ſera le parement en talud demandé, en abatant tout le priſme triangulaire AG*a*, LBK, dont la face en trapeze BAGE doit ſubſiſter, & le triangle reſtant BEK doit encore être enlevée pour la face en retour BH.

On voit que cette operation par équarriſſement eſt plus ſimple que celle où l'on employe les panneaux, en ce qu'elle épargne la peine de faire le dévelopement des ſurfaces de la pyramide tronquée, dont cette encognure fait partie, & qu'elle eſt exacte dans ces ſortes d'ouvrages ſimples.

Il ne s'agit plus à préſent que de déterminer la largeur de la chaîne ſaillante ou à boſſages, que l'on fait ordinairement en pierre de taille à ces encognures, pour les fortifier lorſqu'elles ſont à des angles ſaillans, ou par accompagnement de décoration dans les angles rentrans, ce qui eſt fort aiſé par la projection horiſontale du haut de l'encognure [*Fig* 21.] car ſi l'on détermine au ſommet la largeur de la chaîne ou pilaſtre EG = AF, par les perpendiculaires tirées des points G & E ſur AB, la diagonale EB donnera la longueur AB de la baſe de

cette chaîne en AB, qui sera plus grande que GE, dans les angles saillans, & plus petite dans les rentrans.

On peut sans faire le plan de la chaîne, en *trouver la largeur par le calcul*; car on connoît ordinairement dans les pieces de Fortification la longueur de la diagonale, qu'on appelle *Capitale*, & celle de la demi-gorge. Alors d'un coup de plume on peut trouver de combien la chaîne s'élargit par le talud en montant dans un angle rentrant, ou diminuë dans un angle saillant; en disant, *comme la demi-Gorge A* d *est à la Capitale* d*B*; *ainsi le talud donné AG ou FE est à la difference FB de la base AB, & du sommet GE* de la chaîne de pierre de taille, dont le côté AG doit être dans un plan vertical.

Ou si l'on mesure la diagonale EB, il n'y a qu'à la quarrer, en ôter le quarré de FE, la racine quarrée du reste sera FB, difference des deux largeurs du haut & du bas; ainsi en ajoutant cette difference à celle du sommet de la chaîne, on aura celle qu'il lui faut donner à la base; & au contraire en la retranchant dans un angle rentrant.

Il est visible que l'encognure d'un angle rentrant se fait de la même maniere, en supposant la pierre renversée sens dessus dessous, & ôtant au contraire toute la pierre qu'on laisse aux angles saillans.

La Démonstration de cette pratique est fondée sur le rapport des triangles semblables A*d*B, EFB rectangles en *d* & F, & qui ont un angle commun en B; ainsi connoissant deux côtez, du premier on parvient à la connoissance de ceux qui leur sont homologues dans l'autre.

En second lieu sur le rapport des profils ou sections triangulaires, faites par des plans perpendiculaires à celui de la base ABC, & passans par differentes directions, l'une par la diagonale EB, l'autre par la perpendiculaire EF sur AB, lesquels triangles ont pour hauteur commune la distance des deux plans ABC, du lit de dessous, & GEH du lit de dessus; par conséquent ces triangles sont entr'eux comme leurs bases EF & EB, qui sont les reculemens qui déterminent l'inclinaison des taluds.

D'où il suit que si l'angle d'encognure ABC est de 60 degrez, sa moitié AB*d* étant de 30, le talud de l'arête des faces, ou son reculement BE, sera double de celui d'une face avec son lit de dessous, exprimé par FE; parce que le sinus FE de 30 degrez n'est que la moitié du sinus total BE.

Remarques ſur les erreurs des Ouvriers.

Quoique la coupe d'une encognure en talud ſoit ſi ſimple qu'elle ne ſuppoſe aucun *trait*, on remarque cependant que preſque tous les Tailleurs de pierres, qui n'y ſont pas accoutumez, y font pluſieurs fautes.

La plus ordinaire eſt, qu'après avoir fait le parement d'une face en talud avec le biveau, poſé d'équerre ſur l'arête du lit, ils veulent tracer l'arête du retour avec le même biveau, poſé dans une autre façon, en couchant une branche ſur l'arêté du lit & du talud, & l'autre ſur la face en talud, qu'ils viennent de tailler, ſur laquelle ils tracent cette arête, & abatent la pierre ſuivant ce trait, par l'arête ou la trace de l'arête du lit du côté du retour, qui eſt donné par l'ouverture de l'angle de l'encognure à ſon lit.

Dans cette pratique il y a deux erreurs qui ſont plus ou moins grandes, ſelon que l'angle horiſontal, qui eſt proprement celui de l'encognure eſt aigu, droit ou obtus.

Lorsque l'angle eſt droit, cette pratique n'eſt fautive qu'autant que le talud eſt plus ou moins incliné; car s'il l'étoit très peu l'erreur ne ſeroit pas ſenſible & pourroit être négligée, mais ſi le talud eſt grand, elle donne une fauſſe inclinaiſon à l'arête de rencontre des deux faces, & par conſéquent un faux talud à la ſeconde face, qu'elle rend trop couchée.

Si l'angle horiſontal de l'encognure eſt aigu, la ſeconde face en retour deviendra trop roide, c'eſt-à-dire, que l'angle de ſon talud ſera plus ouvert que celui de la premiere, auquel cependant il doit être égal, par la ſuppoſition.

Enfin ſi l'angle d'encognure eſt obtus, il arrivera au contraire que la ſeconde face ſera trop couchée ; cette remarque ne mériteroit pas une démonſtration ailleurs que dans une propoſition élementaire de pratique; mais pour éclairer les premiers pas que l'on va faire dans l'Art de la Coupe des pierres, il me paroît qu'il ne faut rien négliger.

Explication démonſtrative.

Premierement, nous avons dit au troiſiéme Livre, que les biveaux étoient les meſures des angles, des plans & des ſurfaces entr'elles, dont l'ouverture ſe doit prendre perpendiculairement à la ligne de leur commune ſection; or il eſt clair que le biveau, dans la ſituation dont

nous venons de parler, n'a aucune de ses branches perpendiculaires à la commune interfection de la seconde face en talud avec celle du lit de dessous ; car quand même l'angle horisontal de l'encognure seroit droit, il n'auroit qu'une de ses branches d'équerre à cette commune interfection, qui est l'arête du lit & de la face, l'autre branche étant couchée sur le talud de la premiere face, c'est-à-dire, le premier parement qui a été fait ne sera plus perpendiculaire à la même arête de lit & de la seconde face; donc [par le dernier Lemme du troisiéme Livre] il ne peut déterminer ni marquer au juste l'angle des plans, & par conséquent l'arête de rencontre des deux faces en talud, qui dépend nécessairement de la juste inclinaison des deux faces; donc cette pratique est ridicule en tout autre cas que celui d'une encognure à l'équerre & sans talud, d'où les Tailleurs de pierre l'ont prise.

Il est cependant vrai que lorsque l'angle de l'encognure est droit & le talud moindre du 6e, l'erreur n'est pas fort sensible; mais elle l'est encore assez pour qu'on puisse la distinguer du vrai profil; comme on va le montrer.

Fig. 22. Soit [*Fig.* 22.] l'angle d'encognure *ab*R droit, à deux taluds égaux ou inégaux, il n'importe, marquez par les lignes de projection du sommet *ge*, *eh*, ayant prolongé *he* indefiniment vers T, on fera sur *ab* pour base l'angle du talud de la face *b*R en *ab*T, qui coupera la perpendiculaire PT, hauteur de l'assise, au point T, du point P pour centre, & PT pour rayon, on décrira un arc de cercle, qui coupera *ba* en S, & *eg* en *t*, par les points P & *t* on menera l'indéfinie P*y*, & par S une parallele à *b*R, qui coupera P*y* au point *y*; je dis que la ligne du talud de la face *b*R, couchée sur le talud de la face *be*, ne coupera point l'arête au lit supérieur de l'assise *eg*, éloignée de *ab* du talud, par exemple du 6e, qu'on s'est proposé par la position de la projection *eg*, mais en dedans, en une autre ligne, comme *xy* à même hauteur, que celle qu'on a fixé à l'assise, de sorte que l'angle du talud couché, couche aussi davantage le talud, & change l'inclinaison de la face sur le lit, qui est alors plus aiguë.

Pour le démontrer il n'y a qu'à faire mouvoir le triangle du talud T*b*P autour de son côté *b*P. Il est clair que l'angle TP*b* étant droit, le point T, dans cette révolution décrira un arc de cercle en l'air, qui est représenté ici par l'arc TS*t*, lequel rencontrera les plans verticaux sur *ba* de la premiere face d'équerre sur le lit, & *eg* de l'arête de la face en talud, l'un en S, l'autre en *t*, au dessous du point S, de la quantité *a*S, c'est-à-dire, au dessous de la hauteur de l'assise qu'on suppose égale à PS; par conséquent pour que la ligne P*t* parvienne

à cette hauteur elle doit être prolongée juſqu'à la ligne S*y*, qu'elle rencontre au point *y*, & par la même raiſon la projection de l'arête de rencontre des faces ſera prolongée au dedans de la premiere face en *x*.

D'ou il ſuit qu'une telle poſition de biveau change les taluds que l'on s'étoit propoſé, & les rend tous les deux plus aigus ; puiſque ſur la même hauteur d'aſſiſe PT, les largeurs de ſes baſes horiſontales *e*P, *e i* augmentent des quantitez *gy*, *fx* ; ainſi pour le grand talud tranſportant *gy* en P*q*, on aura l'angle du talud *qb*L, au lieu de celui qu'on s'étoit propoſé *qb*T, faiſant *q*L égal à la hauteur fixe PT de l'aſſiſe ; ce qui montre évidemment qu'on ne doit jamais coucher les biveaux ſur les taluds, comme font la plûpart des Ouvriers, ſi l'on n'y prend garde.

Secondement, pour voir ce qui arrive lorſque l'angle de l'encognure eſt aigu, il faut remarquer que la diagonale EB du plan horiſontal, étant plus longue que la perpendiculaire FE, qui exprime le talud ſur le côté AB, & même plus que le côté FB ; puiſqu'elle eſt l'hypotenuſe d'un triangle rectangle EFB ; ſi l'on prend F*b* = FE & F*x* égal à la hauteur de l'aſſiſe, l'angle F*bx* exprimera le vrai talud, lequel étant extérieur à l'égard du triangle *b*B*x*, eſt par conſéquent plus grand que FB*x*, qui eſt encore plus grand, par la même raiſon, que celui de l'arête de l'encognure ſur la diagonale BE, laquelle eſt, comme nous venons de le dire, plus grande que FE. *Fig.* 21.

Presentement ſi l'on tranſporte ces differens angles ſur un profil, comme à la figure 21, à un même ſommet comme B, on verra que l'angle du talud FBX excede celui de l'arête des faces FB*x*, de la quantité *x*BX ; par conſéquent il diminueroit d'autant l'inclinaiſon de l'arête, & avanceroit ſon ſommet *x* en X, de ſorte que la face du talud en retour ſeroit beaucoup moins inclinée qu'elle ne doit être, ſuivant ce qu'on s'étoit propoſé.

3.° Si au contraire l'angle horiſontal de l'encognure eſt obtus, comme ABO ou A*p*Q, le côté FE étant plus grand que F*p*, l'angle F*bx* du talud de face, tranſporté au dedans ſur le ſommet de l'angle *p*, donnera un point *q* au dedans de *x*, qui fait voir que l'angle du biveau eſt plus aigu que l'angle F*px* d'un angle *xpq* ; par conſéquent il donnera une ſection de face plus couchée que celle qui avoit ſervi à former ce biveau, ce qui eſt abſurde. *Fig.* 21. & 22.

Il n'eſt pas difficile de démontrer que le côté FB, dans l'angle aigu, eſt plus grand que FE ; que FE eſt égal à F*b* dans l'angle droit ; & qu'il eſt plus grand que F*p* dans l'angle obtus ; parce que dans le quadrilatere EFB*f* les angles en F & *f* étant droits, les

deux autres en B & E feront égaux à la fomme de deux droits, & l'angle B étant aigu, la moitié de la fomme FBE fera plus petite que la moitié de l'obtus FE*f*; or au plus grand angle eft oppofé le plus grand côté; donc FB eft plus grand que F E, cette fomme eft égale à l'angle droit; donc F*b* = FE eft plus grande à l'angle obtus, & F*p* plus petit que FE.

Il eft auffi évident que l'angle de l'arête des faces avec la diagonale eft toujours plus aigu que celui du talud; parce que fa bafe eft toujours plus grande que celle du talud, la hauteur de l'affife reftant la même. La raifon eft que la bafe de cet angle en EB, dans l'angle aigu, ou EB dans le droit, & EP dans l'obtus eft toujours l'hypotenufe d'un triangle rectangle, dont le reculement du talud EF eft un côté.

Il fuit de ce que nous avons dit ci-devant I.° qu'ayant le biveau de l'angle que font les arrêtes du lit avec celle de l'interfection des deux faces, on ne pourroit s'en fervir que pour tracer les pierres angulaires, appellées *Ecoinçons*, & non pas les contiguës de la fuite de la droite ou de la gauche; parce qu'il feroit trop *maigre*, c'eft-à-dire, trop fermé dans les angles aigus, & trop *gras*, c'eft-à-dire, trop ouvert dans les encognures obtufes.

II.° Qu'il y a quatre fortes d'angles à confiderer dans une encognure en taluds, égaux à chaque face, & cinq, lorfqu'ils font inégaux;
Fig. 21. fçavoir, 1.° l'angle horifontal du lit, que j'ai appellé *Angle d'Encognure*
& 22. A B C ou *a b* R. Celui-ci eft toujours confideré comme un angle de lignes & non pas de plans.

2.° *L'angle de talud a b* T [*Fig.* 22.] qui eft l'angle du plan de la face inclinée avec le lit horifontal; celui-ci eft dans une fection perpendiculaire à l'autre, que font ces deux plans à leur commune interfection, comme nous l'avons dit au troifiéme Livre.

Fig. 23. 3.° L'Angle des arêtes *de lit & d'encognure* ABE. Celui-ci eft toujours different de l'angle du talud, comme nous venons de le démontrer.

4.° L'Angle d'inclinaifon *d'arête d'encognure* avec le lit, mefuré fur la diagonale de l'angle horifontal d'encognure; celui-ci eft toujours plus maigre que l'angle du talud, & n'eft perpendiculaire au plan horifontal, que lorfque les taluds des faces font égaux entr'eux. Car lorfqu'il y en a une plus inclinée que l'autre de la face en retour, l'arête d'encognure n'eft plus dans un plan vertical mais incliné, ce qui la fait toujours paroître biaife fans remede.

5.° Lorsque les faces sont en taluds inégaux, il est clair qu'il en faut observer les differentes inclinaisons, & avoir un biveau pour chacune.

6.° On pourroit compter un sixiéme angle ABK, formé par l'intersection d'un plan vertical BL cC, supposé d'un côté, au lieu de la face inclinée, avec celui de la face en retour GABK; celui-ci auroit son utilité pour tracer l'encognure en talud, dans une pierre équarrée à angle droit sur son lit. Nous avons donné la maniere de le trouver au commencement de cette démonstration. Fig. 23.

La distinction de ces angles n'est nécessaire que pour en connoître la difference. Il suffit d'avoir les ouvertures des deux, sur lesquels il faut se régler pour le tracé, sçavoir celui de l'encognure, sur lequel il convient de former un panneau; parce qu'il s'applique sur les lits, & celui du talud qu'il suffit de prendre avec la fausse équerre; parce qu'il doit s'appliquer en même tems quarrément, sur les faces & les lits; aussi bien que sur les joints montans.

Tout ce que nous avons dit ci devant des angles saillans doit s'appliquer aux rentrans, avec cette difference, qu'alors il faut prendre le haut pour le bas, & ôter dans l'un la matiere de pierre ou de bois qu'on laisse dans l'autre.

Probleme. VI.

Raccorder deux Taluds égaux ou inégaux par un arrondissement dans un angle donné.

On peut arrondir un angle de deux façons, ou d'un arrondissement cylindrique, qui soit égal en haut comme en bas; ou d'un arrondissement conique, qui diminuë, ou augmente en s'élevant sur la base.

Des Arrondissemens Cylindriques.

Les murs qui forment une encognure saillante, ou un angle rentrant, peuvent avoir des taluds differens; quoique suivant l'usage ordinaire ils soient également inclinez à l'horison; comme au sixiéme, ou au douziéme, &c. Il arrive quelquefois que l'un panche plus que l'autre, soit parce qu'ils n'ont pas été bâtis en même tems, soit qu'il y ait eu quelque raison de solidité ou de ménagement, comme de difference de hauteur & de charge.

Premier Cas, où les Taluds sont égaux.

Soit [Fig. 24.] l'angle donné ABC aigu ou obtus, saillant ou ren- Fig. 24.

trant, qu'on veut arrondir également en haut & en bas. Ayant déterminé le rayon EK de l'arrondiffement de la bafe en arc de cercle, on divifera l'angle donné ABC en deux également par une diagonale BE; enfuite on tracera le plan de chaque affife fuivant le talud que donnera leur differente hauteur, fi elles font inégales, par des paralleles aux côtez AB, BC, comme 1 H, 2 *m*, 3 *b*, &c. On élevera fur AB & BC les perpendiculaires KE & *k*E égales au rayon du cercle, dont l'arc doit former l'arrondiffement, enforte qu'elles fe terminent au point E de la diagonale BD. Par ces points K & *k* on menera deux paralleles à cette diagonale KN & *kn*, lefquelles couperont les projections des lits de chaque affife aux points *i* L & N, par lefquels on menera des paralleles aux lignes KE & *k*E, comme LF, *l*F, ND, *n*D, les points E*g*FD feront les centres des arcs d'arrondiffement des lits de chaque affife, defquels on décrira les arcs K*mk*, *ii*, L*l*, N*n*, & ainfi de fuite, jufqu'à ce qu'on foit parvenu à la hauteur du mur.

Si l'on vouloit connoître le reculement des centres de chaque affife par le calcul, il n'y auroit qu'à faire l'analogie fuivante:

Comme le finus de l'angle ABD, moitié de ABC

Eft à la diftance perpendiculaire d'une affife à l'autre fur fon plan horifontal,

Ainfi le finus total

Eft à la diagonale ou diftance des centres de chaque affife.

Demonstration.

Puisque l'arrondiffement de l'angle doit être d'une égale portion de cercle en haut & en bas, fuivant l'hypotenufe; & que cet arrondiffement doit être infenfiblement réuni aux furfaces planes des taluds, il s'agit de faire un fecteur de cylindre fcalene, qui foit touché par deux plans inclinez à l'horifon; or un plan ne peut toucher un cylindre que fuivant fon côté droit, qui eft effentiellement parallele à fon axe. Donc les deux attouchemens des plans des taluds doivent être deux lignes droites paralleles entr'elles, & à l'axe du cylindre comme KN, *kn*; mais parce que les lignes AK, 3 N, C *k*, 3 *n* font paralleles entr'elles, elles font dans le même plan que les lignes KN, *kn*, & tangentes aux bafes fuperieures & inferieures du cylindre; puifqu'elles font [par la conftruction] perpendiculaires fur les rayons KE, ND & *k*E, *n*D; donc ces plans de taluds font tangens au cylindre, fuivant les lignes KN, *kn*; *ce qu'il falloit faire.*

Il eft clair que tous les centres des arcs de cercle des tangentes du folide

ſolide, coupé parallelement à ſa baſe AKmkC, doivent être dans la diagonale; puiſqu'on ſuppoſe les taluds égaux. Il n'eſt pas moins viſible que leurs centres ſont entr'eux à diſtances égales de celles des ſommets des angles, formez ſur cette diagonale par les lignes paralleles, qui expriment les joints de lit de chaque aſſiſe, dont elles ſont la projection; car ſi du ſommet H on tire ſur AB la perpendiculaire HG, on verra qu'à cauſe de ces paralleles on aura pluſieurs triangles rectangles ſemblables, qui donneront BG : GK : : BH : HE : : GH : KE = LF = ND : : BH : BE : : HI : Hg; c'eſt-à-dire, qu'il y aura toujours même rapport entre le rayon & le reculement, qu'entre le talud de chaque aſſiſe & ſa diagonale. Ainſi ſuppoſant les aſſiſes égales, les reculemens des centres ſeront égaux à la diagonale BH; alors on aura Eg = gF = FD = Ki = iL = LN, & ſi elles ſont inégales on aura KP = GH : Ki : : LQ : LN.

Corollaire.

Puisque la diſtance des centres des arcs d'arrondiſſement entr'eux; ou, ce qui eſt la même choſe, celle de la circonference d'une aſſiſe à l'autre, priſe ſur la diagonale, eſt égale à celle du reculement d'une aſſiſe ſur l'autre, meſuré d'angle en angle ſur la diagonale, il ſuit que ſi l'angle des taluds eſt de 60 degrez, leur intervale ſera le double du talud, parce que le talud GH ſera le ſinus de 30 degrez, ou de l'angle GBH; par conſéquent BH = 2 GH, ce qu'il eſt bon de remarquer; comme auſſi que la diagonale BH étant toujours plus grande que le talud GH, la baſe des taluds d'arrondiſſement priſe à la diagonale, ſera toujours plus grande que celle du talud des faces, quand même l'angle des faces en talud ſeroit très obtus; parce que B H eſt toujours une hypotenuſe à l'égard de GH.

Remarque ſur les Erreurs des Ouvriers.

On m'a fait remarquer dans deux Places Maritimes, l'une au Chateau de St. Malo, à la pointe de la Galere, l'autre à un Baſtion du Fort St. Loüis à St. Domingue en Amerique, des angles aigus de Fortifications arrondis cylindriquement, comme des traits de la Coupe des pierres fort difficiles, dont les Ouvriers ne pouvoient venir à bout, ayant été obligez de les démolir plus d'une fois, & d'en tracer les pierres piece à piece ſur le tas; parce qu'*en donnant le même talud à l'arrondiſſement qu'aux faces*, il prenoit une telle figure, qu'on ne pouvoit le raccorder. Surpris qu'une choſe, qui paroît ſimple, eût tant de difficulté, j'y réfléchis un moment pour en chercher la raiſon, & j'apperçûs auſſitôt que le talud de l'arrondiſſement changeoit continuellement, depuis le trait d'équerre IN, ſur la naiſſance N à chaque face

jusqu'à sa diagonale gE, ce qui faisoit un parement gauche, quoique partie d'un corps cylindrique régulier ; mais qui paroît gauche, parce que ses quatre angles ne sont pas dans un même plan ; car si l'on tire au lit de dessous de l'assisse 2E2, les lignes DI, DL, DE, & qu'on en retranche les rayons de l'assise suivante, ou du lit de dessus de la même assise, il est clair que IN est plus petit que Lx, & Lx plus petit que Eg. Or il est constant que les surfaces des joints montans de chaque assise doivent être dans des plans verticaux, dont les lignes DI, DL, DE, &c. sont la projection ; par conséquent le joint qui passe en x, doit tomber au lit de dessous en L ; d'où il résulte une nouvelle difficulté, qui ne peut être apperçûë par les Appareilleurs qui ne sçavent point de Géometrie ; c'est que le joint montant, dont Lx est la projection horisontale, ou pour parler comme eux, *le plan*, ne doit pas être une ligne droite, mais une portion d'Ellipse, puisqu'elle est la section oblique d'un cylindre scalene K$mkng$N ; à la vérité cette courbure étant très peu sensible, on peut la regarder comme une ligne droite ; cependant c'en est assez pour faire appercevoir dans l'ouvrage achevé quelque besoin de ragrément, si les assises sont fort hautes. Il est visible que cette courbure diminuë à mesure que le joint approche de la diagonale DB ; car le joint qui sera dans le même plan, comme pourroit être Eg de la seconde assise, est parfaitement droit ; parce qu'il est dans un plan qui coupe le cylindre par son axe DE. On ne croiroit pas qu'il y eût tant de choses à considerer dans l'exécution d'un ouvrage, qui paroît tout simple du premier abord.

Second Cas des Arrondissemens Cylindriques, lorsque les Taluds des Faces sont inégaux.

Fig. 25. LA difference de ce cas avec le précedent ne consiste qu'en ce que dans la projection horisontale des assises, qui est plus serrée d'un côté que de l'autre, parce que Ee a moins de talud que Aa, la ligne Bb, qui passe par le sommet de l'angle supérieur EBA, & eba inférieur, ne se confond pas avec la diagonale de chaque angle BC & bC^3, de sorte que l'axe du cylindre qui doit être parallele à l'interfection Bb des faces en talud Eb & Ab, forment avec les trois lignes précedentes un parallelograme bBCC^3, incliné à l'horison.

POUR trouver les centres de l'arrondissement des lits de chaque assise, on portera sur l'axe CC^3 les longueurs FG en CC^2, & GH en C^2 C^3 ; c'est-à-dire, les parties de la ligne FH, qui est celle de l'attouchement des faces en talud, & du cylindre scalene de l'arrondissement, comprises entre les tranches paralleles & horisontales des lit des chaque

assise, comme on a fait au cas précedent, auquel on renvoye le Lecteur pour la démonstration, & les observations qui la suivent; il est d'ailleurs bien clair que l'axe du cylindre, dans lequel sont les centres de tous les arcs de chaque assise arrondie, doit passer par les diagonales B C & b C³ de leurs angles EBA, & eba, qui sont égaux; puisque [par la 4.ᵉ du 4.ᵉ liv. d'Eucl.] le centre d'un arc inscrit dans un angle est dans sa diagonale, & à cause que les diagonales b C³ & BC sont paralleles & égales, par la supposition, l'axe CC³ sera aussi parallele & égal à l'intersection des faces en talud Bb, & aux lignes d'attouchement de ces faces avec le cylindre en FH & fh.

Remarque sur cet Arrondissement.

Il semble que lorsque les taluds sont inégaux, il ne convient pas de faire un arrondissement cylindrique, mais plutôt un conique; parce que le biais de l'angle, qui se jette tout d'un côté, doit y être plus sensible à la vûë, & en sauver moins la difformité, qu'un arrondissement conique, qui se partage un peu de chaque côté.

Seconde partie, du Problême pour les Arrondissemens Coniques.

Les arrondissemens coniques sont plus naturels aux encognures en taluds que les cylindriques, & le plus naturel, lorsque les taluds sont égaux, est celui d'un secteur de cône Droit, ou parfait ou tronqué.

Du Conique Droit.

Cet arrondissement n'a aucune difficulté. Ayant divisé à l'ordinaire l'angle donné ABE [*Fig.* 27.] par la diagonale AD, & ayant déterminé le centre de l'arrondissement sur cette diagonale en C, & tiré CF & CG perpendiculaires aux côtez AB, BE; on portera sur ces lignes les taluds de chaque assise Fn, no, op, pc, & l'on fera par ces points n, o, p, autant de cercles concentriques à C, qui donneront les panneaux des arrondissemens des lits de chaque assise, jusqu'aux lignes FC, GC, où sont les attouchemens du cône & des surfaces planes des taluds, ausquels l'arrondissement doit se raccorder imperceptiblement. *Fig.* 27.

Du Conique Scalene.

Premier Cas.

De l'Arrondissement d'une seule Face d'Encognure.

Nous avons supposé dans le cas précedent, qu'on vouloit arrondir l'angle ABE entierement, je veux dire à distances égales de son sommet B; mais il est des circonstances où l'on ne veut arrondir qu'une partie de l'encognure, seulement pour diminuer la grande foiblesse d'un angle trop aigu, & faire ensorte que l'angle mixte de la face arrondie avec celle qui ne l'est pas, soit Droit autant qu'il est possible, c'est-à-dire, que le côté CB & ses paralleles soient perpendiculaires à la tangente TE de l'arc PE de l'arrondissement donné, & de tous ses semblables.

Fig. 26. Soit [*Fig. 26.*] l'angle donné ABC qu'on veut émousser. On commencera par faire le plan horisontal de chaque assise par des paralleles à AB & CB, distantes entr'elles de l'intervale ou reculement du talud, qui convient à la hauteur de chacune, comme c^2e, c^3e, c^4e pour la face qui ne doit pas être arrondie, & $f2$, $f3$, $f4$ pour l'autre. Puis ayant pris à volonté un point P, sur AB, pour la naissance de l'arrondissement, on y élevera une perpendiculaire PC, qui coupera toutes les paralleles de l'autre talud BC, en des points C, c^2, c^3, c^4, qu'on prendra pour les centres des arrondissemens de chaque assise, & leurs distances aux lignes correspondantes à l'autre face, pour la longueur des rayons. Ainsi du point C pour centre, & pour rayon CP, on décrira l'arc EP, qui se terminera à la ligne CB en E. Du point c^2 & de l'intervale c^2 2 l'arc 2 *e*, du point c^3 & de l'intervale c^3 3, pour rayon l'arc 3 *e*, &c. & l'on aura ainsi les projections horisontales des arêtes de chaque lit, qui se termineront à une droite E *e*, differente de la diagonale BD de l'angle donné, laquelle sera la projection de l'arête de l'angle des faces courbe & droite en talud.

REMARQUE.

Cette espece d'arrondissement, qui est souvent très nécessaire, réussit fort bien en exécution, comme je l'ai éprouvé aux chaînes de pierre de taille des encognures de plusieurs réduits que j'ai fait faire dans des Places d'armes rentrantes, où j'ai arrondi une partie de la chaîne & laissé l'autre droite, je veux dire plane, & pour correspondre avec la chaîne plane de l'angle saillant, & faciliter la position & l'allignement de celle de l'épaule ; mais il faut avoir grand soin de tracer sur chaque panneau des lits de dessous l'arc du lit de dessus, qui ne lui est pas

parallele, & veiller que les Tailleurs de pierre obfervent le *Gauche* que donne leur écartement vers l'angle, qui augmente le talud de la face à mefure qu'elle approche de l'arête de rencontre des deux faces; parce que les Appareilleurs & les Tailleurs de pierre s'imaginent que le talud doit toujours être égal, & regardent cette difference de parallelifme comme un défaut : Au premier que je fis faire, l'Appareilleur s'imaginant que je n'entendois pas auffi bien fon métier que lui, faifoit fans m'en rien dire cette prétenduë correction, & voyant qu'à chaque affife il y avoit de grands ragrémens à faire, qui augmentoient à mefure qu'il s'élevoit, il fe récrioit fur la difficulté de cet ouvrage, qu'il mettoit au deffus de tout ce qu'il avoit vû dans fes voyages ; je fus obligé de faire faire un plomb de talud pour l'arête de rencontre des faces, afin de le conduire, & lui faire fentir la difference du talud des faces planes , & la variation du talud de la partie qui étoit arrondie. Enfuite de quoi l'ouvrage fe continua fans ragrémens à douze encognures femblables.

Quoique dans cette encognure nous fuppofions les taluds égaux, fa conftruction pourroit également fervir, fi les taluds des faces étoient inégaux.

La démonftration de la régularité de cet arrondiffement eft fenfible à la feule infpection de la figure ; car puifque tous les rayons CE, *ce* font paralleles entr'eux fur une face, par la conftruction, & qu'ils font tous fur la même ligne PC perpendiculaire à l'autre face, il eft évident que tous les fecteurs de cercle PEC, $2ec^2$, &c. font femblables ; par conféquent les angles mixtes, qu'ils font fur la ligne E*e*, qui eft la projection de l'arête de rencontre des deux faces droite & courbe, font égaux entr'eux, & infiniment peu differens du Droit; puifque le rayon eft toujours perpendiculaire à la tangente de fon arc, *ce qu'il falloit premierement faire.*

En fecond lieu, parce que la ligne PC eft perpendiculaire au côté AB, le point P fera celui de l'attouchement de l'arc PE, & de la tangente AP; par conféquent la naiffance de l'arrondiffement eft au point où elle doit être, pour que la jonction des furfaces planes P*f*, & courbe P*e*, foit imperceptible à la vûë, par les raifons que nous avons donné au fecond Livre.

Il eft vifible par cette conftruction qu'on fait une portion de cône fcalene, dont le fommet eft en S, à l'interfection des lignes PS & ES, qu'on doit confiderer comme la projection des deux plans perpendiculaires à la portion de bafe PES, partie du fecteur PEC; de forte que la ligne SC repréfente en projection l'axe de ce cône, qui eft par conféquent fcalene; puifqu'il n'eft pas perpendiculaire à fa bafe.

Second Cas.

De l'Arrondissement Conique Scalene d'une Encognure, dont les Taluds des deux faces sont égaux.

PAR l'exemple de l'arrondissement conique du cone Droit, on a vû qu'on peut arrondir une encognure saillante par sa base, sans en arrondir le sommet, & dans l'angle rentrant arrondir le sommet sans arrondir la base. Nous faisons voir ici au contraire, que par un arrondissement conique d'un cone scalene on peut arrondir le sommet, sans arrondir la base de l'encognure saillante ; & au contraire dans un angle rentrant, arrondir la base sans arrondir le sommet, soit que les taluds des faces soient égaux ou inégaux.

Fig. 28. SOIT [*Fig.* 28.] l'angle ABE, sommet d'une encognure rentrante, ou base d'une saillante, qu'on ne veut point arrondir, ou seulement l'arrondir d'un arc de cercle d'un plus petit rayon que l'opposée F G *f* ; ayant divisé l'angle donné ABE en deux également par la diagonale BD, & d'un centre C, pris à volonté, ou déterminé par la longueur d'un rayon donné CT de l'arc de cercle d'arrondissement, on inscrira cet arc entre les points d'attouchemens T & *t*, desquels on tirera au point B les lignes T B, *t* B, qui seront celles de l'attouchement des faces en talud, au secteur de cone T*mt*B, lesquelles couperont la projection des joints de lit de chaque assise aux points *l*, *k*, L, K, par lesquels menant des paralleles $l c^2$, $k c^3$ aux rayons donnez de la base T C, *t* C, on aura sur la diagonale CB les points c^2 & c^3, qui seront les centres des arcs d'arrondissement des lits de chaque assise, dont les rayons seront les lignes $l c^2$, $k c^3$, qui se termineront aux sections des lignes d'attouchement TB & *t* B, avec les joints des lits 3K, 2*l*, paralleles à AB, & 3*k*, 2L paralleles à BE.

Application de ce Trait à la formation des Glacis des Fortifications.

C'EST depuis peu une espece de régle dans les Fortifications, d'effacer les angles des Glacis, tant saillans que rentrans, par des arrondissemens qui élevent les Goûtieres & rabaissent les arêtes ; ce que l'on ne fait pas régulierement suivant les méthodes ordinaires ; voici la mienne.

SOIT [*Fig.* 28.] l'angle donné ABE, rentrant à la palissade du chemin couvert, & son parallele FG*f* à la queuë du Glacis. Ayant prolongé la diagonale BG, je prends à volonté, suivant la convenance de l'ouverture de l'angle donné les longueurs égales GT, G*t* de part &

d'autre du point G, puis me retournant d'équerre ſur GT, la perpendiculaire T C rencontrant la diagonale GC me donne le point C pour centre de l'arrondiſſement T*mt* à la queuë du Glacis, duquel je tire les lignes droites au ſommet B, autant que je le juge néceſſaire, pour me donner des piquets d'allignement & de hauteur, par le moyen de ces bâtons égaux, qu'on appelle *jalons*, & dans quelques Provinces *voyans*, ainſi les lignes d'attouchement BT & B*t* ſont les termes des parties planes du Glacis, & de la ſurface conique de l'arrondiſſement, où ſe fait une jonction imperceptible de ces deux eſpeces de ſurfaces; il eſt viſible que pour l'angle ſaillant l'operation doit être la même, avec cette ſeule difference que l'arrondiſſement fait en G auroit été fait vers B.

Quoique ce ne ſoit pas ici le lieu d'examiner ſi les arrondiſſemens conviennent à tous les angles ſaillans des Glacis; je dirai en paſſant, que leur utilité eſt facile à prouver dans les ſaillans, qui ſont débordez, ou pour me ſervir d'un terme de marine *dépaſſez* par d'autres plus avancez dans la campagne, comme ſont les ſaillans au-devant des Places d'armes rentrantes; parce qu'ils ouvrent un libre paſſage aux feux des branches collaterales; mais ceux qui arrondiſſent les ſaillans les plus avancez ſont des Copiſtes peu judicieux, qui ne ſçavent pas faire du diſcernement de l'éxigence des differentes circonſtances.

Troiſiéme Cas où les Taluds ſont inégaux.

Ayant fait la projection horiſontale des aſſiſes de taluds inégaux, [*Fig.* 29.] on diviſera en deux également l'angle donné ABE, pour placer dans ſa diagonale BC le centre C de l'arrondiſſement, qui doit être un ſecteur de cone ſcalene tangent à deux ſurfaces planes A*b*, EB; on tirera de ce point C deux perpendiculaires CT, C*t*, égales au rayon de l'arc de cercle, qui doit faire le plus grand arrondiſſement, leſquels donneront les points d'attouchement T & *t*, des lignes AT & E*t*; on tirera de ces points au ſommet du cone les lignes T*b* & *tb*, qui feront les attouchemens des plans des faces en talud & du cone. Enfin du point C centre de ſa face, on tirera une ligne C*b*, qui ſera ſon axe, dans lequel tous les centres des arrondiſſemens des lits de chaque aſſiſe doivent ſe trouver, comme dans l'exemple précedent, par la ſection des lignes LC¹, KC² paralleles à TC; la ſeule difference de ce cas à celui-là eſt qu'à cauſe de l'inégalité des taluds, l'arête de l'angle des plans inclinez *b*B, ne ſe confond pas avec l'axe du cone; parce que la projection horiſontale de cet axe eſt inclinée à la diagonale CB de l'angle donné ABE. *Fig.* 29.

Explication démonſtrative.

Pour ſe former une idée nette de cette conſtruction, ſuppoſant que l'encognure ſoit ſaillante, on peut la regarder comme une portion de pyramide, dont la baſe de ſa ſurface eſt l'angle *abc*, dans laquelle portion de pyramide tronquée on inſcrit une portion de cone, tournée en ſens contraire, ou renverſée à l'égard de la pyramide, & concevoir que ces deux ſolides ſont diviſez par des tranches paralleles & horiſontales.

Or puiſque ſuivant la Geometrie de l'infini on peut conſiderer la pyramide & le cone comme une ſuite infinie de tranches de figures ſemblables & paralleles à leur baſe ; il eſt clair que ſi l'on fait des tranches ſemblables & paralleles à cette baſe, c'eſt-à-dire, renfermées par des ſurfaces ſemblables, dont les côtez ſoient en même raiſon entr'eux que leurs diſtances au ſommet, ou à la baſe, ces tranches raſſemblées formeront le même ſolide ; puiſque les parties priſes enſemble ſont égales au tout.

Il n'eſt pas néceſſaire de démontrer que tous les ſecteurs de cercle $CTmt$, $c^{1}lL$, $C^{2}Kk$ ſont ſemblables ; puiſque, par la conſtruction, tous leurs rayons ſont paralleles entr'eux, & que de plus étant compris entre les lignes droites BT, B*t* & BC, ils ſont entr'eux dans le rapport de leurs diſtances au ſommet du cone *b* ; puiſque $bk : kc^{1} :: Bl : lc^{1}$; donc tous ces arcs ſont ſemblables, proportionels, & tangens aux lignes des joints de lit, *ce qu'il falloit faire.*

Corollaire.

Il ſuit de-là que lorſque les arrondiſſemens coniques ne ſont pas des portions d'un cone entier, mais ſeulement d'un cone tronqué, on peut varier de differentes façons ces arrondiſſemens, dans les angles des taluds inégaux, ſelon les differentes circonſtances des points donnez, pour le commencement ou la fin de l'arrondiſſement, en haut ou en bas, & la grandeur des rayons des arcs de cercle du lit ſupérieur ou inférieur du cone tronqué. Par exemple :

Fig. 30. *Le rayon* cD *& l'arc* Dmp *étant donnez, avec un point* X, *où l'on veut que l'arrondiſſement commence ou finiſſe, il faut trouver les deux lignes d'attouchement des faces en talud avec l'arrondiſſement conique, & le point* X, *où il finit de l'autre côté.*

Ayant fait la projection horiſontale des joints de lit de chaque aſſiſe par des lignes droites paralleles à l'ordinaire à leurs baſes AB & BE, & tiré les diagonales BC, *b*3 des angles ABE & *abe*, on prolongera la ligne

B *b*

B*b* d'interfection des deux taluds indefiniment vers S; enfuite par le point donné X, & par l'extrémité *d* de l'arc d'arrondiffement donné, on tirera une ligne X*d*, qu'on prolongera jufqu'à la rencontre de BS en S, d'où par l'autre extrémité D de l'arc donné on menera une ligne SD*x*, qui fera celle de l'attouchement du talud, & de l'arrondiffement conique, auffi bien que X*d* de l'autre côté. Enfin du point S par le point *c*, centre de l'arc donné, on tirera une ligne SD jufqu'à l'interfection de la ligne BSC, diagonale de l'angle ABE; cette ligne SC fera l'axe du cone fcalene, dans lequel feront tous les centres des affifes entre l'efpace des deux diagonales BC & *b* 3 des angles des bafes fupérieure & inférieure ABE & *abe*.

Pour trouver les centres de chacune des affifes comprifes entre ces bafes, il n'y a qu'à mener par leurs angles *g* & *i* des lignes *gf*, & *ih* paralleles à CS, & en porter les longueurs *fg*, *hi* fur cette ligne, qui eft une partie de l'axe du cone, pour y avoir les points 1 & 2, lefquels feront les centres des arcs K*k*, & L*l*, de l'arrondiffement des lits de la premiere & feconde affife.

Corollaire II.

Secondement, *on peut agrandir ou diminuer l'Arrondiffement dans une raifon donnée.*

On veut, par exemple, que l'arc *ae* foit à l'arc donné A*m*E, comme deux eft à cinq. On divifera une des tangentes AB ou BE en deux parties, & l'on en portera cinq de D en *a* ou en *e*, & par les points *a* & *e*, & par les extrémitez de l'arc donné A & E on tirera des lignes *a*AS, *e*ES, jufqu'à la rencontre de DB prolongée en S, comme dans l'exemple précedent. Le point S fera le fommet du fecteur de cone fcalene, qui fait l'arrondiffement, par lequel, & par le centre donné C, on tirera la ligne SC4, jufqu'à la rencontre de la diagonale D4 de l'angle *a*D*e*. Cette ligne S4 fera l'axe du cone, dans lequel feront tous les centres des affifes, entre les points C & 4, compris entre les deux diagonales BC & D4, des angles ABE & *a*D*e*. *Fig.* 31.

Pour avoir ces centres on tirera par les points *f* & *g*, d'interfection des joints de lits, des affifes des deux faces en talud, des paralleles à la diagonale BC ou D4, lefquelles donneront les points 2 & 3, qui feront les centres des affifes correfpondantes.

Ce *Trait* eft celui que j'ai imaginé & fait exécuter à St. Malo, pour arrondir l'angle rentrant du flanc de la droite du Baftion St. Michel, fuivant l'intention de l'Ingénieur Directeur (M. Garengeau) qui vouloit fagement y éluder par un arrondiffement le choc des flots de la Mer,

lesquels auroient réjailli avec violence dans un angle rectiligne, au lieu que par ce moyen ils ne font qu'y couler en tournant. Cet arrondissement n'a pas moins bien réussi pour y raccorder les taluds inégaux de Flanc qui est au sixiéme, & de la Courtine qui est au douziéme; car à moins que d'en être informé on ne s'en apperçoit pas, tant l'Art a de pouvoir pour cacher des difformitez, en quoi la routine d'un bon Appareilleur, & celle du Sr. D*** Ingénieur, mon Ancien de 16. ans avoient échoüé après une tentative.

Jusqu'ici nous n'avons pourvû qu'à la position des centres des arcs de cercles des joints de Lit, & à la longueur de leurs rayons, pour en former les cercles néceſſaires à les tracer par differentes portions, comme il convient à la longueur de chaque pierre; il nous reste à donner les moyens de former les joints de Tête, tant pour trouver les biveaux des angles mixtes, que leurs surfaces forment avec le parement extérieur, que pour déterminer la courbûre de leurs joints montans.

Premierement, à l'égard de l'angle mixte, que les arêtes des lits de dessus & de dessous doivent faire à la Courbe du parement avec la ligne droite du retour du joint, on doit en former le biveau sur la projection horisontale; puisque toutes les assises sont posées horisontalement; mais la direction des lignes des joints de tête, ne peut être prise suivant notre régle du troisiéme Livre, perpendiculairement aux arcs de cercle, c'est-à-dire, à leur tangente au point de la division, lorsque les taluds sont inégaux; parce que le plan du joint, passant par la direction horisontale, qui sera telle à l'égard d'un des lits, ne peut pas l'être à l'égard de l'autre; puisque les arcs des arêtes des lits de dessus & de dessous ne sont pas concentriques; or puisque tous les joints de tête doivent être des plans verticaux, ils ne pourront être perpendiculaires aux arcs de l'arrondissement, que dans le seul cas où les taluds de faces sont égaux, & l'arrondissement conique d'une portion de cone Droit, comme dans le premier, figure 27. où les lignes CF, CT, C*t* sont des joints perpendiculaires aux arcs.

Partout ailleurs où les arrondissemens sont des portions de cone scalene, on ne peut les tirer des centres de chaque arc, sans incliner le joint de tête, excepté le cas où la projection se confond avec celle du plus petit côté du cone.

Puisque la direction des joints ne peut être tirée du centre de chaque arc, il paroît naturel qu'on les tire du milieu des deux, qui comprennent les lits de dessus & de dessous de la même assise; ainsi *Fig.* 31. [*Fig.* 31.] au lieu de tirer le joint *it* du centre 4 de l'arc *ae*, ou du

centre 3 de l'arc *l*L, aufquels ce joint fe termine, il convient de le tirer du point *z*, moyen entre les deux, & la direction de la coupe fera jufte fur le milieu de la pierre, & à-peu-près également fauffe, au lit de deffus & de deffous; l'angle *ui*V fera le biveau de tête du lit de deffous dans un arrondiffement concave, & *ut*V celui du lit de deffus.

Secondement, à l'égard du joint montant, il eft encore vifible, qu'il ne peut être une ligne droite que dans l'arrondiffement qui eft portion d'un cone Droit, ou dans le joint du milieu de l'arrondiffement conique de cone fcalene renverfé, entre deux taluds égaux, comme en *mo* fur CB, figure 28; parce qu'il n'y a que ces deux cas où un plan vertical puiffe paffer par l'axe & par le fommet du cone.

Dans tous les autres cas où les taluds des faces font inégaux, l'axe du cone devient incliné à l'horifon; mais quoique incliné il fe trouve encore un cas, que nous avons excepté ci-devant, dans lequel la projection de tous les rayons fe confond avec celle de l'axe; de forte qu'ils paffent tous par le fommet S, comme aux joints *op*, *pn*, [*Fig.* 31.] où ils fe trouvent dans le plan vertical qui paffe par la projection de l'axe 4S, & alors les joints *op*, *pn*, font des lignes droites, puifque leur plan paffe par le fommet du cone.

Il refteroit à déterminer la Courbe des joints montans des arrondiffemens fcalenes, fi dans la pratique ils étoient fenfiblement courbes; mais parce que la portion eft peu confiderable, approchant fort de la ligne droite, il fuffit que l'on fçache qu'elle n'eft pas droite pour y avoir quelque égard.

Cependant comme nous tendons à la perfection, autant qu'il eft poffible, nous ferons remarquer que ces joints font toujours des arcs de quelque fection conique, qu'il feroit aifé de reconnoître par la projection; car fi l'on tire le joint montant, dont la projection eft *lx*, [*Fig.* 28.] ou L*x* [*Fig.* 29.] du point C centre de la bafe du cone, & que du point B fon fommet en projection on tire une tangente à cette bafe, qu'elle touchera en *d*, la ligne B*d* repréfentera le côté du cone; ainfi il n'y aura plus qu'à examiner la direction de *lx* à l'égard de ce côté; fi elle lui eft parallele, le joint montant fera une portion de parabole; fi *lx* étant prolongée rencontre ce côté auffi prolongé au delà de B, ce fera une hyperbole, & fi la même ligne rencontre le côté B*d* prolongé au delà de *d*, ce fera une Ellipfe; parce que la projection ne change point la nature du triangle par l'axe du cone, ni les fections, elle ne fait que les racourcir, comme nous l'avons dit au fecond Livre. *Fig.* 28. & 29.

Si ces arcs étoient aſſez conſiderablement courbes pour qu'il fut néceſſaire d'en chercher la courbure, nous trouverions aſſez de données pour les décrire, ſuivant les Problêmes du ſecond Livre; car la direction du joint ſera toujours un axe de la courbe, & l'intervale *lx* celui de l'abſciſſe de l'arc qu'on cherche. Le point *z*, qui coupe le côté *d*B au deſſus de *l* ſera le ſommet de la courbe; parce qu'il eſt dans la ſection commune d'un triangle par l'axe C*d*B, & d'un plan qui lui eſt perpendiculaire; on a de plus la baſe, & l'obliquité de l'axe du cone ſcalene, qui eſt la hauteur verticale de l'encognure, dont l'interſection *b*B des faces en talud eſt l'hypotenuſe, & le point B la projection de l'aplomb. On peut donc décrire ces courbes, ou par la voye de la projection, comme nous l'avons enſeigné aux Problêmes du Chap. II. du 2.[e] Liv. ou par d'autres voyes ſuivant les Problêmes 35. 36. 37. l'arc qui aura *xl* pour abſciſſe ſera celui que l'on cherche.

Application du trait ſur la Pierre.

Lorsqu'on a trouvé par l'épure toutes les lignes, & tous les angles néceſſaires pour en venir à l'exécution de tracer la pierre, il faut encore un peu d'attention & d'induſtrie pour en faire uſage, & ſçavoir connoître s'il eſt plus avantageux de les tailler par le moyen des panneaux ou par la méthode de l'équariſſement. Dans les arrondiſſemens dont il s'agit; nous préferons cette derniere, mêlée ſi l'on veut de la premiere.

Fig. 30. Soit pour exemple une pierre à tracer, qui doive occuper l'eſpace *xqt*K de l'épure de la fig. 30. que nous ſuppoſons partie d'un arrondiſſement concave dans un angle rentrant.

On commencera, à l'ordinaire, par faire une ſurface plane, ſuivant le Problême I. laquelle ſervira pour un des lits de deſſus ou de deſſous, comme l'on voudra, lequel étant fait on retournera la pierre pour lui en faire un parallele. Enſuite ayant levé un panneau du quadriligne OK*tp* pour le lit de deſſous, on l'appliquera ſur la pierre pour y en tracer le contour, & en abatant les parties de la pierre, qui excedent les lignes *tp* & KO, on fera les deux joints de tête à l'équerre ſur les lits de deſſus & de deſſous; de ſorte qu'on en formera une eſpece de coin tronqué AFTB, fig. 32. enſuite ayant porté ſur ces baſes des
Fig. 30. & 32. joints les longueurs *tq* d'un côté, & K*x* de l'autre; par les points *q* & *x* on élevera deux perpendiculaires *q*Q, *x*X ſur ces baſes par le moyen d'une équerre, leſquelles donneront au lit de deſſus les points Q & X; enſuite on prendra la cerche de l'arc *xq* de la fig. 30. ou ſi l'on veut un autre panneau de lit *oxqp*, different du premier, po-

sant les points x & q du panneau sur les points X & Q trouvez, comme nous l'avons dit à l'arête du lit de dessus de la pierre, & l'on tracera l'arc XQ suivant le contour du panneau & de la cerche. Enfin on tirera sur les joints de tête des lignes droites tQ & KX, au lit de dessus, & l'on abatra toute la pierre qui excede ces quatre traits; sçavoir les deux arcs opposez Kt au lit de dessous, XQ à celui de dessus, & les deux joints montans, que nous supposons ici droits, quoiqu'à la rigueur ils ne le soient pas, mais des portions d'arcs hyperboliques, à la vérité si peu concaves, qu'on peut les considerer comme droits, leur courbure étant presque imperceptible dans l'exécution, ou tout au plus matiere à un petit ragrément. Au reste si la courbure étoit sensible, nous avons donné les moyens d'y pourvoir. Il ne convient pas d'embroüiller ici une proposition élementaire de tant de difficultez. Enfin le solide prismatique kKXQtT étant enlevé la pierre sera achevée, le parement qui doit rester en une sera la surface gauche kXQt concave, si l'angle est rentrant; & au contraire, si l'angle étoit saillant son arrondissement seroit la même surface renversée, alors on conserveroit toute la pierre, qu'il faut enlever dans cet exemple, en prolongeant les joints q, t & xK, vers C, & non pas vers O.

La Fig. 33. qui représente une pierre convexe peut faire voir d'un coup d'œil, que la maniere de la tracer est la même dans un sens opposé. Fig. 33.

Usage des Arrondissemens des Angles, & Remarques sur les fautes qu'on y trouve souvent.

Lorsque les angles saillans des Fortifications sont trop aigus, comme de 60 degrez & au dessous, il convient de les arrondir pour leur donner plus de solidité; on doit seulement prendre garde de ne pas laisser une place assez grande à la diagonale, pour qu'un homme puisse s'y cacher à la vûë des parties flanquantes collaterales, à cause des inconvéniens qui en peuvent arriver.

On peut aussi avoir d'autres raisons d'arrondir les angles saillans, de quelque ouverture qu'ils soient, par la sujétion des lieux. Quelquefois d'arrondir la base sans toucher au sommet du revêtement; comme, 1°. lorsqu'un chemin tourne au pied d'une terrasse, dont on ne veut pas émousser l'encognure au sommet par raison de simetrie, ou de propreté, ou pour y laisser une place de Guérite plus avancée pour la découverte des lieux circonvoisins; alors l'arrondissement doit se faire

en portion de cone ſcalene, comme à la fig. 27. $CfMgC$, qui émouſſe la pointe du bas fBg, ſans toucher à celle du haut SCs.

2°. Si au lieu d'un chemin il paſſoit à cet angle une Riviere ou la Mer, comme aux Forts bâtis ſur les Rochers de la Conchée & du petit Bay, dans la Rade de St. Malo; alors il convient de faire l'arrondiſſement en portion de cone Droit, comme CFKGC, de la même fig. par raiſon de plus grande ſolidité, pour faciliter le paſſage des eaux, ou en éluder le choc & les retours, qu'on appelle en terme de marine *Remoux*. Ce changement n'empêche pas cependant qu'on ne conſerve l'angle rectiligne du ſommet de revêtement, ſi l'on juge à propos; en ne commençant l'arrondiſſement qu'à la perpendiculaire tirée de la projection de cet angle à la baſe du talud.

Ces raiſons d'arrondiſſement peuvent être communes aux Ouvrages de Fortifications & d'Architecture civile. Dans les premiers il s'en trouve auſſi pour arrondir au contraire le haut ſans toucher à la baſe de l'encognure, comme lorſque le revêtement peut être un peu vû de la campagne au ſommet, & qu'on doit conſerver le pied; alors il faut que l'arrondiſſement ſoit fait en portion de cone renverſé comme aux fig. 28. & 29. 3°. Enfin s'il ne s'agit que d'émouſſer une arête trop aiguë du haut en bas, il doit être cylindrique, comme aux fig. 24. & 25.

Il eſt encore à propos de faire attention aux effets des arrondiſſemens ſur les taluds qu'ils alterent.

1.° Le conique Droit n'augmente ni diminuë le talud des faces, ni dans l'angle rentrant ni dans l'angle ſaillant.

2.° Le conique ſcalene en ſituation naturelle, la baſe en bas & le ommet à celui de l'encognure, diminuë toujours le talud, que feroit 'arête de rencontre des faces, ſi l'angle n'étoit pas arrondi dans l'angle aillant, & au contraire l'augmente dans le rentrant.

3.° Le conique ſcalene renverſé augmente le talud dans l'angle ſaillant, & le diminuë au rentrant, plus ou moins ſelon la grandeur du rayon de la baſe du cone.

4.° Le cylindrique augmente le talud au retour des faces, mais non pas celui de l'arête de l'encognure, auquel il eſt égal dans ſon milieu.

D'où il ſuit que ces arrondiſſemens ont des avantages ſelon leurs ſituations; car en rendant les taluds plus ou moins couchez, ils peuvent ôter ou faciliter l'accès des ſommets des encognures des revêtemens, & occaſionner ainſi ou empêcher la déſertion; une fâcheuſe expérience nous apprend que les Soldats ſe laiſſent couler dans les angles rentrans,

lorsque les revêtemens n'ont que 15. à 18. pieds de haut, ils ne l'oseroient si les angles étoient arrondis en cone scalene renversé.

Sans avoir recours à cette raison, on en a de fréquentes pour arrondir les angles rentrans dans les ouvrages qui sont au bord de la Mer, afin que l'eau des *Lames* ou vagues, qui s'y viendroient briser, n'y réjaillissent pas avec violence, mais s'échapent à côté en tournant suivant le contour du parement, comme je l'ai exécuté au flanc du bastion de St. Malo, dont j'ai parlé.

A l'égard des arrondissemens coniques Droits, on en fait à tous les angles rentrans des contrescarpes; & parce que les taluds sont ordinairement égaux de part & d'autre, il ne se rencontre pas de grandes difficultez dans cet arrondissement; mais lorsque les taluds des côtez de la contrescarpe sont inégaux, faute de les sçavoir raccorder, bien des gens sont obligez de trancher le nœud de la difficulté par un ressault, comme je l'ai vû à la contrescarpe de l'angle de la pointe de la Galere du Chateau de St. Malo.

Cette faute est rare à cause de la rareté du cas; mais il se présente quelquefois une autre difficulté qui embarasse les gens sans Theorie; lorsqu'un fossé vient en baissant au retour de l'angle flanqué, & que l'on veut que l'arrondissement de la tablette de la contrescarpe au chemin couvert, qui peut être de niveau, ne se sente pas de cette irrégularité. Les simples praticiens tracent un arc de cercle dans le fond du fossé, comme s'il étoit de niveau, & arrivent ensuite au sommet, comme ils peuvent, en Ellipse contre leur intention; il est cependant fort aisé d'y finir par un arc de cercle, il n'y a qu'à tracer au rez du fond du fossé la portion d'Ellipse qui convient à la portion de cone renversé, qui forme l'arrondissement.

La seconde faute des gens de routine, dont il paroît que le nombre n'est pas petit par la quantité de celles qu'on remarque dans les Places, c'est que pour tracer l'arrondissement, ils prolongent les faces des Bastions & demi-Lunes jusqu'à la contrescarpe, & commençant leur arrondissement aux points que donnent ces allignemens, prennent le centre des arcs d'arrondissement à l'angle flanqué du Bastion ou de la demi-lune. Lorsque ces angles sont Droits cela va le mieux du monde; mais comme ils le sont assez rarement, ces arrondissemens font toujours un jarret avec les portions droites des contrescarpes, ausquelles ils se réunissent; plus l'angle est aigu ou obtus, plus cette irrégularité est sensible, & comme on voit que cette jonction de droit & de courbe choque la vûë, quelques-uns en corrigent le jarret à vûë d'œil comme ils peuvent, d'autres l'y laissent, croyant que la chose doit

être de même. Nous avons donné au Livre II. les moyens d'y remedier, non seulement pour les jonctions des arcs de cercle avec les lignes droites, mais aussi pour celles des arcs Elliptiques avec des lignes droites, par le moyen des tangentes, comme il convient de faire, lorsque l'arrondissement est Elliptique dans le cas de l'inclinaison du fond du fossé dont nous venons de parler; ce qui arrive souvent dans les Places bâties sur des hauteurs.

Le cas du raccordement des deux taluds inégaux arrive tous les jours aux traverses des Chemins couverts, dont on arrondit un peu les angles; parce que le côté du passage a peu de talud, & celui du parapet extérieur est plus couché; mais parce que ces angles se font en gazon, que l'on coupe comme on veut après qu'il est posé, les Gazonneurs n'y font point embarassez, quelques coups de louchet en font l'affaire pour contenter la vûë; il n'en feroit pas de même s'ils se faisoient en pierres de taille.

CHAPITRE IV.

Des Voutes Planes, Horisontales ou Inclinées.

On peut faire des voutes dont les surfaces sont planes de differentes manieres.

1.° Les unes horisontales, qui ne s'appuyent que de deux côtez opposez, qu'on appelle *Platebandes.*

2.° Les autres aussi horisontales, qui s'appuyent de quatre côtez, que j'appelle *Voutes plates.*

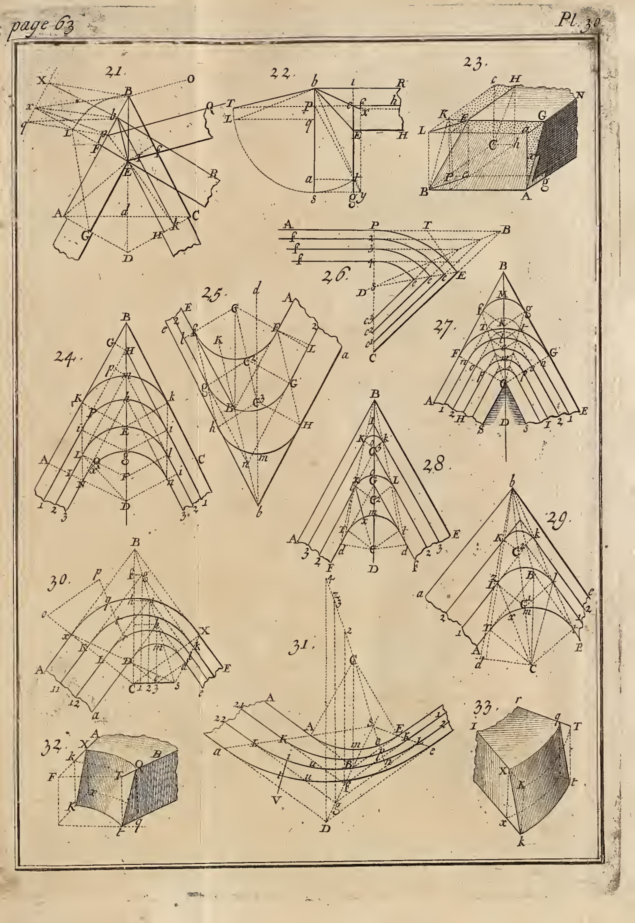
3.° Les autres enfin inclinées à l'horison, qui s'appuyent sur deux côtez contigus, qu'on appelle *Trompes plates.*

Il faut remarquer que les pierres qui composent les voutes de ces trois especes s'appellent *Claveaux*, à la difference de celles des voutes concaves, qui s'appellent *Voussoirs.*

PROBLEME VII.

Faire une Platebande.

On peut tracer l'épure de cette espece de voute de plusieurs manieres, qui reviennent toutes à la même fin, dans lesquelles il y a plus de disposition de goût que de Géometrie, & l'on peut dire que la solution de ce Problême est assez arbitraire pour la détermination de l'inclinaison


page 63
Pl. 30
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.
33.

naiſon des joints en lit; car à conſiderer la conſtruction de la platebande dans la rigueur Méchanique, pourvû que les claveaux ſoient pyramidaux, & bien butez ils doivent ſe ſoutenir; parce que la partie ſupérieure eſt plus grande que l'ouverture inférieure, entre les appuis de ces tronçons de pyramide renverſée.

Soient les piedroits AM, BO, écartez de l'intervale AB, qu'on appelle, en terme d'Architecture, la *Portée* de la platebande, on la diviſera en deux également au point D, par lequel on lui tirera la perpendiculaire EDC, ſur laquelle on prendra DC égale à AB, ou bien ſuivant l'uſage ordinaire, on fera ſur AB le triangle équilateral ABS. Du point C, ou S, ſi l'on veut, on décrira un arc de cercle AFB, que l'on diviſera en autant de parties égales, que l'on voudra avoir de claveaux, comme ici en cinq aux points 1, 2, 3, 4, toujours en nombre impair, afin qu'il n'y ait pas de joint au milieu. Par le point C, ou S, comme centre on menera les rayons C 1, C 2, C 3, &c. juſqu'à l'extrados LG, qui ſera une parallele à AB, où ſe terminera la hauteur de la platebande. Plan. 31. *Fig.* 34.

La direction de ces rayons donnera l'inclinaiſon des joints en lit, ſur leſquels les claveaux s'appuyent mutuellement, comme *nx*, *oy*, *qz*, AG, & l'épure ſera faite.

Je baiſſe le centre de la coupe un peu plus que le ſommet du triangle équilateral, auquel les Architectes s'aſſujettiſſent; parce que la coupe A *a* ou B *b* du ſommier en eſt un peu moins oblique, & celle des claveaux donne des parties un peu moins inégales, & des angles *q* & *t* moins aigus auprès du ſommier AL, ou BN; en effet les arêtes du joint de lit de ce premier claveau ſont ſi aiguës ordinairement, qu'elles ſe caſſent à la charge pour peu que la pierre ſoit fragile. Les Architectes pour obvier à cet inconvenient ont imaginé de faire une portion de joint à plomb comme 1 *r*, qui fait un coude dans le joint *z*1*r*, & un pli dans le contigu, c'eſt-à-dire, un angle ſaillant dans l'un & rentrant dans l'autre claveau.

Mais il faut remarquer que ce retour d'équerre ſur le platfond AB, eſt autant de retranché de la longueur de la coupe inclinée, qui fait le ſupport des claveaux, & par conſéquent une diminution ſur la force de la platebande, qu'il ne faut plus compter de *q* en *z*, mais de 1 en *z*; parce que la partie verticale 1 *r* eſt inutile pour l'appui.

D'ou l'on doit conclure, que, lorſque les butées des piedroits ſont bonnes, il convient de prendre le centre encore plus bas que je ne le propoſe; parce que les angles des premiers claveaux en deviendront plus

forts, les inclinaisons des lits moins differentes, & les claveaux plus uniformes à la vûë; puisque leurs extrados augmentent sur l'égalité des divisions de la moitié de l'arc FB dans le rapport des tangentes.

Quelques Architectes pour plus de simetrie & d'uniformité se contentent de régler l'inclinaison de la coupe des sommiers à l'angle de soixante degrez, par le moyen du côté du triangle équilateral; après quoi ils ne font plus d'usage du centre S; mais ils divisent l'intrados AB & l'extrados *ab* en un même nombre de parties égales, & tirent les joints de tête de l'un à l'autre par les divisions correspondantes *nx*, *oy*, *qz*; tout cela se peut sans inconvénient.

Il faut seulement remarquer que Mr. de la Hire, & ceux qui l'ont suivi ont réglé le calcul de la poussée des platebandes sur le sistême de l'inclinaison des lits des sommiers au triangle équilateral, ce qui soit dit en passant, pour y faire attention dans la recherche de l'épaisseur des piedroits.

Il nous reste à dire quelque chose des moyens de donner de la solidité à ce genre de voute, où les pierres sont dans une situation plus forcée que dans toute autre.

Pour cela les Architectes se sont avisez de differens expédiens. Les uns font des ressauts ou redens, comme on voit en *gm*, *ef*, *t2* au milieu du joint; mais c'est une difformité qui n'est supportable que lorsqu'ils sont cachez par quelques moulures, comme lorsque la platebande est taillée en Architrave, & que le ressaut est caché sous la saillie d'une face. Pour moi je préfere à cet artifice l'uniformité des joints unis, qui s'affaissent aussi plus également à la charge de la platebande. Je voudrois cependant pour empêcher les claveaux de couler le long de leurs joints en lit y faire de petites cavitez hemisphériques, propres à y loger une balle de plomb d'un pouce de diametre, moitié dans chaque claveau, & y en mettre deux au moins à chaque lit, ce qui est d'une exécution très facile; puisqu'il ne s'agit que d'y pratiquer deux cavitez égales & bien également placées; quoique cette invention soit nouvelle, il me semble que la raison en assure le succès.

D'autres Architectes au lieu de ressaut dans le milieu des claveaux, en font au dessus de l'extrados, qui se surpassent les unes les autres par des crochets, appellez *Crossettes*, en s'élevant jusqu'à la clef, comme on voit en H7*x*; cet artifice est plus sûr que le précedent, mais il n'est propre qu'à des portes rustiques, & ne feroit pas bien au dessus d'une Architrave.

Enfin les plus timides fortifient les platebandes par des barres de fer dont ils traverſent les claveaux, ou par dedans ou par derriere, où per deſſous, ce dernier eſt le plus déſagréable à la vûë & le plus mauvais: car le fer n'eſt pas d'une rigidité inflexible, il plie ſous la charge, comme on le voit en pluſieurs endroits; il faut avoüer que le fer eſt le grand antidote contre les affaiſſemens de cette eſpece de voute, cependant lorſque les butées ſont bonnes, & la pierre dont les claveaux ſont faits, de bonne conſiſtance, qu'on a ſoin de décharger la platebande du fardeau qui eſt au deſſus, par une Arcade apparente ou cachée, on peut s'en épargner la dépenſe mettant en uſage l'expedient que je propoſe.

Quelques Architectes au lieu de faire les joints apparens inclinez, comme ils doivent être, les ont fait à plomb, comme on en voit au dedans du vieux Louvre, ce que l'on appelle en *fauſſe coupe*; mais puiſqu'une telle ſituation de pierres ſans ſupport n'eſt pas naturelle, elle n'eſt pas belle ſelon moi; elle ne ſurprend point le ſpectateur, & ne fait point admirer l'induſtrie de l'Architecte par les connoiſſeurs; on conjecture bien que les claveaux ſont ſoutenus ou par des barres de fer, ou par de *bonnes coupes*, pratiquées au dedans des *fauſſes*, qui ne ſont qu'une trompeuſe apparence, comme on voit à la fig. 34.ᵉ

Remarques ſur l'exécution.

Quoique le détail. de la conſtruction ne ſoit pas de notre ſujet, je crois devoir avertir que quelque exactitude qu'on apporte à l'appareil & à la poſe des platebandes, on ne doit jamais les faire horiſontales ſur leur étayement, mais un peu bombées; parce qu'en ôtant leur ſupport elles s'abbaiſſent toujours un peu vers le milieu; on ne peut dire de combien doit être cet exhauſſement, pour que la charge mette le platfond de niveau; cela dépend, 1.° de la longueur de la portée, 2.° du nombre des claveaux, 3.° de la quantité de la pierre, & de l'adreſſe des Ouvriers qui la taillent, 4.° & enfin de l'attention à les poſer & ſerrer au joint.

On en voit une de vingt-ſix pieds ſix pouces de *portée* à l'Egliſe des Jeſuites de Nimes, dont les claveaux n'ont que deux pieds de coupe à la clef & qu'un pied d'épaiſſeur, M. Gautier dit qu'on lui donna ſix à ſept pouces de bombement en la poſant, & qu'elle ne deſcendit que de trois pouces, après qu'on eut ôté l'Etayement, de ſorte qu'elle bombe encore à préſent de quatre pouces.

Les Appareilleurs croyent qu'il faut que les platebandes bombent

un peu, prévenus qu'elles paroiſſent bomber en *Contrebas*, quand elles ſont exactement de niveau; c'eſt une erreur que l'optique condamne dans d'auſſi petites longueurs que celle qu'on peut donner à leur portée; car celle dont nous venons de parler eſt peut être la plus grande qui ait été exécutée, encore ne peut-elle l'être à ce point qu'avec bien des précautions, & une qualité de pierre d'une forte conſiſtance.

A propos de pierre forte, je dirai qu'il s'en trouve de telle, qu'on lui fait des tenons & des queuës d'yronde, comme à la menuiſerie; des témoins occulaires m'ont dit avoir vû en Languedoc des platebandes ſe ſoutenir avec très peu de butée, & qu'en ayant approfondi la conſtruction, ils ont trouvé les claveaux liez entr'eux par des tenons à queuë d'yronde, logez dans des mortoiſes, à peu près comme on en voit aſſez ſouvent aux bahus des gardefous des ponts. Fig. 34.[e]

Uſage des Platebandes.

Les platebandes ſont en uſage dans toutes les portes de Villes de Guerre, au deſſus de l'arcade de la baye cintrée, pour y pratiquer le renfoncement néceſſaire à loger le *Chevêtre* du pont levis, lorſqu'il eſt levé; mais comme ce renfoncement n'a pas une grande profondeur, les claveaux ſont liez avec les vouſſoirs de l'Arcade de la porte cintrée, ſur laquelle ils ſont appuyez; cependant on voit des portes où le centre C de la direction de la coupe des claveaux eſt plus près de la platebande que le ſommet d'un triangle équilateral fait ſur ſa portée, comme ſi l'on avoit craint la pouſſée & l'affaiſſement de la platebande, quoique dans cette circonſtance on doive placer ce centre beaucoup plus loin; parce que la butée eſt d'une force infinie au milieu d'un revêtement.

Cette mauvaiſe conſtruction peut venir apparemment de l'écartement qu'on a pû remarquer à quelques platebandes de portes de Fortification à demi-revêtement, où l'on n'a pas donné aux piedroits la largeur convenable pour leur butée; autre faute d'ignorance de Theorie. J'en ai vû un effet au Fort de L **, où malgré l'arcade de la baye cintrée au deſſous de la platebande, & une barre de fer miſe dans la conſtruction, & non après coup, la platebande s'eſt affaiſſée, & a fait écarter l'arcade en plein cintre de la baye au deſſous, faute de butée ſuffiſante, peut être pour ménager la grace d'un colifichet de pilaſtre.

Nous donnerons à la fin de cet Ouvrage des régles ſûres pour ne pas tomber dans cet inconvénient.

Les Architectes font aussi des platebandes dans le même goût, en saillie au dessus des Arcades, décorées de quelqu'Ordre par devant, pour continuer sans retour les Architraves d'une colonne ou d'un pilastre à l'autre ; nous dirons notre sentiment sur cette ordonnance dans une dissertation sur les Ordres d'Architecture à la fin de cet ouvrage.

Quoique le principal usage des platebandes soit de suppléer à la grandeur des pierres, qu'il faudroit employer pour faire les fermetures ou *Linteaux* des portes, & des Architraves d'une seule piece, com-les Anciens le pratiquoient, on emploïe aussi le même Trait & appareil à faire les voutes plates entieres aux endroits où l'on n'a pas assez de hauteur, pour y en faire de concaves, dont il faudroit prendre la naissance trop près de terre; c'est ainsi qu'on a vouté les Chapelles souterraines de la nouvelle Eglise Cathedrale de Cadix en Espagne, qu'on a rendu par ce moyen fort belles; les plus larges ont environ 24. pieds, & les claveaux que j'ai vû poser ont trois pieds de queuë, d'une pierre pesante, quoique poreuse & percée de trous comme la pierre ponce.

Nous ne disons rien ici de l'application du Trait sur la pierre, elle est trop facile pour s'y arrêter; il ne s'agit que de prendre l'ouverture des angles avec la fausse équerre & l'appliquer sur les faces, ou si l'on veut lever un panneau de chaque claveau en particulier sur l'épure, en tracer le contour sur un parement dressé, & enlever la pierre qui l'excede au retour d'équerre sur les arrêtes de la face; on se contente d'en représenter une à crocette à la fig. 34.[b] qui paroît tirée d'une pierre équarrie, où ce qui doit être enlevé, est distingué par des points & des hachures.

On a aussi représenté à la fig. 34.[a] un claveau en *fausse coupe* déssiné en perspective, pour en mieux faire voir les differentes surfaces.

Des Voutes Plates.

Ce nom est aussi nouveau que l'invention de ces voutes, qui ne sont pas des platebandes, en ce qu'elles butent de quatre côtez, & que les claveaux sont faits tout differemment.

L'Epoque de cette invention que nous tenons de M. Abeille, fameux Architecte, qui a été dans le Corps des Ingénieurs, est de l'année 1699. suivant la date de l'approbation de l'Academie des Sciences. Voici mes conjectures sur son origine.

Serlio, à la fin de son premier Livre de Géometrie, qu'il a com-

posé à Fontainebleau en 1545. à donné une maniere de faire des planchers avec des poutrelles trop courtes pour être appuyées de part & d'autre sur les murs des sales, par le moyen d'une certaine disposition, qui consiste à les faire croiser alternativement, ensorte qu'elles s'appuyent réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre, duquel
Fig. 36. arrangement on voit le premier élement à la fig. 36.

Quand je dis le premier élement, je n'entends pas celui de tous les arrangemens possibles, qui est le triangulaire qu'on voit à la fig. 35. lequel est sans contredit le plus simple, n'étant composé que de trois pieces, AK, ID, BG, qui s'appuyent réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre; mais comme cette disposition donneroit des angles trop aigus si on l'imitoit en pierre, nous n'en tirerons aucun avantage pour la construction des voutes plates.

Wallis dans ses Oeuvres de Mathematiques en Latin, en 3. vol. in-folio vers la fin du I. a varié de differentes manieres l'arrangement des poutrelles pour produire le même effet, parmi lesquels il y en a dont il cite des exemples exécutez en Angleterre.

On ne peut douter que nos voutes plates n'ayent été imitées de la Charpente; car si l'on considere chaque parallelograme de l'extrados de la fig. 37*b*. comme une piece de bois, on verra qu'on a supplée aux entailles & aux tenons de la fig. 36. par des taluds sur les côtez, & par des coupes en surplomb sur les bouts; les uns & les autres conservant toujours cette figure d'arrangement, que les Architectes appellent à *Bâtons rompus.*

Mais ce qui rend l'invention de cette voute plus ingénieuse que la Charpente, c'est que par le moyen de ces taluds, & de ces surplombs prolongez, on remplit le vuide qui restoit entre les poutrelles dans le parement inférieur, où l'on forme un platfond continu, & d'une figure differente de la Charpente; puisqu'il est tout composé de quarrez parfaits,
Fig. 37. arrangez de suite en échiquier [*Fig.* 37*a*.] qu'on appelle en Architecture *en déliaison*, ce qui rend l'artifice digne d'admiration.

Il n'en n'est pas de même dans la surface supérieure, elle ne peut être continuë; parce que les coupes des taluds restent en partie découvertes, de sorte qu'il s'y forme des vuides en pyramide quarrée *abcds* renversée, dont le sommet *s* est en bas à la croisée des quatre joints; mais cette imperfection donne occasion de faire un compartiment de pavé agréable & varié; parce qu'on peut y mettre des carreaux d'une couleur differente de celle des premieres pierres, & si l'on n'habite pas le haut de la voute, on peut se contenter de remplir le fond de ces

pyramides d'un peu de mortier ou de plâtre pour y boucher le passage de l'air, & épargner ainsi une charge inutile à la solidité de la voute.

Cette interruption de continuité a donné occasion au P. Sebastien, Carme de l'Academie des Sciences, de chercher un moyen de remplir les vuides pyramidaux par des claveaux mixtes, dont les lits sont des surfaces gauches, ce qui cause quelque difficulté dans l'exécution, parce qu'il faut de bons Ouvriers & une grande attention pour faire de telles surfaces concaves & convexes, qui s'ajustent bien l'une dans l'autre.

J'ai trouvé deux autres moyens de les remplir en faisant des surfaces de joints & de lits planes, & une troisiéme de les faire mixtes, partie planes, parties coniques tangentes aux planes, comme je le dirai à la suite des Traits de M. Abeille, & du P. Sebastien.

Probleme. VIII.

Faire une Voute plate de Claveaux égaux entr'eux, dont les joints de la Doële soient en Echiquier, & ceux de l'Extrados en differens Compartimens.

Premiere façon, où l'extrados est en compartiment de *Bâtons rompus.* On trouve ce premier *trait* de l'invention de M. Abeille, dans le recueil des Machines de l'Academie des Sciences [Tom. I. pag. 159] d'une maniere à laquelle je ne crois pas devoir me conformer, dans ce qui concerne l'épaisseur de la voute, j'en dirai la raison.

L'Auteur veut que *le quarré du parement de Doële des Claveaux étant déterminé à une certaine grandeur, l'épaisseur de ces Claveaux ait les trois quarts de la longueur du côté de ce quarré, & que la coupe des panneaux des joints soit d'un tiers de cette épaisseur.*

D'ou il suit une absurdité, que plus les quarrez seront grands plus la voute doit avoir d'épaisseur, supposant, par exemple, le côté du quarré de 12. pouces, l'épaisseur de la voute seroit de 9, & la coupe de 3, & si au lieu de 12 pouces les quarrez en ont 24, l'épaisseur de la voute sera de 18, & la coupe de 6; cependant le nombre des joints diminuë dans la voute; par conséquent l'épaisseur & la coupe, c'est-à-dire, l'appui des claveaux, au lieu d'augmenter devroit plutôt diminuer; ce raisonnement est tout simple, en effet si les quarrez avoient trois pieds de côtez, y auroit-il de la raison de faire une voute de 27 pouces d'épaisseur?

Je croi donc que l'épaisseur de la voute en une affaire de jugement, indépendante de la grandeur des quarrez de la doële, où l'on ne doit avoir égard qu'à la largeur totale, au nombre de ses claveaux, & à la

qualité de la pierre qu'on emploïe, qui doit occasionner une plus grande épaisseur qu'on ne juge nécessaire, si elle est cassante, cela supposé.

Fig. 37.[a] Ayant divisé le platfond en un certain nombre de quarrez pour autant de claveaux, on tracera l'épure de la doële en Echiquier, sur laquelle on ajoutera celle de l'extrados, comme on le voit ponctué à la figure 37.[a] ce que l'on ne peut faire qu'après avoir réglé l'épaisseur de la voute & la coupe, c'est-à-dire, l'inclinaison des lits des claveaux, qui forme leurs appuis, & tient lieu des entailles dans la charpente du plancher de Serlio dont nous avons parlé.

Cette inclinaison devroit être réglée à l'angle de 45 degrez, pour que la partie horisontale de l'appui fut égale à la hauteur de l'épaisseur du claveau; cependant à cause que cette inclinaison donne une arête un peu foible, on peut augmenter le nombre des degrez de l'ouverture; mais on augmentera aussi la poussée; parce que la partie horisontale de la coupe, dans laquelle consiste tout l'appui, diminuë à l'égard de l'épaisseur. Suivant la régle cette partie n'étant que *le tiers de l'épaisseur*, l'angle aigu sera de 71 degrez 34′, qui a pour tangente le triple du sinus total, ce qui donne un angle fort ouvert, & par conséquent beaucoup de poussée sans nécessité; au reste comme les figures du recueil ne s'accordent pas avec cette partie du discours, on peut soupçonner qu'il y a quelque erreur dans l'un ou dans l'autre.

Quoiqu'il en soit, la Retombée de la coupe étant déterminée, on la portera de part & d'autre des côtez des quarrez de la doële, & l'on tracera les lignes paralleles, qui se croiseront & formeront la figure qu'on voit au dessus, au chiffre 37.[b] composée de rectangles *t b*, *e a*, qui auront en longueur le quarré de la doële, plus deux fois la retombée en saillie, au-delà de chacun des côtez opposez du quarré; & en largeur celle du côté du quarré, moins deux largeurs de la retombée. Entre lesquels rectangles seront des quarrez vuides *a b c d*, qui auront pour côtez le double de la retombée, traversez alternativement par les rectangles de l'Extrados de deux en deux, comme on le voit dans la figure, qui est en cela parfaitement conforme à la charpente de Serlio, de la figure 36.

Application du Trait sur la Pierre.

Comme tous les claveaux sont parfaitement égaux, excepté les parties de ceux qui entrent dans les murs, où ils n'ont pas besoin de coupe; il nous suffit d'en tracer un pour servir de modele à tous les autres.

Ayant

Ayant fait deux paremens oppofez, & jaugez à une pierre de longueur & d'épaiffeur convenable, on ajoutera deux fois la retombée *pu* [*Fig.* 41.] de la coupe *gu*, à la largeur *us* d'un côté du quarré de la doële tracée à la fig. 37.[a] pour former un rectangle *go* qu'on tracera à l'extrados, dans lequel on menera les lignes *ke*, VT, *il*, F*f*, à diftance du point *g* & Q égale à la retombée *pu*; puis ayant repairé au parement oppofé de la doële les points *u* & *s* par des retours d'équerre, on y fera les lignes *ut*, *sr* paralleles à VT, *f*F, & la pierre fera tracée.

Il ne s'agit plus que d'abatre à la régle des prifmes triangulaires, qui formeront les coupes en talud, & en furplomb ; fçavoir *gput*TG, & fon égal Q*sqo* pour former les deux coupes en furplomb, enfuite *gkuse*Q & fon égal oppofé G*ltroi* pour les coupes en talud, & le claveau fera fait tel qu'on le voit par deffus à la fig. 1.[e], par deffous à la fig. 1.[d], par le bout à la fig. 1.[f] & par le côté à la fig. 41.

Il ne refte plus pour la conftruction de la voute qu'à arranger les claveaux fur un plancher d'Étayement de niveau, dans le même ordre qu'on les voit à la fig. 37.[b] s'appuyant réciproquement les uns fur les autres. Il reftera un vuide entre quatre marqué *abcds* en pyramide renverfée, dont le fommet, c'eft-à-dire, la pointe, eft au fond du creu en *s*, & à la jonction du platfond au fommet commun de quatre angles droits.

Seconde Maniere de Voute plate fans vuide à l'Extrados par le moyen des Claveaux Mixtes.

Si l'on infcrit la partie faillante du Polygone de la tête du claveau *iKhn* [*Fig.* 37.[b]] dans un arc de cercle convexe, comme en *nop* [*Fig.* 38.[b]] & la rentrante *mqrs* dans un arc concave de même grandeur que le précedent, & que l'on opere de même fur les côtez oppofez, on aura une figure curviligne, quadrilatere *ntzxypon* femblable par fes bouts à un tranchet de Cordonnier, laquelle fera le contour de l'extrados d'un claveau, dont l'intrados reftera cependant quarré, tel qu'on le voit par deffous à la fig. 2.[d] & pofé en échiquier, comme à la maniere précedente.

Ce claveau ainfi tracé, on abatra à la régle des figures folides curvilignes mixtes, au lieu des prifmes qu'on a enlevé dans la maniere précedente, fuivant ce que nous avons enfeigné au Chapitre premier pour la formation des furfaces gauches mixtes. Ainfi l'on formera deux furfaces creufes en talud pour les lits de deffous, & deux con-

vexes en surplomb pour les lits de dessus, comme on voit à la fig. 38.e en perspective.

QUOIQUE l'exécution de ces surfaces gauches soit très possible, il est cependant vrai dans la pratique qu'il est plus difficile de les former que les surfaces planes, & qu'il est rare qu'elles conviennent assez exactement pour que la convexe s'adapte parfaitement dans la concave; c'est ce qui m'a donné occasion d'imaginer trois autres moyens de remplir les vuides de la voute de M. ABEILLE, plus faciles que celui du P. SEBASTIEN, en ce que les côtez des claveaux sont des parties de surfaces courbes régulieres, dont la taille est plus simple que celle des gauches, ou des parties de surfaces planes.

Troisiéme Maniere, où les Lits des Claveaux sont des Surfaces partie Courbes, partie Planes.

SI au lieu d'inscrire la tête entiere du claveau *iKlm* de la fig. 37.^{b} on décrit seulement un quart de cercle du point *u* pour centre, & pour rayon la moitié du vuide *u m* dans la tête saillante en surplomb, & de même du point V pour centre dans le lit rentrant concave *m q*, on aura la base d'un cone scalene, dont le sommet sera en *m*, les lignes *um* dans le convexe *lm*, & V*q* dans le concave *mq* représenteront en projection les axes; par ce moyen les têtes des lits *kl*, *qr* restant planes en surplomb & en talud, seront d'une plus facile exécution, & le contour des joints de l'extrados sera un compartiment mixte, aussi agréable au moins que le précedent, où les courbes ne feront aucun jarret; parce que la ligne qui passe par les centres opposez, passe aussi par le point d'attouchement des arcs tournez en sens contraire, & les parties courbes des lits étant des surfaces coniques régulieres se pourront exécuter plus facilement.

Quatriéme Maniere en Surfaces Planes, où le Compartiment de l'Extrados est composé d'Exagones & de Dodécagones irreguliers.

Fig. 39.e SI l'on ajoute aux têtes des claveaux de M. ABEILLE un triangle, comme *d s a* au claveau *e a* de chaque côté des deux têtes, qui soient le quart du vuide *a b c d*, on aura une pyramide triangulaire *a m d s* [*Fig.* 42.] qui est représentée droite au claveau renversé *d*, & renversée au claveau vû par dessus 39.e laquelle remplissant le quart de vuide, il est évident que les quatre rempliront le tout, & ces quatre triangles ajoutant chacun deux côtez aux quatre du rectangle *a e*, il en résultera une figure de 12 côtez, telle qu'on la voit sous la fig 39. en 3e, par ce moyen tous les lits sont des surfaces planes.

Quoique le compartiment fait de ces dodécagones irréguliers mêlez d'exagones, ne soit point désagreable à la vûë, comme on le voit à la fig. 39.[b], on peut encore le varier & changer en celui qu'on appelle en terme de Vitrerie *Pieces de Bornes*, il ne s'agit que d'y graver quelques faux joints, comme l'on voit en *ef*, *gh*, d'où il résulte un mélange de quarrez & d'exagones oblongs.

Cinquiéme Maniere, dont l'Extrados est en compartiment de quarrez réguliers diagonalement opposez à l'autre de l'Intrados.

Si après avoir tracé les quarrez de la doële, comme on a fait dans tous les traits précedens, on prend leurs côtez pour les diagonales d'autres quarrez, on aura pour épure de l'extrados la fig. 40.[b] à l'égard de celle de la doële 40.[a] ce qui donnera pour chaque claveau vû par dessus la fig. 4.[e] & par dessous 4[d] en projection; les parties triangulaires rentrantes *asd* seront évuidées en pyramides quadrangulaires, dont un côté de la base sera le côté du quarré de la doële *ad*, & l'autre, l'épaisseur de la voute *a*A [*Fig.* 4.[f]] qui est le profil du claveau vû dans sa longueur, comme 3.[f] l'est par sa largeur coupée au milieu. *Fig.* 40.

Ou il faut observer que la pointe saillante *p* de la fig. 4.[e] étant trop aiguë pour être conservée entiere, soit en la taillant, soit à la charge, il convient de la renforcer, comme on voit au profil 4[f] en R, *r*; mais parce que cette coupure affoiblit le claveau dans son milieu, il faut y avoir égard lorsqu'on en régle l'épaisseur.

L'Application du Trait de toutes ces Voutes sur la Pierre n'a aucune difficulté; il ne s'agit que de dresser un parement pour y tracer l'extrados, qui est toujours plus grand que la doële, & y inscrire le quarré du parement de cette doële, comme il est à l'épure; ensuite ayant retourné la pierre, & l'ayant jaugé pour lui faire un second parement bien parallele, on fera un des joints à l'équerre, ou seulement deux plumées pour reporter au dessous par des traits d'équerre les quatre angles du quarré de la doële, laquelle étant tracée on abatra la pierre qui excéde les côtez de la doële & de l'extrados, suivant la nature de la surface plane ou gauche de ses joints en lit, dont les uns sont couchez en talud dans les rentrans, & les autres en surplomb dans les saillans, comme on pourra le voir en jettant les yeux sur les figures qui sont au bas de la planche, où celle qui est marquée en perspective 41.[b] représente un quartier de pierre, tracé pour un claveau rectiligne rectangulaire vû par dessus; la suivante 38.[p] représente aussi en perspective un claveau de la 2.[e] espece mixte, vû

par dessus, les figures à côté du chiffre 42. représentent un claveau tracé pour la seconde espece à extrados en dodécagone, vû par le dessous en *d*, & par dessus en 39.[p] Enfin la figure 43. représente de la même maniere en façon de perspective un claveau à extrados, divisé en deux quarrez, vû par dessus.

Quoique toutes ces figures donnent une bonne idée de la construction, on peut s'éclaircir encore mieux de leur effet en coupant du Trait.

Nous avons dit que l'arrangement triangulaire des poutrelles, qui se soutiennent mutuellement, comme à la fig. 35. étoit peu propre à servir de modele pour des claveaux de voute plate; parce que les angles de suite sont inégaux, l'un aigu IDB, l'autre obtus IDG, d'où il résulte des figures dissemblables, & si on les faisoit égaux, il se formeroit six angles au point D, au lieu qu'il ne s'en forme que deux en *d* à la figure 36. & si on mêle l'arrangement de triangles équilateraux
Fig. 35.m & d'exagones, comme à la fig. 35.[m] il se formera encore quatre angles opposez au sommet D, sçavoir deux aigus de 60 degrez, & deux obtus pour les exagones, laquelle disposition pourroit cependant être exécutée en pierre dans le même sistême des claveaux de M. Abeille, faisant des taluds de part & d'autre de leur longueur, lesquels du côté des angles obtus serviroient de coupe à des claveaux exagones d'une seule piece, qu'on pourroit décharger d'une partie de leur pesanteur en y pratiquant un renfoncement de moulure, & l'orner au milieu d'un Roson, suivant le goût de l'Antique, ce qui feroit un beau platfond, comme on en voit l'idée à la figure 35.[m]

Je pourrois proposer une infinité de variations des doëles plates, aussi bien que des extrados; car quoique je les aye fait toutes quarrez en Echiquier, rien n'empêcheroit qu'on ne les fit octogones régulieres avec des petits quarrez entre quatre claveaux; car puisque la force de la voute ne consiste point dans le vuide du quarré *abcd* [*Fig.* 37.[b]] qui n'est qu'une charge inutile, il est clair qu'on pourroit en émousser les angles autour du milieu du quarré, disposé diagonalement, que l'on pourroit remplir d'un claveau, qui auroit à l'extrados la figure d'un autre quarré circonscrit à ce premier.

Si au lieu d'un quarré *abcd* on faisoit un trou rond, il se formeroit à la doële des quarrez à pans coupez à oreilles, qu'on pourroit orner de moulures ravalées, & y mettre au milieu un Roson, ce qui déchargeroit aussi la voute d'une partie d'un fardeau inutile.

D'ou il est aisé de conclure que les voutes plates, tant en arrangement quarré qu'en triangle, peuvent être variées de plusieurs façons sans

en alterer la premiere solidité; puisque tous les vuides qui restent entre les poutrelles de la charpente ne sont remplis aux voutes que d'un fardeau, dans l'espace duquel l'Architecte peut exercer son génie. Il pourroit même donner à la doële l'arrangement des Bâtons rompus de l'extrados, & ne couvrir les vuides que d'une Dale ou pierre fort mince.

Remarque sur l'Usage.

Puisque les coupes des claveaux des *Voutes plates* sont tournées de quatre côtez alternativement, il est clair que ces voutes poussent aussi de quatre côtez, à la difference des *Platebandes*, qui ne poussent que de deux côtez; d'où il suit qu'elles font la moitié moins d'effort que les platebandes pour renverser leurs piedroits, & par conséquent demandent moitié moins d'épaisseur de mur, ce qui est un avantage.

Cependant il faut considerer que le poid que les claveaux du milieu ont à soutenir est trés considerable; puisque dans un quarré de 36 claveaux les quatre du milieu sont chargez d'un poids égal à quarante fois leur propre pesanteur, suivant le calcul de Wallis, pour la charpente; ainsi pour peu que la pierre soit cassante ou *filardeuse*, c'est-à-dire, sujete à avoir des *fils* ou des liaisons naturelles, il y a beaucoup à risquer; car si un claveau seul vient à manquer, toute la voute tombera, ce qui ne peut arriver à une voute en platebande, où les claveaux sont en liaison, & où ils s'appuyent sur leurs lits & non pas sur leurs têtes, comme dans les voutes plates où elles sont encore affoiblies par leurs corps.

D'ou il semble que l'on doit conclure que cette invention est plus ingénieuse qu'utile; du moins dans une étenduë un peu considerable. Je la crois seulement propre à vouter quelques cabinets que l'on veut mettre hors d'atteinte des accidens du feu; parce que n'étant pas concave, elle ne demande pas plus de hauteur d'étage qu'un plancher ou un platfond de plâtre, qu'on ne peut faire sans mélange de bois. On peut aussi en diminuer la portée en fortifiant sa naissance par une voussure suivant l'usage ordinaire, ce qui est une décoration fort à la mode dans les étages un peu exhaussez.

A l'égard des précautions néceſſaires dans sa construction, il est de la prudence de ne pas poser les claveaux sur un étayement de niveau, mais un peu bombé vers le milieu, afin que lorsqu'on le décintre le platfond ne bombe pas en *Contre-bas*, l'affaissement étant inévitable, quelque précaution qu'on prenne dans l'Appareil.

Il est encore visible que l'on peut diminuer considerablement la pous-

ſée de ces voutes, en faiſant aux claveaux des appuis à entrailles; car ſi l'on pouvoit, comme dans la charpente, ne les pas faire en plans inclinez, il n'y auroit point de pouſſée, mais ſeulement de la charge ſur les piedroits.

La démonſtration de la ſolidité de ces voutes dépend de l'examen de l'arrangement Méchanique de ſes parties, où l'on voit une ſuite de leviers, dont les appuis ſe renvoyent la charge de l'un à l'autre juſqu'aux piedroits, tel eſt celui de la figure 35. & de la figure 36. où l'on peut ſe repréſenter que le vuide qui reſte dans cette charpente eſt rempli par l'élargiſſement en talud de chaque côté des claveaux pour tenir lieu des entrailles qu'on pratique dans le bois, & recevoir la piece qui croiſe. Ainſi en réuniſſant le poids de chacun des claveaux à ſon centre de gravité, & à ſon appui ſur le ſuivant, on les réduira à autant de leviers qui s'appuient réciproquement les uns ſur les autres, comme dans la charpente, & par gradation on parviendra à la connoiſſance du poids, dont chacun d'eux eſt chargé, avec d'autant plus de facilité que la charge tombe toujours au milieu du levier. J'en ferois ici le calcul s'il n'avoit été fait par Wallis, & s'il s'agiſſoit ici de Méchanique.

PROBLEME IX.

Faire une Voute plate inclinée à l'Horiſon, qui ne s'appuye que ſur les deux côtez inférieurs contigus.

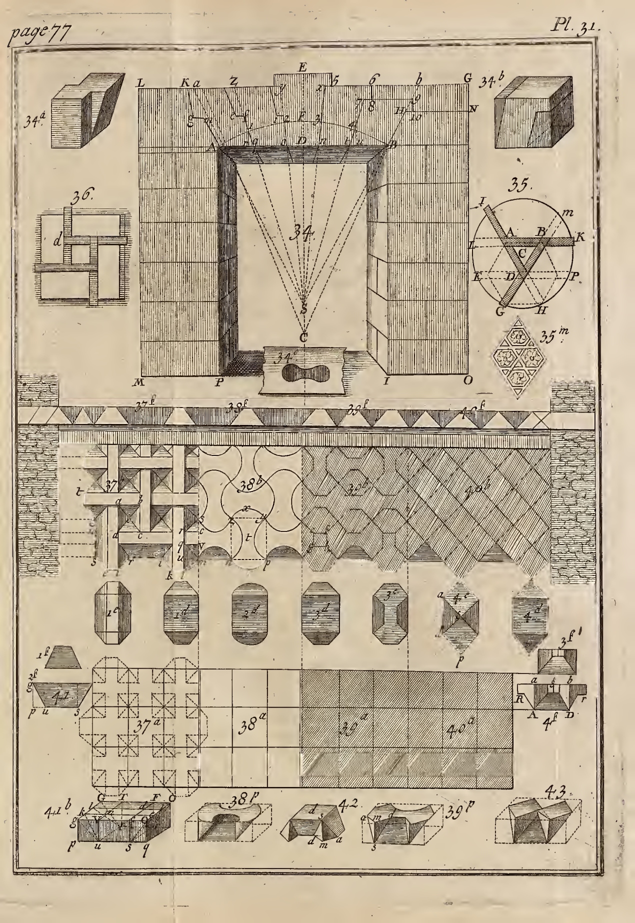
En Termes de l'Art.

Faire une Trompe plate.

On trouvera peut-être étrange que dans un commencement de pratique j'entre dans les *Traits* difficiles, mais l'ordre des choſes le demande ; puiſqu'il s'agit ici des voutes qui ne ſont compoſées que de ſurfaces planes, & que nous avons fait préceder des principes qui en ont déja réſolu toutes les difficultez.

Fig. 44. Soit [*Fig.* 44.] le quarré ABCD la projection horiſontale d'une ſurface plane inclinée à l'horiſon dans un angle rentrant de deux murs, *Fig.* 45. comme on la voit à la figure 45. en petit profil, ſur leſquels elle doit s'appuyer.

On commencera par tracer l'angle de ſon inclinaiſon par un profil, dont nous prenons ici la baſe pour la commodité du trait ſur le côté CB, ſur lequel ayant élevé une perpendiculaire B*a* égale à la hauteur de l'inclinaiſon d'un des côtez de la Trompe, on tirera la ligne C*a*, qui ſera la rencontre de ſa ſurface avec le piedroit du mur. Et parce que


34.a
34.b
34
34.c
35
35.m
36
37.f
38.f
39.f
40.f
37.b
38.b
39.b
40.b
1.e
1.d
2.d
3.d
3.e
4.e
4.d
1.f
2.f
3.f
4.f
4.1
37.a
38.a
39.a
40.a
41.b
38.p
42
39.p
43

les quatre cotez font fuppofez égaux, ce profil fervira pour tous; c'eft-à-dire, que la ligne C *a* exprimèra la vraye longueur des quatre côtez CA, CB, AD, BD, qui font racourcis dans la projection.

Formation de la Figure de la Doële.

Les quatre côtez de la doële étant donnez par le profil, il ne refte plus qu'à trouver les angles qu'ils font entr'eux, dont les oppofez font égaux, & ceux qui font de fuite font leurs fuplémens à deux droits. Du point C pour centre, & pour rayon C*a*, on décrira un arc de cercle *ab*, dans lequel on infcrira la diagonale AB du plan horifontal en *ab*; puis des points *a* & *b* pour centre, & pour rayon C*a*, on fera une interfection d'arcs en ^2h, à laquelle on tirera les lignes $a\,^2h$, $b\,^2h$, & *b*C, le Rhumbe, C*b* ^2ha fera la vraye figure & grandeur de la furface de la doële, dont ABCD eft la projection.

Panneaux de Tête, ou Elevation d'une des Faces en Saillie.

Ayant prolongé indéfiniment les côtez AD, CB vers ^{2}H & a^2, on portera la hauteur B*a* en Ba^2, & deux fois la même de D en ^{2}H; puis on tirera a^2, ^{2}H, qui fera l'élevation de l'arête de rencontre de la doële & d'une des faces.

Presentement pour y marquer les joints de tête des claveaux, on décrira de la pointe C de la trompe un arc AB, qu'on divifera en tel nombre impair que l'on voudra pour autant de claveaux, comme ici aux points 1, 2, 3, 4, par lefquels on tirera des lignes C*i*, CK, CE, CF, qui feront les projections des joints de lit; par les points E & F, où ils rencontrent la projection de la face DB, on lui élevera des perpendiculaires Eg^e Ff^2, qui couperont l'élevation a^2 ^{2}H aux points g^e f^2, par lefquels & par le point D, on tirera les joints de tête f^2 ^{2}4, g^e ^{2}3, & on aura l'élevation d'une des faces à laquelle l'autre eft égale, par la fuppofition que la trompe ne foit pas biaife, ni irréguliere.

Panneaux de Doële.

Les intervales des joints de tête étant trouvez, comme nous venons de le dire, on les portera fur la doële étenduë de part & d'autre de l'angle faillant, comme ^{2}Hg^e en ^2hE^2, & en ^2hk; ^{2}Hf^2 en ^2hF^2 & ^2hI; puis l'on tirera du point C les lignes CI, CK, CE^2, CF^2, & l'on aura les panneaux de doële.

Nous avons marqué dans la figure la maniere de trouver toutes les

longueurs des joints de lit à part, ſuivant la régle generale des profils des Trompes, où l'on voit que quoique toutes ces lignes ſoient en effet dans une ſurface plane, & terminées à une ligne droite $a^2 b$, la ſuite de leurs profils raſſemblez en projection eſt terminée par une ligne courbe $a^2 f\ ^2gh'$, ce qui fait voir la difference des productions de l'arrangement des profils.

Nous avons dit que les joints de tête devoient être tirez du point D, où eſt l'angle ſaillant, comme d'un centre ; mais rien n'empêche qu'on ne le prenne plus près ou plus loin du centre C, ſuivant qu'on voudra donner plus ou moins d'inclinaiſon aux coupes des lits. Il ſuffit que leur centre ſoit dans la ligne du milieu CD, qui doit être la commune interſection de tous les plans des lits. Le plus ou le moins d'inclinaiſon de la doële peut occaſionner du changement dans cette diſpoſition.

Nous avons déja quatre differentes repréſentations de la Trompe, 1.° Celle de ſon plan ou projection horiſontale. 2.° Son profil. 3.° L'extenſion de ſa doële. 4.° L'élevation d'une de ſes faces. Il ne nous reſte plus qu'à trouver les angles que les ſurfaces planes de ſa doële & de ſes lits, ou de la doële & de la tête font entr'elles. C'eſt-à-dire, les biveaux de lit & de doële, ou de doële & de Tête.

Les Angles des Plans pour former les Biveaux.

Premierement pour tracer l'angle que fait la ſurface *de la doële avec* celle de la *Tête*. Ayant fait au point C la ligne OCX perpendiculaire à la diagonale CD, on prolongera BD en H à diſtance égale à D^2H, CA en a^1 à diſtance égale à Ba^2 & DA juſqu'à la rencontre de CO en O; puis ayant tiré Ha^1 on lui fera une perpendiculaire HP, qui rencontrera AD prolongée en P, par où on tirera auſſi à la même PA une perpendiculaire PX, qui rencontrera OC prolongée en X; enſuite ſur OP prolongée on portera la longueur PH en Ph, d'où l'on tirera une ligne au point X, qui fera avec la précedente l'angle obtus MhL, lequel ſera celui que l'on cherche de la *Doële avec la Tête*, pris quarrément ſur l'arête de leur interſection, cet angle eſt le même à chaque vouſſoir de cette Trompe.

Secondement pour avoir l'angle de la *Doële avec les Lits*, par exemple, pour le biveau de lit & de doële du joint dont la projection eſt CE & l'élevation de tête $g^2\ ^23$, on élevera ſur CE, au point E la perpendiculaire EG, égale à la hauteur Eg^e de ce joint ſur le plan horiſontal, & l'on tirera GC, à laquelle on fera la perpendiculaire GQ, qui rencontrera CE prolongée en Q. Sur la même prolongée on tranſ-

portera

portera la longueur QG en Q^2G; ſur le point Q on fera la perpendiculaire QT ſur CQ, qui ſera inclinée à l'horiſontale OR, enſorte qu'elle la rencontrera étant prolongée hors de cette planche, & par le point ^2G on tirera une autre ligne ^2Gt, qui concoure au même point par le Problême I. page 286. du troiſiéme Livre, l'angle N^2GV ſera celui du biveau que l'on cherche, lequel ſera aigu du côté de l'impoſte, & obtus du côté de la clef, comme n^2GN, qui ſervira pour le lit en joint de cette clef, & l'autre aigu pour le lit de deſſus du claveau ſuivant, lequel aura auſſi un angle obtus à ſon lit de deſſous.

Les biveaux étant trouvez on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les claveaux, par exemple, le ſecond CEF.

Premierement, on a pour ſon panneau de doële le triangle $CE^2\ F^2$.

Secondement, le panneau de Tête en $^23\ gf^2\ ^24$ qu'on terminera à volonté aux points ^{23}, ^{24}.

Troiſiémement, le biveau ou angle d'inclinaiſon de la doële ſur la face eſt trouvé en MbL.

Quatriémement, le biveau ou angle des plans de la doële & de ſon lit de deſſus eſt trouvé en V^2GN; il faut encore celui du lit de deſſous que nous n'avons pas cherché; mais il eſt aiſé de le trouver, de même que le précedent.

Pour *appliquer le Trait ſur la Pierre* on commencera par faire un parement, ſur lequel on appliquera le panneau de doële $CF^{\prime\prime}E^2$, en ſuite on en fera un ſecond ſur l'arête F^2E^2, non pas à l'équerre, mais avec le biveau LbM, poſé cependant à angle Droit ſur cette arête.

Ce ſecond parement ſervira à placer le panneau de tête $^23\ g^c f^2\ ^24$.

Enfin avec le biveau de lit & de doële poſé toujours à l'équerre ſur les lignes CE^2, CF^2, on abatra la pierre qui les excede, & l'on formera les lits, dont le ſupérieur fera avec la doële une arête maigre, & l'inférieur une graſſe, qui ſont une figure de coin, à peu près ſemblable à celle qu'on a deſſiné à gauche, au chiffre 46. La figure de la droite qui a deux faces repréſente la clef en perſpective.

Explication Démonſtrative.

Pour entendre l'explication de la conſtruction de cette voute en Trompe plate, il faut conſiderer que nous avons étendu la ſurface du quarré ABCD en un Rhumbe $Cb^2\ ha$, que ce quarré repréſentoit en racourci par la projection donnée ſuivant les côtez inclinez; mais parce que la diagonale AB doit être de niveau elle eſt parallele à l'horiſon, & égale à celle du Rhumbe que le quarré hori-

fontal repréfente, c'eft la feule ligne qui lui doit être parallele. L'alongement du Rhumbe donne auffi celui de toutes les lignes qui y font femblablement pofées qu'à fa projection, comme font les joints de lit CE, CF, &c. lefquels font terminez aux côtez de ce Rhumbe à des diftances proportionelles à celles de la projection.

A l'égard des faces verticales dont les lignes AD & DB font la projection, il eft clair qu'il en faut faire l'élevation pour les connoître; puifque tous les joints de tête, qui font dans ce plan, font confondus par la projection dans la même ligne DB horifontale, laquelle repréfente l'inclinée ²H a^2, dont l'inclinaifon nous eft donnée par la hauteur trouvée D²H de fon angle, par le moyen de la hauteur donnée Ba^2 en Ba fur le piedroit BCa par l'angle de fon inclinaifon.

Nous avons auffi trouvé les angles des plans fuivant nos principes generaux de Goniographie; premierement, la fection de la doële avec l'horifon par la ligne OR; parce qu'il eft clair qu'en prolongeant les côtez du Rhumbe inclinez également fur leur projection DA, DB, ils couperont le plan horifontal, dont DACB eft partie en O & en z; donc la ligne qui paffera par OCz fera la commune fection du plan incliné de la doële, & de l'horifontal de la projection.

Secondement, puifque nous voulons que tous les plans des lits fe coupent au milieu de la projection fuivant la diagonale horifontale CD, cette ligne fera la commune fection de tous les Lits avec l'horifon.

Troifiémement, puifque les faces font verticales, leurs communes fections avec l'horifon feront les lignes de leur projection AD, DB; nous connoiffons donc les fections de trois plans, qui forment un angle folide & la hauteur de la perpendiculaire DH; donc par le Problême 13. du 3.ᵉ livre nous trouverons les angles de ces trois plans entr'eux, ce que nous avons fait, comme il eft aifé de le voir par la conftruction, & ce qu'il *falloit trouver*.

REMARQUE.

A caufe que les angles de claveaux réunis au point C diviendroient tellement aigus qu'on ne pourroit les tailler fans en caffer la pointe, il eft de néceffité indifpenfable de faire d'une feule pierre tout l'angle xCy, ou en partie triangulaire, comme CXY, ou mixte ou à pans, ou en parallelograme, ce qui donne occafion à un nouvel appareil pour les têtes inférieurs des claveaux, qui fe doivent appuyer fur cette pierre *en Trompillon*.

La maniere la plus fimple feroit de faire ce Trompillon ifofcele, retran-

chant des côtez C*a* & C*b* une grandeur à volonté égale en CY & CX, & faisant la tête à l'équerre sur l'arête marquée par la soutendante XY de la doële, & de couper de même les têtes inférieures des claveaux. Cependant comme c'est l'usage des Architectes, par raison de beauté, de faire le trompillon de même figure que la trompe, dont il est une partie, on se servira des mêmes biveaux de tête & de doële pour le trompillon que pour les claveaux dont nous venons de parler.

Il y a encore une observation à faire sur la coupe de la Tête, c'est qu'on peut la faire de deux manieres; sçavoir, 1.° à plomb, lorsqu'on fait le trompillon semblable à la figure totale de la trompe, auquel cas cette coupe devient inutile pour l'appui des claveaux, qui ne se soutiennent plus que sur les lits. 2.° On peut la faire en coupe à l'équerre sur la doële, & alors elle porte une partie de la charge des claveaux, qui y sont appuyez sur leurs têtes inférieures, de sorte que dans cette construction ils font moins d'effort sur leurs piedroits pour les écarter. Dans l'une & l'autre construction on voit que le lit inférieur de la clef doit être divisé en deux parties, par un angle rentrant *xzy* [*Fig.* 46.] qui doit recevoir le saillant du trompillon. *Fig.* 46.

CHAPITRE V.

Des Voutes Cylindriques.

En Termes de l'Art.

Des Berceaux.

L'Espece des Voutes la plus usuelle est sans contredit celle des Berceaux; la construction de celui qu'on appelle Droit, c'est-à-dire, dont la face est perpendiculaire à sa direction, est le premier de tous les *traits* chez les Appareilleurs.

Les Tailleurs de pierre les moins habiles sçavent l'exécuter au moins en plein ceintre; mais leur science ne va gueres plus loin, ils commencent à faire des fautes aux surhaussez & aux surbaissez. Premierement, en ce qu'ils en tracent le contour avec des portions de cercles mal assemblées, qui font des jarrets à leur jonction; secondement, en ce qu'ils tracent mal les joints de tête, lorsqu'ils font le ceintre d'une maniere plus correcte, par *le Trait du Jardinier*, de sorte qu'on peut avancer qu'ils ont besoin d'être conduits dès les premiers pas qu'ils font dans l'Art dont ils font profession.

Nous allons entrer en matiere par des principes generaux.

Formation Generale des Berceaux.

Sous le nom de *Berceaux* nous comprenons toutes les especes de voutes qui sont des moitiez de cylindre proprement dit, dont la base est circulaire ou Elliptique, même celles qui pourroient être de quelqu'autre courbe, comme de Parabole, d'hyperbole ou de Chaînette, &c. Suivant cette définition nous pouvons expliquer la formation d'un ber-
PLAN. 34. ceau comme celle d'un cylindre, par la trace d'une ligne AB [*Fig.* 54.]
Fig. 54. muë parallelement à elle-même, autour d'une Courbe quelconque AGD ou BEF; cependant comme il ne s'agit pas seulement ici d'une surface, mais d'un corps d'une certaine épaisseur, qui en comprend deux, l'une concave l'autre convexe, nous exprimerons la formation d'un berceau, par *la trace du mouvement du plan rectiligne ou mixte quadrilatere*
Fig. 55. *D A, qui se meut autour d'une courbe D H B, ensorte qu'un de ses côtez droits, qui parcourt la circonference de la courbe, soit toujours parallele à lui-même, & que ce plan soit toujours perpendiculaire à la tangente de cette courbe, au point où il la touche.*

Lorsque le plan generateur est un parallelograme rectangle, comme l'on suppose *a*AD*d* [*Fig.* 55.] qu'on représente par un oblique à cause de la perspective, & qu'il est perpendiculaire au plan de la courbe $a\,a^3\,b$, le berceau formé par son mouvement autour de cette courbe s'appelle *Droit*, de quelque figure que soit la Courbe, Cercle, Ellipse, Parabole, Hyperbole, Chaînette, ou toute autre.

Lorsque le plan generateur rectangle parcourt un demi cercle suivant les mêmes circonstances, le berceau s'appelle, *Droit & en plein ceintre*; alors ce plan est toujours également éloigné du centre C, & de l'axe du cylindre C*c*, telle est la figure que décriroit le mouvement du couvercle d'un coffre sur ses charnieres.

Cette figure de berceau étant la plus simple & la plus naturelle, est regardée comme la plus parfaite; les berceaux qui s'écartent plus du diametre de leurs bases s'appellent *Surhaussez*, comme s'ils étoient trop exhaussez, tel est celui de la fig. 60. ou AHB, fig. 57. & ceux qui s'en approchent plus s'appellent *Surbaissez*, comme s'ils étoient trop écrasez, tel est A*s*B, fig. 57. ceux dont le diametre est incliné à l'horison s'appellent *Rampants*, tel est A*h*B, fig. 61.

Par où l'on voit que ce mot de *Droit*, ne signifie ni une érection verticale de ses côtez, qu'on exprimeroit par le mot *de-bout*, comme sont les Tours rondes; ni la droiture de ses côtez, qui est commune à toutes sortes de berceaux; ni l'érection verticale de ses faces ou bases, qui est commune aux berceaux *Biais*, ni la projection horisontale de son

axe ; car un berceau peut être Droit sur ses bases, quoiqu'elles soient inclinées à l'horison aussi bien que leur axe ; mais il signifie la *Direction perpendiculaire des côtez ou de l'axe sur une base.* Parce qu'en langage de Geometrie on dit qu'une ligne est *Droite* sur un plan, ou qu'un plan est *Droit* sur un autre lorsqu'il lui est perpendiculaire. En effet puisque le parallelograme *a*D, qu'on suppose rectangle, est partie du parallelograme *a*C, qui se meut sur son côté C*c*, il est évident qu'étant élevé à la hauteur 2,2 ou a^3 A^3, il sera toujours perpendiculaire à la base ; puisque cette transposition ne change rien à ses angles avec les rayons du cercle AC, 2C, A^3C, CB. *Fig.* 55.

Corollaire I.

D'ou il suit que quoique les surfaces soient l'une concave & l'autre convexe, elles sont formées par le mouvement des lignes droites ; par conséquent qu'elles peuvent être imitées par le mouvement d'une régle comme nous l'avons dit ci-devant.

Corollaire II.

2.° Que puisque suivant les régles de la construction, que nous avons donné au livre précedent, les joints de Tête doivent être perpendiculaires aux tangentes des Courbes, leur direction doit tendre au centre des berceaux en plein ceintre, & leur plan de lit à son axe.

Corollaire III.

3.° Que puisque le berceau Droit est formé par la transposition du même parallelograme, les surfaces de lits sont toutes égales à celles des premiers lits à l'imposte, si la voute est extradossée, c'est-à-dire, si elle conserve la même épaisseur à la clef, comme à l'imposte; car on peut, en bonne construction, lui en donner moins à la clef; mais nous la supposerons toujours également épaisse, suivant l'usage le plus ordinaire.

Corollaire IV.

4.° Que les arcs extérieurs ou interieurs de la Couronne de cercle, qui est la base ou la face du berceau, sont la mesure de l'inclinaison des plans des lits avec l'horison, puisque leur direction tend au centre de cette base.

Corollaire V.

5.° Que les cordes des arcs, compris entre deux lignes, font toujours avec les joints de tête des angles rectilignes obtus, qui ont un rap-

port constant avec ceux que ces mêmes joints prolongez font au centre de l'arc de face ; parce qu'ils sont toujours *égaux à la moitié de l'angle du centre ajouté à un angle Droit.*

Voyez le Lem. Liv. III. pag. 378. Fig. 56. Pour le démontrer, du point C on menera une perpendiculaire sur la corde AB, & par le point A, on lui menera une parallele EA, qui fera l'angle EAB Droit, & FAE égal à l'interieur du même côté ACD; donc l'angle FAB du joint de tête, & de la corde d'une doële plate est obtus, & égal à un droit plus à la moitié de l'angle du centre.

Corollaire VI.

D'ou il suit que si l'on a l'angle du centre, c'est-à-dire, de la rencontre des plans des lits prolongez jusqu'à l'axe du berceau, on aura celui de ces lits avec la doële, & au contraire si on a celui-ci, par la déduction de l'angle Droit on aura la moitié de celui du centre ; & en le doublant celui du centre.

Corollaire VII.

7.° Que puisque les angles des plans ne se mesurent que par des perpendiculaires à leur commune section, ceux des lits & des doëles ne se peuvent connoître que par la supposition d'un berceau Droit, lorsque la direction de ses côtez est oblique sur ses faces, ce qui établit la *nécessité de faire un Arc-Droit dans toutes sortes de voutes cylindriques*; car quoique la base ne soit pas circulaire mais Elliptique, ou d'autre courbe, on la peut toujours supposer inscrite ou circonscrite au cercle, au centre duquel se mesurent les angles d'inclinaison des lits prolongez, soit que ce centre de leur interfection parvienne au diametre, ou qu'il soit en dedans ou au dehors, comme dans les coupes Elliptiques, qui sont dirigées sur la tangente, & non pas à l'axe du berceau, contre ce que les mauvais Ouvriers ont coutume de faire.

Fig. 55. On peut encore tirer d'autres conséquences de la géneration des berceaux pour connoître quelques-unes des surfaces de leurs rencontres avec d'autres voutes ; car si l'on suppose le triangle A D k retranché du parallelogramme rectangle génerateur *a*AD*d* [*Fig.* 55.] le mouvement de la ligne A k, transportée autour du centre C, formera une portion de cone tronqué. Et si au lieu de ce triangle rectiligne on en retranchoit un secteur de cercle DA*i*, l'arc A*i* formeroit une zone de sphère, ou de sphéroïde si le secteur étoit Elliptique, ou de paraboloïde si la courbe A*i* étoit portion d'une parabole ; ce qui sert à faire connoître que lorsque les berceaux Droits rencontrent directement d'autres solides, qui ont un axe commun avec le cylindre, tous les panneaux de lit sont égaux entr'eux, ou ils sont des trapezes rectilignes, ou des

trapezes mixtes, ce qui n'eſt pas inutile d'obſerver pour la conſtruction. Nous traiterons de leurs irrégularitez dans la ſuite.

La generation des berceaux étant bien entenduë, il ne ſera pas difficile de les conſtruire de pluſieurs portions raſſemblées, qu'on appelle *Vouſſoirs*. Lorſque le plan génerateur ſera perpendiculaire à celui de la Courbe, qui ſert de baſe au cylindre; mais comme il lui eſt ſouvent oblique, & qu'il en réſulte pluſieurs variations, & quelques difficultez, il eſt à propos de les examiner avant que de paſſer outre.

Des Variations des Berceaux.

Les Berceaux peuvent varier de pluſieurs façons, qui ſe réduiſent toutes à deux.

Premierement, *par le contour de leurs ceintres*, qui peut être de differentes courbes.

Secondement, *par la direction de leurs côtez*, à l'égard de leurs faces ou terminaiſons.

La premiere eſpece de variation peut encore être ſubdiviſée en deux; car les ceintres peuvent être formez d'une courbe *ſimple*. ou d'une *compoſée* de portions de courbes.

Les *Courbes ſimples uſitées* ſe réduiſent à deux, qui ſont le *Cercle* & *l'Ellipſe*, dont nous avons ſuffiſamment parlé au 2.e Livre, pour n'avoir rien laiſſé à déſirer de ce qui peut concerner leur deſcription, ſuivant differentes circonſtances *données*, & leur diviſion par des perpendiculaires à leurs arcs, en quoi conſiſte tout l'uſage qu'on en peut faire pour le Ceintres; il nous reſte à dire quelque choſe des autres Courbes qu'on peut leur ſubſtituer, & dont les Architectes pourroient faire uſage.

Des Courbes des Extrados & des Ceintres inuſitez, quoique convenables à la Conſtruction.

Si l'on avoit plus d'égard à l'équilibre des vouſſoirs d'un berceau, qu'à la grace du contour de ſa doële, il eſt certain que les ceintres circulaires ne feroient pas les plus uſitez; car ſi l'on veut que les vouſſoirs ſoient d'égale épaiſſeur entr'eux, pluſieurs Mathematiciens ont démontré que la Courbe du ceintre priſe au milieu de l'épaiſſeur de la voute, doit être celle de la *Chainette* lâche, que l'on peut prendre dans la pratique pour la *Parabole*; car ces deux courbes different ſi peu entr'elles, que de bons Auteurs s'y ſont trompez en les confondant,

comme nous l'avons dit ailleurs, tels font Gallilée, Blondel, Parent, & le P. Castel, qui ont en été repris par Mrs. Leibnitz & Bernoulli; mais parce que le contour de ces courbes n'eſt pas agréable à la vûë comme celui du ceintre circulaire ou Elliptique, il ſemble qu'en faveur de cette beauté on doit faire les berceaux avec des vouſſoirs inégaux pour en mieux conſerver l'équilibre; quoique juſqu'à préſent l'uſage des Architectes n'ait pas été directement conforme à cette convenance, on peut dire qu'il l'a été équivalemment; car ils rempliſſent les Reins des voutes avec de la maçonnerie, pour les appuyer lorſque les reins ne ſont pas butez par quelques directions de Lunettes qui les croiſent. Je ſçai bien que cette précaution fait l'effet des vouſſoirs inégaux, que nous propoſons, mais comme on ne ſçait pas quelle eſt l'épaiſſeur qu'il faut ajouter aux reins pour les fortifier, il n'eſt pas inutile de faire connoître celle que la Theorie de la Méchanique des voutes nous indique, pour en faire uſage dans l'épaiſſiſſement des vouſſoirs inégaux, ou en les appuyant par une addition de maçonnerie aux vouſſoirs égaux.

Des Courbes d'équilibre des Extrados & Intrados des Vouſſoirs Polis.

Si l'on ſuppoſe qu'une voute doit être faite de vouſſoirs extrémement Polis & gliſſans, il eſt démontré qu'ils doivent être de longueurs de queuës inégales, & que la courbe du ceintre à la doële ne peut être ſemblable à celle de l'extrados, ainſi faiſant le ceintre de l'intrados circulaire, l'extrados devient une Courbe ondée, qui s'ouvre infiniment, & ſi l'on prend le ceintre circulaire dans le milieu de l'épaiſſeur de la voute, celui de l'extrados ſera à peu près de même que dans le cas précedent; mais le ceintre de la doële ſera une courbe de cette eſpece que quelques Géometres appellent *Lenciſcate*, qui rentre en elle-même, & ſe croiſe en forme de nœud de ruban; nous allons donner la conſtruction de ces courbes.

Premiere diſpoſition où l'Intrados eſt Circulaire, dont nous ne prenons qu'une moitié pour Exemple.

Plan. 33. *Fig.* 47. Soit [*Fig.* 47.] le demi cercle BM, diviſé en parties de vouſſoirs 10, 9, 8, 7, 6 égales entr'elles, plus la moitié 6M pour la clef 6,5. Soit auſſi la longueur HM donnée pour l'épaiſſeur de la clef, il faut trouver celle de chacun des autres vouſſoirs 6 *i*, 7*g*, 8 R, 9*s*, laquelle augmente tellement leur peſanteur, que tout gliſſant qu'on les ſuppoſe, ils demeurent en équilibre. Sur HC, comme diametre, on fera un demi cercle HIC, qui coupera le ceintre de doële BIM au point I, par lequel on menera IK perpendiculaire à HC.

Ensuite

Ensuite on portera la moitié de la longueur de la clef HM sur le diametre AB de C en *d*, par où on menera *dm* parallele à CH, qui rencontrera le rayon C 6 en *m*, où l'on menera LN parallele au diametre AB, laquelle coupera les rayons tirez par les divisions des voussoirs 6, 7, 8, 9, aux points *m*, *n*, *o*, *p*, dont nous ferons usage, par exemple, pour trouver l'épaisseur 8R, on portera la longueur *op* de K en P, puis sur PC comme diametre, on décrira un arc de cercle PQ, qui rencontrera la tangente H*a* au point Q; le rayon CQ transporté en CR, donnera la longueur 8R que l'on cherche.

Il en est de même pour tous les autres voussoirs. Si l'on avoit cherché la longueur 7*g*, au lieu de la partie *op* de la ligne LN, on on auroit pris *no*, qui répond au voussoir 78, & l'on auroit fait la même operation, qui auroit donné un rayon C*g*; par conséquent son excès sur la doële 7*g*, ainsi des autres.

Supposant qu'au lieu de faire des ressauts d'un voussoir à l'autre, comme *ui*, on mene une ligne H*xyz*Y par les milieux, on aura une courbe d'extrados, qui seroit celle des voussoirs, qu'on supposeroit fort étroits par leurs têtes, ensorte que les ressauts deviendroient presqu'imperceptibles, quoique toujours réels; parce qu'il les faut supposer pour la démonstration.

Seconde disposition, où l'on prend le Ceintre Circulaire au milieu de l'épaisseur de la Voute.

Soit pour une moitié le demi cercle A D M, le cintre donné pour le milieu de l'épaisseur de la voute, laquelle épaisseur est donnée à la clef en *hm*ⁱ. Ayant divisé ce ceintre également en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. & tiré les rayons C1, C2, C3, &c. on portera le quart de la longueur *km*ⁱ de la clef en C*f* sur AB, pour tirer par le point *f* une parallele à C*h*, qui coupera le rayon C5 en *a*, par où on menera RG parallele à AB, qui coupera les rayons en *a*, *b*, *c*, 2ⁱ, R; ensuite on prendra successivement les longueurs *ae* double de *a*G, *ab*, *bc*, *c*2ⁱ, 2ⁱR, pour les porter sur les rayons correspondans en dessus & en dessous de l'arc donné ADM, sçavoir *ae* en 5e & 5^i; *ab* en 44e & 44^i, *bc* en 33e & 33^i, *c*2ⁱ en 22e & 22^i; enfin 2ⁱR en 11e, 11^i, & par les points trouvez 1e, 2e, 3e, 4e, &c. on tracera à la main ou avec une régle pliante la courbe d'extrados WE*b*, de même que par les autres points 1^i 2^i, 3^i, &c. celle d'intrados CF*m*ⁱ, dont la partie CF devient inutile, & même contraire à la construction; parce qu'elle rentre en dedans du berceau qu'on doit vouter; de sorte que supposant le point F, le plus écarté de la ligne du milieu C*h*, ce doit être celui de la jonction du piedroit F*p*, s'il est vertical, c'est- Fig. 47.

à-dire, à plomb, comme ils le font ordinairement; ainsi par cette construction le ceintre ADM se change à l'intrados en un surbaissé F4 m', dont l'imposte qui étoit donnée en A est remonté en F.

Demonstration.

Il est démontré dans presque tous les traités de Méchanique, & particulierement dans la Proposition 22 de celui de M. de la Hire, que les perpendiculaires aux directions des trois puissances en équilibre, qui tirent ou poussent un même point, forment un triangle, dont les côtez expriment le rapport de ces trois puissances; or dans chaque voussoir il y en a trois à considerer autour de son centre de gravité; sçavoir l'effort de la pression des deux voussoirs collateraux, qui agissent perpendiculairement à l'inclinaison du joint en lit, c'est-à-dire, à la *Coupe* de la pierre pour le soutenir à peu près comme dans une foule deux hommes en soutiennent un troisiéme entre deux, & la troisiéme puissance est la pesanteur du voussoir, qui fait effort pour s'échaper d'entre deux & tomber. Cela supposé.

Il est clair que dans les constructions de nos Courbes nous aovns commencé par former des triangles, dont les côtez sont perpendiculaires à ces trois puissances, tels sont les triangles C*ae*, C*ab*, C*bc*, C*mn*, C*no*, &c. car les parties horisontales *ae ab bc*, *mn*, *no*, &c. sont perpendiculaires aux directions verticales des pesanteurs, & les parties des rayons C*a*, C*b*, C*c*, C*m*, C*n*, C*o* sont perpendiculaires aux directions des pressions; donc ces triangles expriment les rapports de chacune des puissances.

Mais parce que nous n'avons besoin pour trouver les longueurs des voussoirs, que de connoître l'expression de leur pesanteur, il suit qu'ayant déterminé une ligne, qui exprime une longueur de queuë donnée en *rm* ou en *ae*, on aura la suire des expressions des autres longueurs en *mn*, *no*, *op*, ou pour le second cas en *ab*, *bc*, &c. par conséquent les longueurs sont bien trouvées.

Corollaire I.

Comme toutes ces parties horisontales sont inégales étant proportionnelles aux tangentes T, *t*3, *t*4, *t*5, *tb*, correspondantes à des parties égales du cercle, il suit que les courbes de doële & d'extrados ne sont pas semblables; puisque l'on ajoute au dehors des rayons du ceintre circulaire, ou qu'on en retranche au dedans des parties inégales.

Corollaire II.

Si au contraire on fait les parties d'un ceintre inégales, provenant des divisions égales d'une horisontale LN ou GR, alors l'extrados & l'intrados deviendront paralleles, & l'épaisseur de la voute sera égale, quoique les voussoirs soient en équilibre, ce qui ne peut être appliqué au ceintre circulaire, mais seulement à celui que l'on feroit de la courbe de la Chaînette lâche, comme il est démontré par plusieurs Matématicien, & fort nettement par M. Couplet, dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729.

Corollaire III.

Il suit aussi de cette construction, que quoique la courbe donnée du ceintre ne soit pas circulaire mais Elliptique, surhaussée ou surbaissée, & même si peu bombée qu'elle dégenere en ligne droite comme aux platebandes, pourvû que les directions des coupes partent toujours d'un même centre C, il sera toujours vrai que les courbes ou les droites d'extrados & d'intrados mettront l'équilibre entre les voussoirs, qu'elles comprennent ; parce que les directions des puissances restans toujours les mêmes, il sera aussi toujours vrai que les *pesanteurs des voussoirs seront en raisont des differences des tangentes des angles que font les lits*, en commençant au milieu de la clef, comme il est démontré dans la Méchanique de M. de la Hire, à la Proposition 125.

Corollaire IV.

D'ou il suit, comme l'a démontré M. Couplet au Mémoire cité, que la surface rectiligne de la platebande T*hml* est égale à sa correspondante ceintrée $2^c\, h\, m^i\, 2^i$, ce qui fournit un moyen facile de faire le toisé de cette surface mixte ; & par conséquent celui de la solidité de la voute.

Corollaire V.

Il suit aussi qu'il n'y a aucune espece de voute que les platebandes qui puissent avoir un extrados en ligne droite, & par conséquent que dans le sistéme des voussoirs infiniment polis, une voute arasée de niveau ne pourroit subsister, quoique l'expérience nous assure du contraire dans les pierres de surfaces raboteuses, & même que cette pratique soit fort usitée.

Corollaire VI.

Enfin que si les voussoirs étoient infiniment polis, il faudroit que les piedroits & les coussinets fussent infiniment longs ; parce que la

courbe d'extrados *b*EW ne rencontre l'impoſte BA prolongée qu'à une diſtance infinie, ce qui montre qu'il faudroit une force infinie pour réſiſter à la pouſſée des vouſſoirs ſuſpendus, dans la ſuppoſition qu'ils ſoient infiniment gliſſans, ſans aucun frottement, ſuivant l'hypoteſe néceſſaire pour établir un raiſonnement géometrique.

Mais comme il n'eſt rien de tel dans la nature, particulierement dans le genre des pierres taillées pour les voutes, dont les lits les mieux dreſſez ſont toujours fort raboteux, cette ſpéculation devient inutile pour l'exécution; cependant elle ne l'eſt pas pour les conſéquences qu'on en doit tirer.

Premierement, que l'uſage ordinaire des vouſſoirs d'égale épaiſſeur eſt très défectueux; parce qu'il n'a aucune conformité aux principes de la Théorie, auſquels il doit avoir au moins quelque raport; puiſque les frottemens ne ſont pas ſuffiſans pour réſiſter à la pouſſée & au *gliſſement* des vouſſoirs, & qu'ils ne font qu'en diminuer l'effort.

Secondement, qu'ayant égard aux frottemens des lits des vouſſoirs, on doit diminuer de l'épaiſſeur, qui leur conviendroit s'ils étoient infiniment polis, ſuivant un raport des tangentes priſes ſur T*b*, dont les longueurs diminueroient dans la raiſon de la réſiſtance des frottemens, que perſonne que je ſçache n'a encore pû aſſigner, cette détermination étant trop mêlée de cauſes Phyſiques, en ce que les pierres ſont plus ou moins dures ou tendres, grenées ou polies, peſantes ou légeres, & plus ou moins uniment applanies & dreſſées dans leurs lits, ſelon l'adreſſe de l'Ouvrier.

D'ailleurs les vouſſoirs plus ou moins gros comprennent un arc du ceintre d'un plus grand ou plus petit nombre de degrez, ce qui augmente ou diminuë le nombre des lits; par conſequent les frottemens.

D'ou l'on peut conclure qu'il eſt aſſez difficile de pouvoir bien déterminer une courbe d'extrados; tout ce qu'on en peut dire ſûrement c'eſt qu'elle ne doit pas être la même que celle de la doële, contre l'uſage ordinaire de la plûpart des Architectes, & la ſuppoſition de tous les Livres de la coupe des pierres, à laquelle je me ſuis cependant conformé, pour ne pas embaraſſer les Traits; & parce que je n'ai rien de bien prouvé à ſubſtituer à cet uſage, dont la ſeule expérience a fait ſentir le défaut.

Il ſeroit inutile de remarquer ce défaut, ſi l'on n'y apportoit quelque correction; c'eſt pourquoi j'ai cru que je devois en propoſer une, tirée partie de l'expérience, partie de la Théorie.

Premierement, je puis faire remarquer que les anciens Architectes, guidez par la seule expérience & les régles du bon sens, se sont parfaitement rencontrez avec celles de la Theorie, qui n'ont cependant été découvertes que de notre tems; car si l'on en croit les profils que Palladio nous a donné des voutes du Pantheon & de la Galluce, qui sont des plus grandes qu'il nous reste de l'Antique, on trouvera que leur epaisseur prise à 30 degrez au dessus de leur naissance, est environ triple de celle de la clef, ce que l'on peut comparer avec la figure 47, où la ligne EF passant par le point D, a 30 degrez au dessus de la naissance A, du quart de cercle ADM est aussi le triple de l'épaisseur hm'.

Les Architectes modernes en ont usé de même; si l'on en croit aussi les profils gravez par Marot, du Dôme du Val de Grace à Paris, on y remarquera le même épaississement de la voute à 30 degrez au dessus de la naissance.

Je tiens cependant qu'un si grand épaississement n'est pas nécessaire, & qu'on peut sans crainte le diminuer d'un septiéme; en voici la raison: L'épaississement EF vient de la supposition que les voussoirs soient des corps infiniment polis, mais il s'en faut de beaucoup que nos pierres, quelques fines qu'elles soient & proprement taillées par leurs lits ne soient telles; puisque nous voyons par expérience, qu'elles ne glissent plus ou très peu, sur un plan dont l'inclinaison est moindre de 30 degrez & au dessous, lorsque la longueur de la coupe du lit est plus grande que la corde de la doële; ou pour parler plus positivement, lorsque le centre de gravité du voussoir ne tombe pas au dehors du plan incliné du lit, sur lequel il est posé; or en ce cas le côté du lit incliné est à sa projection horisontale, comme 2 est à la racine de 3, ou à très peu près comme 7 est à 6; donc il suffit que les reins de la voute à 30 degrez au dessous de la naissance, soient à l'égard de la hauteur de la clef, où est la moindre épaisseur, comme 18 est à 7.

D'ou je croi qu'on peut tirer une assez bonne *Régle de pratique pour les Extrados*, qui est de porter trois fois de suite l'épaisseur de la clef à l'imposte comme hm' en AL [*Fig.* 48.] ou h Q en AO; puis ayant tiré la corde LH, on élevera sur son milieu M une perpendiculaire Mc^d, qui coupera l'aplomb du milieu HC prolongée en c^d, où sera le centre de l'arc de l'extrados LeH, lequel arc sera toujours le moindre que le quart de cercle, & ne sera pas équidistant de la doële. *Fig.* 48.

On pourroit trouver plus précisement la courbe de l'extrados dans un sistéme tout opposé à celui que nous venons d'établir, considerant les voussoirs comme des corps, qui ne glissent point sur leurs lits, mais qui ne font effort que pour s'écarter & se renverser; c'est ainsi que

M. Couplet les a consideré dans un Mémoire, qui a été inseré dans ceux de l'Academie de l'année 1730. dont il ne sera pas inutile de donner un extrait pour les ceintres de demi cercle entier & de 120. degrez.

Il trouve par un long calcul Algebrique qu'une voute de 28 pieds de diametre d'épaisseur par-tout égale, dont l'intrados & l'extrados sont des arcs de cercles concentriques, ne peut avoir moins d'un pied cinq pouces dix lignes & un quart d'épaisseur, qui sont près de 18 pouces, & que celle d'un même rayon de quatorze pieds, qui ne seroit que d'un arc de 120 degrez, pourroit être près de cinq fois moins épaisse, n'ayant que trois pouces trois lignes & trois quarts d'épaisseur.

Si au lieu de considerer la largeur de 28 pieds comme diametre d'un demi cercle, on la considere comme la corde d'un arc de 120 degrez, on n'aura pour son épaisseur que trois pouces & près de dix lignes, c'est-à-dire, seulement environ six lignes de plus.

D'ou il suit évidemment, que si l'arc étoit d'un moindre nombre de degrez, & cependant toujours d'un même rayon, l'épaisseur diminueroit encore, puisque la charge diminuë.

Cependant comme dans cette hypotese l'effort de la pesanteur de la voute se fait sur les arêtes des voussoirs, qui peuvent s'écraser par la charge plus ou moins facilement, suivant la consistance de la pierre, laquelle peut être plus ou moins dure ; il croit pour éviter tout accident, qu'il faut au moins doubler & même tripler l'épaisseur trouvée par la formule Algébrique, afinque les points ou plutôt les lignes des appuis se trouvent au quart ou au milieu des lits des voussoirs & non pas sur les arêtes.

D'ou je tire une construction, qui me paroît d'autant plus convenable à la pratique, qu'elle differe peu de la précedente, quoique venant d'une hypotese toute opposée & avec cet avantage, qu'en celle-là nous avons donné à la clef une épaisseur arbitraire sans en connoître la néceſſité, & qu'ici nous connoissons la moindre épaisseur, que la prudence d'un Architecte doive hazarder ; la voici :

Fig. 48. Supposant encore le diametre de la voute en plein ceintre de 28 pieds, on portera sur le rayon *cb* prolongé une longueur de 8 pouces de *b* en Q, si la pierre est dure, ou bien un pied si la pierre est tendre, & la sixiéme partie de ce rayon de *c* en *g* ; d'où comme centre, & de l'intervale *g*Q pour rayon on décrira un arc de cercle Q*o*, qui sera celui de l'extrados de la voute, ce qui donnera à peu près l'épaississement qu'exige la formule doublée ou triplée, comme on le

jugera à propos, en déterminant l'épaisseur de la clef, afin de donner aux appuis la résistance convenable à la charge.

En effet puisque la formule donne pour un arc de 120 degrez, & de 18 pieds de rayon 3 pouces 3 lignes $\frac{3}{7}$, dont le double est 6 pouces 7. lignes $\frac{1}{7}$ en prenant 8 pouces à la clef, on a encore un pouce quatre lignes $\frac{1}{7}$ de renfort à la clef, & la hauteur de 30 degrez, on aura environ un pied trois pouces d'épaisseur, quoique la formule ne demande que 6 pouces 7 lignes $\frac{1}{7}$; par conséquent la force est plus que doublée aux reins. Enfin si l'épaisseur de la formule doublée à l'imposte d'une voute d'égale épaisseur de 28 pieds de diametre ne donne qu'environ trois pieds, & même un peu moins, celle de notre construction sera plus que suffisante pour une voute d'épaisseur inégale, qui diminuë continuellement depuis l'imposte à la clef, ensorte qu'elle est déchargée de plus des $\frac{2}{7}$ de la pesanteur qu'elle auroit si elle étoit d'égale épaisseur par-tout.

L'extrados de la moindre épaisseur étant ainsi supposé & tracé, il sera facile d'en tracer un autre de plus grande épaisseur, s'il est nécessaire par quelque raison de fortifier la voute, comme en *b*H au lieu de *b*Q; puisqu'il n'y a qu'à faire passer par le point H un arc de cercle H*d* concentrique à Q*o*, qui ajoute par-tout une égale épaisseur.

Au reste, il ne faut pas regarder cette pratique comme une régle Géometrique absolument conforme aux loix de la Méchanique & de la Statique, mais comme un bon guide pour se conduire dans l'exécution, & ne rien risquer du côté de la solidité.

Nous avons toujours supposé les ceintres circulaires pour plus de facilité; mais s'ils étoient surhaussez ou surbaissez, il faudroit avoir égard au plus ou moins de poussée, sur quoi nous donnerons quelques régles à la fin de cet Ouvrage.

On peut faire une objection contre la maxime que je viens d'établir, de diminuer l'épaisseur des voutes, depuis l'imposte jusqu'à la clef, c'est que, quoique les voussoirs ne soient pas des corps polis, ils ne sont pas aussi des corps adherens, comme dans la seconde hypotese, ils tendent à glisser sur leurs lits, d'autant plus qu'ils approchent de la situation verticale; or en diminuant la longueur de la coupe, qui fait la largeur des lits, on diminuë deux choses qui contribuent à les soutenir, l'une c'est le frottement, qui est plus considerable dans une grande que dans une petite surface, l'autre c'est la retombée, qui est d'autant plus grande, que le joint de tête de la coupe est plus long; or cette retombée, qui est une ligne horisontale,

exprime la force qui ſoutient le vouſſoir contre la verticale qui exprime ſa peſanteur, par conſéquent plus on diminuë la retombée, moins on eſt aſſuré du ſupport de la clef.

Pour répondre à cette objection on peut premierement lui oppoſer la fig. 47. où les régles de la Méchanique & de la Statique nous font voir, que le ſommet de la voute doit être la partie la plus mince.

Secondement, quoiqu'il ſoit vrai que le frottement ſoit plus conſiderable dans une grande que dans une petite ſurface, qu'il augmente & diminuë par la peſanteur des vouſſoirs, il eſt auſſi vrai que l'effort pour le vaincre augmente ou diminuë, ſuivant le plus ou moins d'épaiſſeur.

Enfin il eſt viſible que la coupe d'un joint de tête d'une inclinaiſon conſtante donnera toujours des retombées & des hauteurs de retombées proportionelles, quoique prolongée ou racourcie; par conſéquent qu'en diminuant l'épaiſſeur d'un vouſſoir, on diminuë autant de l'effort du poids qui le pouſſe en bas, que de la puiſſance du vouſſoir contigu qui le ſoutient en l'air; puiſque l'une de ces puiſſances eſt exprimée par la hauteur de la retombée, & la ſeconde par l'hypotenuſe de la retombée.

On me demandera peut-être ici quelque régle, tirée de l'expérience, touchant l'épaiſſeur des voutes à la clef, ſur laquelle on puiſſe raiſonnablement compter, ſans avoir recours au calcul Algébrique, dont tout le monde n'eſt pas capable, & auquel les cauſes Phyſiques ne ſont pas ſujettes, ſans quelque correction, comme dans cet exemple des pierres plus ou moins dures.

A quoi je répondrai qu'il faut premierement faire attention aux uſages des voutes; il en eſt qui doivent porter de gros fardeaux inégalement diſperſez ſur leur ſurface, comme ſont les arcs des ponts, ſur leſquels paſſent de peſantes voitures, il en eſt qui en portent peu, comme des voutes ſur leſquelles on appuie quelques pieces de Charpente, il en eſt qui ne portent rien du tout, comme pluſieurs voutes d'Égliſes, dont la Charpente porte ſur les murs.

1.° A l'égard des voutes de la premiere eſpece on remarque dans quelques ponts Antiques, que leur épaiſſeur à la clef eſt au plus le dixiéme du diametre de l'arche, & plus ordinairement le douziéme, & que le moins qu'on puiſſe leur donner ſuivant le ſentiment d'un bon Architecte, Leon Baptiſte Alberti, eſt le quinziéme.

2.° Lorſque les voutes ne portent rien il ſuffit de leur donner moitié moins d'épaiſſeur, que je réduis à une vingt-quatriéme partie du diametre

diametre, c'eſt-à-dire, un demi pouce par pied; ma raiſon eſt que le voute de la nef de l'Egliſe de St. Pierre de Rome, qui eſt des plus grandes que je ſçache, & qui n'eſt pas même abſolument ſans charge, puiſqu'elle porte une partie de la charpente de la couverture, eſt à peu près dans cette proportion; car ſuivant les meſures de M. Tarade, elle a 82 pieds de diametre, & ſeulement trois pieds ſix pouces d'épaiſſeur en brique, ce qui revient à $\frac{1}{23}$ & $\frac{2}{7}$; ſur ce principe une voute de 28 pied de diametre auroit 14 pouces à la clef, ce qui paroît aſſez conforme à la conſtruction ordinaire, pourvû que les Reins ſoient épaiſſis au moins du double à 30 degrez de hauteur au deſſus de la naiſſance, ou butez par quelques lunettes.

Si l'on deſcend dans les plus petites voutes, comme d'un pied ou deux de diametre, on trouvera une comparaiſon ſurprenante des épaiſſeurs que je propoſe, avec celles de la Table de M. Gautier; puiſque pour un arceau d'un pied, il donne 25 fois plus d'épaiſſeur en pierre dure, & 36 fois en pierre tendre, c'eſt-à-dire, un pied ſix lignes en pierre dure, & un pied ſix pouces en pierre tendre; mais il faut faire attention qu'il pourvoit à la charge des voitures, & moi ſeulement à la peſanteur de la voute conſiderée dans ſes parties; en effet on ceſſera d'être ſurpris qu'un demi pouce d'épaiſſeur puiſſe ſuffire à un arceau d'un pied, lorſqu'on ſçaura que des voutes Gotiques en tiers point de 24 & de 25 pieds de rayon ſubſiſtent avec une épaiſſeur de 5 & 6 pouces, laquelle devroit être du double ſuivant notre régle, prenant le rayon des Gotiques pour diametre ou largeur de la voute, comme il l'eſt en effet; il eſt vrai que ce n'eſt que dans des arcs de 60 degrez; car je doute qu'elles euſſent ſubſiſté à 90 degrez, ſi elles n'avoient eu qu'un ceintre.

De la Chaînette.

S'il eſt démontré que le ceintre d'un berceau étant circulaire, on ne peut mettre l'équilibre entre ſes vouſſoirs, qu'en les faiſant de longueur inégale, il l'eſt auſſi par l'inverſe, que lorſqu'on veut faire des vouſſoirs d'égale épaiſſeur, on ne peut les ranger ſur une Courbe circulaire; mais ſur une autre eſpece, qui eſt celle que forme le poid d'une chaîne, ou corde chargée à diſtances égales de poids égaux, ſuſpenduë par les deux bout, & plus ou moins lâche, comme on la veut, pour la diſtance de la ligne d'impoſte, juſqu'au milieu de la clef.

C'est donc à l'Architecte à prendre ſon parti dans la conſtruction d'une voute, ſur l'égalité ou l'inégalité de ſon épaiſſeur, & à voir s'il n'eſt point aſſervi à la grace du contour circulaire ou Elliptique. S'il

veut que sa voute soit également épaisse, il n'a rien de mieux à faire qu'à tracer sur un mur à plomb, une ligne qui soit de niveau ou rampante de longueur égale à la largeur de la voute, & abaisser au milieu un aplomb égal à sa hauteur. S'il pend ensuite une corde aux naissances, & qu'il la lâche jusqu'à ce que son milieu parvienne à l'extrémité de la verticale, qui exprime la hauteur renversée, cette corde lui marquera le contour qu'il doit suivre & tracer sur le même mur, cette courbe sera le ceintre demandé, qu'il n'y aura plus qu'à renverser pour le mettre dans sa situation naturelle, comme on voit AGB ou ANB, fig. 50. tournée au dessus en A*g*B & A*m*B.

Cependant cette courbe qui convient si bien à l'équilibre des voussoirs égaux, ne convient gueres à la beauté du contour de la doële; parce qu'elle fait un jarret avec le piedroit à sa naissance en A & B, qui devient d'autant plus choquant à la vûë, que le ceintre est surbaissé, comme on voit en RA*m*: Dans ce cas si l'on veut en faire usage, il faut prendre sa naissance, non pas sur le tableau du piedroit en A, mais un peu en dedans, comme en *a*, pour y inscrire un arc de cercle d'un ceintre pris sur la ligne AB, comme AT du centre C pour la moitié de chaînette ATN, ensorte qu'il la touche en un point T pour effacer le jarret, faisant cet arc plus ou moins grand, comme on le jugera à propos, je veux dire d'un plus grand ou plus petit rayon; car pour le nombre de degrez, il est déterminé par l'attouchement à la chaînette; mais cette correction ne fait que transporter le jarret de *a* en T, & le rendre le moins sensible qu'il se peut, elle ne l'ôte pas tout à fait; le cercle & la chaînette sont deux courbes trop differentes pour que l'œil n'en apperçoive pas encore un peu la jonction, lorsque la hauteur qui est ici la profondeur de la voute n'est pas plus grande que sa demie largeur.

Fig. 50. Le ceintre usité qui approche le plus de cette courbe est le Gotique, comme on voit à la fig. 50. où A*us* est presque confondu avec la chaînette A*xg*, dont il ne se détache que vers la clef, où se fait l'angle Gotique.

On peut voir les proprietez de la chaînette pour les voutes dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729. où M. Couplet les a clairement démontrées.

Dans le sistême des voussoirs inégaux on pourroit faire les ceintres des voutes de plusieurs sortes de courbes, dont le contour seroit agréable à la vûë, telles sont, par exemple, l'Ovale de Cassini, & la Cicloïde pour les surbaissez ou surmontez, & la Spirale pour les arcs Rampans, & de plusieurs autres.

De l'Ovale de Caſſini.

Le contour de la Caſſinoïde reſſemble beaucoup à l'Ellipſe des ſections coniques, elle eſt ſeulement un peu plus ouverte entre ſes axes, comme on peut le voir à la fig. 49. ce qui fait auſſi que ſes foyers ne s'approchent pas tant des extremitez du grand axe. *Fig.* 49.

Nous avons remarqué en parlant de l'Ellipſe, que la ſomme des lignes fT & FT, tirées des foyers à un point de la circonference étoit égale à la longueur du grand axe AB; dans la Caſſinoïde, le produit ou rectangle fait de ces deux lignes eſt égal au rectangle fait des lignes Af & fB, ou, ce qui eſt la même choſe, de BF & AF.

Soit AB le grand axe, & CD la moitié du petit. Du point C pour centre, & CB pour rayon, on décrira un quart de cercle BH, dans lequel on tirera une ordonnée fd, telle qu'elle ſoit égale à Df; en portant CH en Bh, & tirant du point h par D, la ligne Dh, qui coupera le quart de cercle HdB en d, par où on menera df parallele à CH, qui coupera le diametre AB en f, ce point f ſera un des foyers; puis portant l'intervale Cf de l'autre côté en CF, on aura l'autre foyer F.

Presentement pour trouver autant de points qu'on voudra à la circonference, comme en T, on cherchera une quatriéme proportionelle à trois lignes données, ſçavoir Bp : BF :: Bf : Bx, dont la premiere Bp eſt priſe à volonté, mettant le point p entre C & f. Ce que l'on peut faire facilement en tirant du point B une ligne Bg, qui faſſe avec AB un angle quelconque, puis on fera Bg égal à BF; alors après avoir tiré la ligne pg on lui fera la parallele fx, qui coupera Bg en x; la ligne Bx ſera la quatriéme proportionelle demandée pour la longueur fT.

Ainsi du point F pour centre, & pour rayon Bp on fera un arc de cercle en T, & du point f pour centre, & pour rayon Bx, on en décrira un autre qui coupera le précedent au point T, lequel ſera à la circonference de l'ovale.

La raiſon de cette conſtruction eſt qu'il s'agit de trouver des côtez inégaux de rectangles égaux; or à cauſe que les rectangles égaux ont leurs côtez en raiſon réciproque, par la 14.[e] du 6.[e] Livre d'Eucl. on a fait Bp : Bg :: Bf : Bx, ce qui donne FT : BF :: Bf : fT; donc FT × fT = BF × Bf ou AF, *ce qu'il falloit faire.*

Presentement pour tirer les joints de tête de cette eſpece de ceintre, par exemple, pour celui qui paſſera par un point de diviſion de vouſſoir comme T; on cherchera une troiſiéme proportionelle aux

lignes FT & Tf, en portant la longueur TF en TI, & menant IK parallele à AB, qui coupera FT en K ; on portera la longueur TK ſur fT prolongée en k, par où on tirera kF, à laquelle on menera par le point T la parallele TN, qui ſera le joint de tête demandé.

La raiſon eſt que ſi par le point T on mene tT perpendiculaire à kF, elle ſera tangente de l'ovale au point T, par conſéquent TN, qui eſt parallele à kF lui ſera perpendiculaire, ce que M. Varignon a démontré dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1703.

De la Cicloïde.

La ſeconde eſpece de Courbe qu'on pourroit mettre en uſage ſeroit la Roulette ou *Cicloïde*, dont le contour eſt agréable à la vûë.

Fig. 51. Soit [*Fig.* 51.] un ceintre ſurbaiſſé à faire, dont la longueur du diametre horiſontal eſt AB, & ſa hauteur ſous clef MH, du point C, milieu de MH pour centre, on décrira un cercle MNH6, dont on diviſera la circonference en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du ceintre, par exemple, ici en douze aux points 12M4567, &c. par leſquels & par le centre C on tirera autant de rayons ou de diametres. Enſuite on menera par le point C une ligne ab parallele & égale à AB, qu'on diviſera en autant de parties égales entr'elles, qu'on à diviſé la circonference du cercle, & par tous ces points on menera des lignes paralleles & égales aux rayons du cercle correſpondans aux mêmes diviſions ; ainſi par le point 5 de cette ligne ab, on tirera la ligne 5, 12 parallele & égale à C2 ; par le point 4 la ligne 4 11 parallele & égale à C1, par le point 3 la ligne 3, 16 égale à Cn ou C6 ſur la même ligne, & ainſi de ſuite 2, 15 parallele & égale à C5, &c.

Par les points trouvez A, 12, 11, 16, 15, 14, on tracera à la main ou avec une régle pliante une ligne courbe qui ſera la Cicloïde demandée.

Si la ligne AB a été faite égale à la circonference du Cercle MNH6, la Cicloïde ſera celle qu'on appelle du premier Genre, laquelle convient à un arcade, dont les piedroits ſont à plomb ; ſi la ligne ME moitié de la baſe eſt plus grande que la moitié du contour du Cercle, elle ne peut convenir qu'à des piedroits en ſurplomb, & au contraire ſi elle eſt plus petite que la demie circonference, comme MD ou Md, à des piedroits en talud ; parce que ces dernieres rentrent en elles-mêmes ; on pourroit auſſi les employer en une voute, dont la naiſſance eſt ornée d'une Corniche qui a de la ſaillie, & qui eſt aſſez élevée pour cacher une partie de cette naiſſance.

Il nous reste à donner la maniere de mener une tangente à cette Courbe par un point donné, pour trouver la coupe ou inclinaison des joints de tête des voussoirs, qui doit être perpendiculaire à cette ligne, comme nous l'avons dit au troisiéme Livre.

Soit [*Fig.* 51.] le point *d*, donné pour un joint, par où il faut mener une tangente pour le faire perpendiculaire à cette ligne, on menera par le point *d* & H les lignes *df* & HG paralleles à AB, dont la premiere coupera le cercle génerateur en *i*, on prendra sur *df* la longueur *dg* égale à *if*, & GH égale à *fg*, la ligne tirée de G par *d* sera la tangente qu'on demande, ce qui a été démontré par M. de la Hire, dans son traité des Epicloïdes, & dans les Mémoires de l'Academie de 1706. *Fig.* 51.

De la Spirale.

La troisiéme espece de Courbe qui peut servir à la formation des ceintres, dans les cas où les naissances ne sont pas de niveau, est la Spirale d'Archimede ou de Varignon, dont nous avons parlé au 2.e Livre, particulierement cette seconde, qui peut être variée suivant les occurrences & les points donnez en beaucoup plus de manieres que les sections coniques, par le moyen des courbes géneratrices differentes, qu'on peut choisir de telle espece qu'on jugera à propos. La seule raison qui pourra en empêcher l'usage, sera peut être la difficulté de les tracer, & faire passer par des points & des lignes de sommité données ; cependant si l'on veut faire attention aux moyens que nous avons donné pour faire passer la premiere révolution par où l'on veut, & lui mener des tangentes par toutes sortes de point donnez, on verra qu'il n'est gueres plus difficile de trouver des arcs rampans de portion de spirales, que de les faire de portion de sections coniques. Je suppose même que l'on se trouve un peu embarassé ; il y a un moyen simple & usité, dont j'ai parlé au même livre, de l'abaisser ou de l'élever par le moyen de la Graticule, faite de parallelogrames plus ou moins oblongs, rectangles ou obliquangles.

On verra à la figure 52. l'effet d'une portion R*b*M de spirale circulaire AR*b*M*d*C appliquée à un arc rampant, où l'on a ponctué la continuation de cette Courbe, qui est inutile au sujet dont il est question. *Fig.* 52.

Pour moi je trouve que lorsque la ligne de sommité n'est pas parallele à celle de Rampe, qu'elle concourt avec elle au bas, du côté de l'imposte inférieure, que le grand axe de l'Ellipse est incliné d'environ 45 degrez à l'horisontale, il se fait une espece de jarret au dessus de cette imposte, qui ne se trouve point dans le contour de la spi-

rale de Varignon. La raison de cette apparence de jarret vient de ce que c'est à cette distance des axes que le changement de courbure des Ellipses est le plus sensible, lorsque les axes sont considerablement inégaux; car la partie de la circonference vers le petit axe s'applatit, c'est-à-dire, se redresse considerablement, & je suis persuadé que ceux qui compareront l'effet de l'un & de l'autre de ces courbes dans plusieurs cas, préfereront la grace du contour de la Spirale circulaire ou Elliptique appliqué à un arc rampant, à celles des portions de Cercles rassemblées, ou de l'Ellipse même, lorsque les piedroits sont à-plomb, & que les lignes de rampe & de sommité ne sont pas paralleles.

Des Courbes Composées.

Outre les Courbes simples qui servent à former les ceintres des berceaux, il en est d'autres qui sont composées de deux ou plusieurs portions de Courbes.

Premierement, la plûpart des voutes surbaissées, surhaussées & rampantes sont faites par les Ouvriers ignorans de portions de Cercles, nous en avons expliqué l'art au 2.e livre, il est inutile de le repeter ici.

Fig. 50. 2.° Les ceintres des voutes qu'on appelle en *tiers point* ou *Gotiques* sont aussi composez de deux arcs de cercles, dont les centres A & B [*Fig.* 50.] sont à distance égale entr'eux & avec le sommet S, comme les trois angles d'un triangle équilateral, d'où vient le nom de *tiers point* donné aux voutes Gotiques; parce que les bâtimens qui nous restent de l'Architecture des Gots sont la plûpart ainsi voutez, & si les arcs de chaque pendentif ne sont pas exactement de 60 degrez, ils en approchent toujours beaucoup.

Cette construction est désagréable à la vûë, à cause de l'angle que forment à la clef les doëles de chaque pendentif; mais elle avoit ces avantages :

1.° Qu'elle donnoit la facilité d'exécuter les voutes avec de très petits voussoirs, sans façon; car ils étoient souvent à l'équerre sans Coupe; ce qu'on appelloit des *Pendans*.

2.° Ils coutoient peu de dépense.

3.° Ils rendoient les voutes légeres, & cependant de longue durée, comme nous le prouvent la plûpart de nos anciennes Eglises.

4.° Cette légereté diminuoit encore la dépense des piliers & piedroits,

qui étoient contenus facilement par quelques arcs boutans aussi légers, mais suffisant pour résister à la poussée des voutes.

Nos ceintres circulaires ou Elliptiques n'ont pas le même avantage, parce que la coupe des voussoirs auprès de la clef, est si inclinée, qu'elle approche beaucoup d'une ligne aplomb ; de sorte que pour augmenter la largeur de la queuë à l'extrados sur celle de la doële, on ne peut se dispenser d'allonger cette Coupe, & de faire le voussoir un peu épais; au lieu qu'aux ceintres en tiers points les Coupes de la clef même sont toujours inclinées à une ligne aplomb d'un angle de 30 degrez, de sorte que sur six pouces d'épaisseur de voussoir, la queuë à l'extrados est élargie de trois pouces, c'est-à-dire, de moitié, ce qui est considerable. Les Architectes de ces tems-là faisoient de grands & bons ouvrages avec beaucoup moins de frais que nous ne faisons aujourd'hui, par la seule disposition de ceintres de leurs voutes, mais ils étoient difformes.

Pour concilier la légereté des voutes avec la régularité de la doële; on pourroit effacer l'angle rentrant que la clef fait en S, par le moyen d'un arc de cercle, qu'on y peut inscrire, en prenant pour termes des points 5, 7, à distance du point S à volonté; si l'on tire 5B ou 7A, le point D où ces lignes coupent l'aplomb SC, donnera le centre de cet arc, qui touchera les côtez du ceintre en tiers point, en effacera l'angle rentrant, & le rendra fort semblable à la courbe de la Chaînette, dont il conservera quelque proprieté, sans avoir le défaut de son jarret à l'imposte. Mais après tout, une demi-Ellipse vaut encore mieux que cette composition.

3.° Il est une autre sorte de ceintre composé de deux portions de Paraboles, que quelques bons Architectes ont mis en usage, & préferé aux compositions d'arcs de cercles ou aux Ellipses; Maître Blanchard, qui ne s'embarasse pas des noms, l'appelle l'*Ellipse* ou *Ovale.* En voici le Trait :

Soit [*Fig.* 53. [la largeur de la voute D*d* & sa hauteur IA, on menera par le point A une ligne B*b* parallele & égale à D*d*, & l'on tirera les perpendiculaires BD, *b d.* On divisera ensuite BD en autant de parties égales que l'on voudra avoir de points de la Courbe, & BA en un même nombre de parties aussi égales entr'elles, par exemple, ici en 4, supposant BD divisé aussi en quatre, & par les points correspondans de ces divisions, à commencer vers D & B, on menera des lignes droites 1 11, 2 12, 3 13, qui se croiseront aux points *k* & *l*, & formeront une portion de polygone D1*kl*13A, dans lequel on *Fig.* 53.

tracera à la main une Courbe, qui touche ses côtez, telle qu'on la voit seule en *Aghsd*, laquelle Courbe est une Parabole, que les Architectes formoient sans la connoître avant que M. de la Hire l'eût examinée & reconnuë, comme il l'a expliqué dans les Mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1702.

Si l'on veut trouver les lignes & les points nécessaires pour décrire cette parabole, il n'y a qu'à mener la corde A*d*, la diviser en deux également en *m*, tirer *mb* qui sera un diametre [art. 47. du Liv. 1. pag. 19.] auquel ayant tiré par le point *b* la perpendiculaire E*f*, on menera par les points A & *d* les paralleles A E, *d f* à *mb*, qui couperont E*f* aux points E & *f*. Si l'on porte la longueur *df* sur *d*A en *d*F, on aura le point F, qui sera le foyer de la parabole [l. 1. art. 31.] & si par ce point on mene FX parallele à *dmb*, on aura l'axe, [l. 1. art. 20.] puis divisant EX également en S, on aura le sommet S, de cette parabole; avec ces données, il sera aisé de la décrire par le Problême X. du 2.e Liv. pag. 148.

Remarques sur cette espece de Ceintre.

Quoique les deux portions de Parabole, dont le ceintre est composé soient réünies au point A, où chacune d'elles touche la même ligne B*b*; il est cependant vrai de dire qu'on doit y appercevoir un peu de jarret, particulierement si la hauteur de la clef AI est grande à l'égard de la largeur D*d*; de même qu'on en trouve dans la jonction de deux arcs de cercles, dont les rayons sont de longueur bien differente, comme nous l'avons fait remarquer au 2.e Liv. & encore plus parce que l'uniformité du Cercle est plus propre à ces sortes de transitions. Il semble aussi qu'au sommet S de chaque parabole il se fasse un renfoncement un peu trop sensible, comme l'a remarqué M. de la Hire, qui le trouve convenable lorsque l'imposte de la voute est ornée d'une Corniche, qui cache une partie de la naissance du ceintre; mais les Architectes y suppléent ordinairement par une portion de surface droite verticale, qu'ils laissent au dessus de la Corniche, pour que sa saillie ne couvre pas une trop grande partie de la naissance de la voute. Alors pour bien faire & éviter ce remede, il faut faire les Corniches des dedans très légeres, suivant le conseil de Vitruve, dont nous parlerons dans une Dissertation à la fin de cet Ouvrage. Voilà à peu près ce que l'on peut dire de plus remarquable touchant les variations des Berceaux à l'égard de leurs ceintres.

LA SECONDE espece de Variation des Berceaux, qui vient du changement de direction de leurs côtez sur les faces, & où l'on considere leur

leur ſituation à l'égard de l'horiſon peut être diviſée en ſix cas differens.

1°. Lorſque le berceau a ſon axe de niveau & perpendiculaire à ſes faces, c'eſt-à-dire, lorſque le demi cylindre eſt Droit, le berceau s'appelle auſſi en termes de l'Art, Berceau *Droit & de niveau.*

2.° Lorſque le ceintre de face d'un berceau horiſontal eſt dans un plan vertical, mais oblique à la direction des côtez, ou, ce qui eſt la même choſe, à celle de l'axe; alors le berceau eſt appellé *Biais.*

3.° Lorſqu'à cette obliquité de face à l'égard de l'axe, c'eſt-à-dire, à la direction du berceau, il ſurvient une ſeconde obliquité de la face à l'égard de l'horiſon, auquel elle eſt inclinée en angle obtus, comme au talud, ou en angle aigu, comme au ſurplomb, on ajoute au nom de *Biais* celui de la double obliquité, en diſant *Biais & en Talud*, ou *Biais & en Surplomb.*

4.° Lorſque l'axe du berceau eſt incliné à l'horiſon, & que ſa face eſt dans un plan vertical perpendiculaire à la direction horiſontale, alors la double obliquité à l'égard de l'horiſon & de la face, s'exprime en termes de l'Art par le nom de *Deſcente Droite*, où il faut remarquer, que la direction horiſontale eſt exprimée par la projection de l'axe ou des côtez dans le *plan* Ichnographique.

5°. Si la face de la deſcente, reſtant verticale, eſt tournée obliquement à la direction horiſontale du berceau, il ſe forme une triple obliquité qu'on appelle *Deſcente Biaiſe.*

6.° Si à ces trois obliquitez; ſçavoir, 1.° de l'axe à l'horiſon, 2.° de l'axe à l'égard de la face, 3.° de la face à l'égard de la direction horiſontale de l'axe, il en ſurvient une quatriéme, qui eſt celle de la face à l'égard de l'horiſon en angle obtus de talud, ou en angle aigu de ſurplomb, on exprime ces quatres obliquitez par le nom de *Deſcente biaiſe & en Talud* ou en *Surplomb.*

Nous ne parlons pas ici des berceaux, dont l'axe eſt en ſituation verticale, on ne les comprend pas ſous le nom de voute, mais de *Tour Ronde* ou *Creuſe*, & les obliquitez de leur face ſupérieure ne peuvent varier, que lorſque quelque berceau horiſontal ou incliné y aboutit. Nous parlerons de ces rencontres à la ſeconde partie de ce 4.e Livre.

Obſervations generales ſur les effets que produiſent les variations des Berceaux dans le Trait des Epures.

Premierement, il eſt évident que lorſque les berceaux ſont Droits & extradoſſez circulaires, & leurs faces diviſées en vouſſoirs égaux,

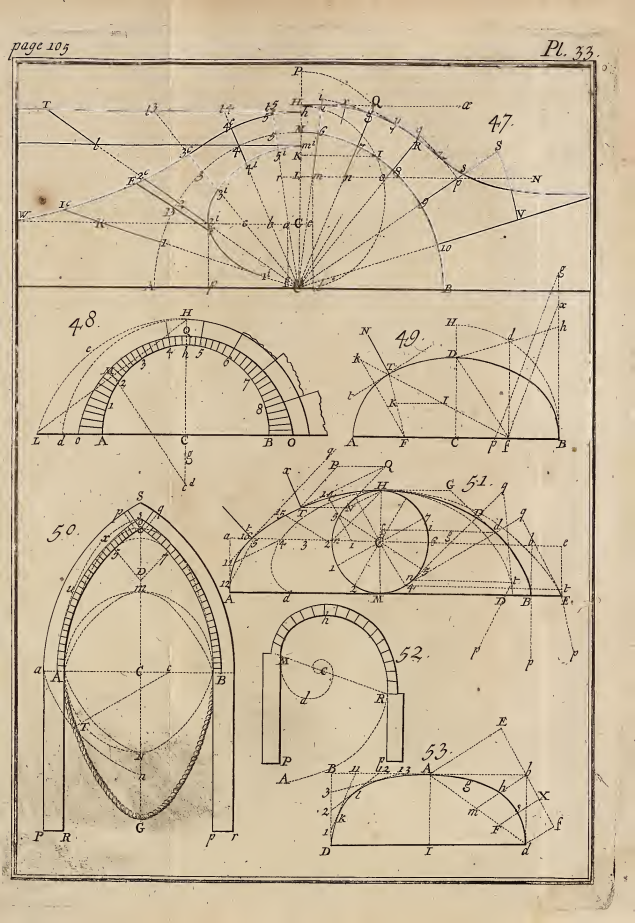
toutes les surfaces de même espece sont égales entr'elles. Sçavoir, 1.° les Têtes, puisqu'elles sont, par la supposition des portions, égales d'une même Couronne de cercle, 2.° les doëles plates & les creuses, lesquelles sont, les unes des parallelogrames rectangles égaux, les autres des segmens de cylindre aussi égaux. 3.° Les Lits sont aussi des parallelogrames rectangles égaux entr'eux, supposant la voute extradossée d'égale épaisseur; mais si elle ne l'étoit pas, ces parallelogrames rectangles deviendroient inégaux en s'élargissant de plus en plus, à mesure que les lits approcheroient de celui des impostes.

2.° Si le berceau, étant encore supposé Droit, étoit Elliptique par son ceintre, les surfaces des têtes, quoique provenant de divisions égales des joints au contour de la doële, ne peuvent être égales entr'elles de suite, mais seulement les opposées à même hauteur sur les impostes; parce que les couronnes d'Ellipses, dont elles sont parties, sont inégalement divisées par des perpendiculaires à la tangente de dedans au dehors; ainsi il faut un panneau pour chacune.

3.° Dans les berceaux biais & descente avec talud ou sans talud, les surfaces rectilignes des doëles plates ou des lits sont nécessairement inégales, quoique l'on fasse celles des têtes égales entr'elles; parce que ces doëles ou lits ne sont plus des rectangles, mais des trapezes ou des Rhumboïdes; ainsi il faut les tracer chacune en particulier.

A l'égard des differences des contours de ceintres qui résultent des variations des berceaux, il est clair qu'elles sont renfermées dans le plus ou le moins d'alongement des Ellipses; puisque les berceaux étant des demi-cylindres, lorsque leurs surfaces sont planes, il n'en peut résulter que des sections cylindriques, tant que le ceintre primitif ne sera que circulaire ou Elliptique, surhaussé ou surbaissé; ainsi le biais, par exemple, ne peut produire dans toutes les manieres de le représenter dans l'Epure, soit en élevation, soit en profil, soit en *plan*, je veux dire en projection horisontale, que des cercles ou des Ellipses. Si *l'Arc-Droit* est circulaire tous les biais donneront des Ellipses, & jamais des cercles; mais si l'Arc-Droit est surbaissé ou surhaussé, il peut arriver que quelque situation de biais donnera un cercle, ou dans l'élevation, ou dans le profil, ou dans le plan horisontal; ce que nous avons expliqué au premier Livre en parlant des cylindres scalenes coupez par une section souscontraire.

D'où il suit aussi que si l'arc de face biaise est un cercle, non seulement ses paralleles seront des cercles, mais aussi ceux qui feront un angle égal au biais de la face, tournez en sens contraire, comme FGB
PLAN. 34. *Fig.* 58. = ABD sur le même côté BD; ainsi [*Fig.* 58.] supposant que le pa-


47.
48.
49.
50.
51.
52.
53.

rallelograme AD eſt le plan horiſontal d'un berceau, dont la face AB eſt biaiſe & circulaire, non ſeulement les ceintres qui lui ſont paralleles ED, *f*G lui ſont égaux, mais encore FG & ſes paralleles EI, &c. ſont auſſi circulaires, ce qui fait voir que quoique l'Arc-Droit ſoit très néceſſaire pour la formation d'un berceau biais, on pourroit, abſolument parlant, s'en paſſer pour creuſer une doële, ſi l'on avoit les poſitions paralleles & ſouſcontraires des arcs que chaque vouſſoir comprend; mais comme la poſition à angle droit eſt la plus ſûre & la plus commode pour bien placer un cercle, ce moyen n'eſt pas convenable pour la juſteſſe; parce qu'un angle obtus ou aigu plus ou moins ouvert, cauſeroit un grand changement au ceintre, quoique les hauteurs ſous la clef CH, M*h*, *mk* ſoient toujours égales.

Si par quelque cas extraordinaire, qui arrive cependant en certaines voutes, le ceintre du berceau étoit de quelqu'autre ſection conique que le cercle ou Ellipſe, comme, par exemple, celui qui eſt compoſé de deux portions de Parabole, dont nous avons parlé ci-devant, & dont Maître Blanchard fait mention dans ſa coupe des Bois, ou bien d'un arc d'hyperbole, comme le ceintre de ce berceau tronqué, qu'on appelle *Trompe érigée ſur une ligne droite*, le biais d'une face ou d'un lit donneroit encore une ſection courbe de la même eſpece que la premiere, c'eſt-à-dire, que les faces biaiſes ou les lits obliques ſeroient encore dans leur contour des arcs de parabole ou d'hyperbole, qui differeroient du ceintre primitif en cela ſeulement, qu'ils ſeroient un peu plus alongez, ou plus racourcis, ſuivant le plus ou le moins d'obliquité, ce que nous avons démontré au Theor. III. du premier Livre, pag. 29.

PROBLEME X.

Faire un Berceau Droit, Circulaire ou Elliptique, ou Rampant.

Le berceau Droit n'eſt ſuſceptible d'aucune autre varieté, que de celle de ſon ceintre, qui peut être ſurhauſſé, ou ſurbaiſſé, en plein ceintre, ou Rampant.

S'il eſt en plein ceintre, ſes vouſſoirs ſont ſi uniformes, que lorſque leurs têtes ſont égales par la diviſion arbitraire de leur ceintre; qui en a fait un, les ſçait tous faire; puiſqu'il ne s'agit que de la répetition d'une même choſe. Il n'y a quelque diverſité entr'eux, que lorſque le ceintre eſt Elliptique; car en ce cas les vouſſoirs du premier rang ne conviennent pas au ſecond ni aux ſuivans; pour ne pas nous arrêter à des choſes trop faciles, nous commencerons par donner la conſtruction d'un berceau droit Elliptique, laquelle comprend celle du cir-

culaire, en ce que celle-ci eſt plus aiſée; & parce qu'on peut y parvenir par les trois méthodes, dont nous avons parlé au Chap. II. nous en ferons l'Epure & l'application du trait des trois manieres.

1.° *Par Equariſſement.*

Fig. 59. & 60. SOIT [*Fig.* 59. & 60.] la face d'un berceau extradoſſé DHE, dont l'épaiſſeur de la voute eſt une portion de couronne de cercle ou d'Ellipſe A*b*BEHD, qui a ſon centre en C, & ſes foyers en *f* & F, ſi elle eſt ſurmontée, c'eſt-à-dire, verticale ſuivant ſon grand axe.

AYANT tracé cette couronne par deux Courbes concentriques & ſemblables, par le Prob 7. du 2.[e] Livre, & de la grandeur dont on veut faire le berceau, ce qu'on appelle de grandeur naturelle, ou ſur un mur, ou ſur un plancher, on diviſera le ceintre intérieur A*b*B en autant de vouſſoirs que l'on voudra, & qu'il conviendra à la grandeur des pierres que l'on doit employer. Dans tous nos exemples nous ne les diviſerons qu'en cinq, pour ne pas multiplier les lignes dans les figures, & éviter la confuſion qu'elles cauſent ordinairement.

Fig. 59. DU centre C, ſi le ceintre eſt circulaire, on tirera la direction des joints de tête 1.5, 2.6, 3.7, 4.8, & ſi la face eſt Elliptique, des foyers *Fig.* 60. F & *f*, on tirera par chaque diviſion 1, 2, 3, 4, des lignes qui ſe ſe croiſeront, comme F1L, *f*1N, F2*l*, *f*2*n*, dont on diviſera l'angle en deux également, par exemple, du point 1, pour centre, on fera l'arc LN de tel rayon qu'on voudra, la ligne tirée de ſon milieu M au point 1 fera la direction du joint de tête 1 5; on trouvera de même celle du ſecond & troiſiéme vouſſoir en 2. 6, la moitié de la face ſuffira pour le tracé de l'Epure, ſi le ceintre n'eſt pas rampant, comme il l'eſt à la figure 61.

Fig. 61. SI l'arc eſt Rampant [*Fig.* 61.] & qu'il ſoit d'une portion d'Ellipſe, comme il convient à la bonne conſtruction, on en cherchera l'axe & les foyers par les Probl. 2. & 20. du 2.[e] Liv. & l'on s'en ſervira pour tracer la coupe des joints de tête, comme à la fig. 60.

S'IL étoit rampant, compoſé de deux ou pluſieurs arcs de cercles de differens rayons, comme il a été enſeigné aux Probl. 22. & 23. il eſt évident que ces mêmes joints devroient être tirez chacun du centre qui appartient à chaque arc.

LES joints de Tête étant tracez, on abbaiſſera des perpendiculaires ſur le diametre du ceintre, de chaque point de diviſion des vouſſoirs, ce qu'on appelle des *aplomb*, comme à la fig. 60. les lignes 3 P, 4 *p*, &c.

& ensuite on tirera des paralleles au diametre, comme 4*g*, jusqu'à la rencontre de l'aplomb 3P en*g*; lesquelles donneront les saillies des retombées, & la difference des hauteurs des points 4 & 3; on fera la même chose pour chaque voussoir, & l'épure sera achevée.

Presentement il s'agit *d'appliquer le Trait sur la Pierre* qu'on veut tailler par *Equarrissement* dans une pierre brute, à peu près formée en parallelepipede, comme on les tire ordinairement aux carrieres. Ayant examiné si sa hauteur est égale à 7*i*, & sa largeur à *g*K, on lui fera deux paremens à l'équerre, un suivant sa hauteur d'aplomb, l'autre suivant sa largeur de niveau, par exemple D*g* & FK [*Fig.* 62.]

Pour mieux faire connoître le rapport d'une pierre d'appareil d'un mur aplomb avec un voussoir, nous représentons dans cette figure une partie de chacune de ces deux especes; tel seroit un voussoir, qui entreroit en partie dans un mur, & on le suppose transparant, pour y voir les arêtes que le devant doit cacher.

Ces deux paremens étant faits, on en fera encore deux autres, aussi à l'équerre avec les premiers, pour servir de têtes à la pierre, tels sont FA ou GC, & *g*B, sur lesquels on portera au long des arêtes *g*K & F*k*, la retombée *g*4 de la fig. 60. & sur les arêtes *g*I, FD la hauteur de la retombée *g*3, ensuite par les repaires 4. 4°, on tirera sur le lit FK la ligne 4 4°, & sur le parement FI, la ligne E3, par les repaires E, 3, ces deux lignes marqueront les arêtes des lits avec la doële.

On formera ensuite un panneau sur l'épure de la tête 7, 3, 4, 8 de la fig. 60. avec du bois ou du charbon contourné sur le trait, & on l'appliquera sur la tête *g*B, posant les angles 3 & 4 sur les repaires 3 & 4 de la fig. 62. pour y tracer le même contour à chaque tête opposée. Enfin on abbatra toute la pierre, qui sera hors du tracé de ce panneau, & à la régle; sçavoir, 1.° le prisme mixte F*g*43E4°, dont la partie 43E4° de la doële est une portion de cylindre, qu'on creusera comme il a été dit au premier Chapitre de ce livre, avec la régle & une cerche, pour former la doële.

2.° La prisme rectiligne triangulaire EDH73I, pour former le lit de dessus E 7.

3.° Le prisme aussi triangulaire 4*k*8 *k*4°*x* pour former le lit de dessous 4° 8.

4.° Le prisme mixte 7 B 8 *x* A H, pour former l'extrados s'il en est besoin.

On peut au lieu d'un panneau de tête 3. 4. 8. 7. se contenter d'un

biveau, si le berceau est en plein ceintre, mais s'il est surbaissé ou surhaussé, comme à la fig. 60. il en faut faire deux, l'un pour le lit de dessus sur l'angle mixte 4. 3. 7, l'autre pour le lit de dessous sur l'angle 3. 4. 8; parce que ces angles des lits avec la doële sont inégaux.

Il est rarement nécessaire de former la surface convexe de l'extrados; mais si la voute est extradossée, on peut le faire de la même maniere que la doële à la régle, comme il a été dit au Problême II. Si au lieu de panneau pour tracer l'arc 7, 8, on vouloit se servir de biveau, il en faudroit un concave comme en B^e, de sorte que se servant de cet instrument, il en faudroit quatre differens pour chaque voussoir de ceintre Elliptique, sçavoir, deux pour la doële, un au lit de dessus, un à celui de dessous, & autant à l'extrados, ce qui deviendroit fort incommode, & qui montre que les biveaux ne conviennent gueres qu'aux voutes circulaires, dans lesquelles un seul convexe suffit pour tous les voussoirs de la doële, & un convexe à l'extrados.

Lorsque l'on fait une voute en plein ceintre seulement avec un biveau de doële, on peut tracer l'arc d'extrados sans le secours d'un panneau ni d'une cerche, en ouvrant le compas de la longueur d'un joint de tête comme 5, 1. [*Fig.* 59.] & trainant une de ses pointes sur l'arc A 1, & tenant l'autre dirigée perpendiculairement à cet arc, ensorte que la ligne qu'on tireroit par ses deux points passât par le centre C, cette seconde pointe tracera l'arc d'extrados. On fait la même chose avec un échantillon, c'est-à-dire, un morceau de bois, coupé de longueur égale au joint DA ou 1, 5.

Mais il faut bien se garder de suivre cette méthode dans les voutes, dont les ceintres sont surbaissez ou surhaussez, parce que premierement, il seroit assez difficile de tenir ces pointes ou ces échantillons, dirigez perpendiculairement à l'arc, dont les coupes ne tendent pas au centre C, mais à differens points du diametre AB.

Secondement, parce que les ceintres de couronne Elliptique ne sont pas équidistans à la doële & à l'extrados, les contours s'approchent vers le petit axe DE, & s'éloignent davantage vers le grand, de sorte que H*b* doit être plus long que DA; ce que les Ouvriers n'observent cependant pas, & croïent même qu'on ne doit pas observer; quoiqu'il ait été démontré au Theor. 1. & 4. du I. Livre, qu'on le doit, pour operer régulierement.

On a pû remarquer que des deux premiers paremens qu'on a formé l'un aplomb, l'autre de niveau, il ne reste rien quand la pierre

eſt achevée, que les lignes E3, d4o4, qui ſont les arêtes des lits avec la doële.

On voit auſſi qu'en ſuivant cette méthode par équarriſſement, la perte de la pierre eſt très conſiderable ; car le quadrilatere en trapeze mixte de la tête du vouſſoir 3. 4. 8. 7. eſt inſcrit dans un rectangle gB, où il laiſſe quatre triangles inutiles, ſçavoir pour les lits, deux rectilignes 3' 1' 7', 4' 8' K', & deux mixtes 3g4 & 7B8, leſquels ſont les baſes d'autant de priſmes de la longueur du vouſſoir ; ainſi il arrive ſouvent que l'on perd plus de moitié du cube, ſelon que les angles ſont plus ou moins ouverts, & que les retombées ont plus ou moins grande raiſon à leur hauteur ; puiſque les priſmes de même hauteur ſont entr'eux comme leurs baſes, ce qui doit faire donner la préference à la méthode où l'on ſe ſert de panneaux, dont nous allons parler.

Seconde Maniere de faire un Berceau Droit.
Par Panneaux.

La maniere de tracer les pierres par le moyen des panneaux eſt eſtimée la plus difficile & la plus ſçavante ; c'eſt pour quoi les Maîtres Maçons ne reçoivent que celle-là dans les Chef-d'œuvres qu'ils exigent de ceux qui demandent à être reçûs dans le corps du métier, c'eſt le P. Deran qui le dit, je cite mon garant ; car je ne ſçai quel eſt leur uſage à Paris, il aura pû changer depuis l'année 1643. dans laquelle écrivoit ce Pere ; nous en avons dit notre avis ci-devant.

Soit l'élevation d'une face de berceau en plein ceintre, comme à la fig. 59. ou ſurmontée, comme à la fig. 60. ou rampante commà la fig. 61. il n'importe. Le ceintre étant diviſé en ſes vouſſoirs, & la direction tirée comme à la maniere précedente, on tirera les cordes des arcs A1, 1,2, 2,3, &c. & la longueur du piedroit étant donnée toute l'épure ſera tracée. *Fig. 59. 60. & 61.*

1.° Les *Panneaux de Tête* ſont donnez, puiſque ce ſont les portions de la couronne, ou d'Ellipſe AhBEHD [*Fig.* 60.] ou de cercle [*Fig.* 59.] ou d'arc rampant [*Fig.* 61.] coupée par les joints de tête 5'1, 6'2, 3'7, & 8'4 ; ainſi on n'a qu'à couper du carton ou une planche ſuivant le contour mixte DA1'5, & ce panneau ſuffira pour toute la face, ſi le ceintre eſt circulaire ; car quand même on feroit des vouſſoirs d'inégale largeur, la direction des joints ſera toujours le même angle avec la courbe de la doële.

Si le ceintre eſt Elliptique, comme aux fig. 60. & 61. il faut un panneau pour chaque tête de vouſſoir.

Secondement les *Panneaux de Doële* font auffi donnez; car ils font tous des parallelogrames rectangles, dont la corde A1, ou 1·2, 2·3, &c. eft un des côtez, & l'autre eft la longueur du vouffoir fuppofée A*a*, prife au plan horifontal, ou bien une partie de cette longueur, telle qu'il convient à la pierre qu'on veut employer, ou à la diftribution de la longueur totale A*a* ou B*b*, pour la propreté de l'exécution, comme lorfqu'on veut obferver une efpece d'égalité de liaifon d'un vouffoir fur l'autre; le modele qui fera fait fur ces deux côtez fera le *Panneau de Doële plate*, qu'il faut tracer fur la pierre avant que d'en creufer la concavité.

Fig. 56.

Troifiémement, les *Panneaux de Lit* font auffi donnez fur l'épure; parce que ce font encore des parallelogrames rectangles, comme D*a* & B*e* [*Fig.* 59.] dont un côté eft le joint de tête, & l'autre la longueur du vouffoir qu'on a déterminé pour la doële.

La Fig. 59.[d] fait voir le dévelopement du vouffoir & l'arrangement de fes furfaces, tel qu'en les pliant toutes fur les côtez communs, on formera le vouffoir à l'extrados près, dont on ne fait point de panneaux par deux raifons; la premiere, c'eft qu'on ne pourroit faire de furface plane qui le couvrît; car une tangente ne parviendroit pas aux côtez des autres furfaces de tête & de lit, entre lefquels elle laifferoit un vuide. Secondement, parce que le panneau, quand même il feroit courbe comme une tuile, qu'il toucheroit les quatre angles de l'extrados, il feroit inutile; puifque les côtez des panneaux de tête & de lit vers l'extrados étant tracez, il n'y a plus qu'à abatre la pierre qui les excede, comme l'on fait dans l'équarriffement.

Il ne refte donc plus qu'à faire les *Biveaux*, qui fervent à donner à chaque furface du vouffoir l'inclinaifon qu'elle doit avoir avec fa contiguë. Or ce biveau pour les têtes & les doëles eft une équerre; puifque le berceau eft Droit fur la furface; & quand les deux têtes oppofées font tracées, on n'a que faire de biveau pour fituer les lits à l'égard de la doële; puifque leur inclinaifon eft déterminée par les côtez des joints de tête; de forte qu'on peut encore fe paffer de panneaux de lit; puifqu'il n'y a qu'à abatre à la régle la pierre qui fe trouve entre les deux joints de tête, & le joint du lit le long de la doële, & faire une furface plane, dont on a trois côtez donnez.

De forte qu'au berceau Droit, de quelque courbe que foit fon ceintre, on peut fe paffer de panneaux de lit & de biveau; il n'en eft pas de même lorfqu'il y a du biais, comme on le verra ci-après.

Les Auteurs des Livres de la Coupe des pierres pour voir le rapport & la

& la figure des doëles & des lits, ont accoutumé de faire, comme nous l'avons dit, un dévelopement des doëles & des lits, qu'ils mettent sur une même surface, ensorte que les panneaux de lit sont supposez couvrir une partie de ceux de doële, comme on voit ici à la figure 59ᵉ, sous l'épure du plein ceintre, cette extension des panneaux ainsi arrangez ne sert de rien, on peut les faire chacun à part, particulierement dans le cas présent, où un seul sert pour tous ceux de la même espece; quand ils sont inégaux, comme dans les voutes biaises, ils servent à guider un Appareilleur pour la suite; alors il peut les faire sur un morceau de papier; mais il est très inutile de les faire sur l'épure en grand dans cet ordre d'arrangement.

REMARQUE.

Il faut aussi remarquer que les Auteurs des livres de la Coupe des pierres, au lieu des cordes des arcs de tête prennent celles de leurs moitiez, pour approcher davantage de la rectification de ces arcs dans leurs dévelopemens, mais cette pratique est très mauvaise; parce qu'élargissant le panneau plus que la doële plate, il ne peut être fait qu'avec une matiere flexible, comme du carton ou du fer-blanc, & ne doit être appliqué que dans une surface creuse, qu'il faut déja supposer faite, laquelle est cependant à faire, de sorte qu'un tel panneau ne peut servir qu'à terminer une portion cylindrique, déja faite à propos, mais qui seroit trop large ou trop longue, ce qui est très inutile dans le Trait dont il s'agit.

Nous n'avons pas compris dans les Berceaux Droits, les voutes à *Tiers-Points*, dont on voit la figure du ceintre au nombre 57 en ATB; parce qu'ils ne sont plus gueres d'usage depuis qu'on a abandonné l'Architecture Gotique, & que les berceaux ne sont qu'un composé de deux portions de berceaux en plein ceintre, chacune ordinairement de 60. degrez, ensorte qu'elle fait le tiers d'un berceau simple en demi-cercle complet, d'où est venu le nom de *tiers-point*; soit aussi parce que dans cette construction les trois points du sommet à l'angle de la clef, & les deux des naissances aux impostes sont équidistans, comme les sommets des angles d'un triangle équilateral; cependant on en voit, dont les arcs sont d'un nombre de degrez audessus de 60. Quoiqu'il en soit il est clair que la construction d'une telle voute ne differe en rien de celle du plein ceintre ordinaire, que dans la position des ceintres, qui ne sont pas au milieu du diametre, & dans la formation de l'angle de la clef.

REMARQUE.

Quoique les voutes Gotiques soient presentement hors d'usage, quel-

ques Ingénieurs les ont employé à couvrir des Magasins à poudre, comptant leur donner plus de résistance aux efforts des Bombes; il est vrai que si leur chute étoit en ligne verticale, ces voutes leur présentant une surface plus oblique, en éluderoient beaucoup le choc; mais parce que les bombes tombent en ligne parabolique, dont l'amplitude est souvent fort grande, elles peuvent frapper l'extrados perpendiculairement à sa tangente, & faire plus d'effort vers la clef qu'aux voutes en plein ceintre, ce que l'expérience a confirmé dans quelques siéges, où les dernieres ont plus résisté que les Gotiques; particulierement à Landau, où les magasins voutez en plein ceintre n'ont pas été percez par une quantité considerable qui y sont tombées.

Application du Trait sur la Pierre.

Pour en venir à *l'Application du Trait sur la Pierre*, on commencera par dresser un parement qu'on destinera à servir de doële plate, & l'ayant tracé avec le panneau appliqué dessus, on fera aux deux bouts deux autres paremens d'équerre sur les côtez, qui sont communs aux deux têtes, & sur chacun de ces paremens, on appliquera le panneau de tête, qu'on tracera en suivant son contour; ensuite on abbatra à la régle toute la pierre, qui excedera les lignes des deux joints de tête opposez, & le joint de doële & de lit.

Ainsi on peut se passer de panneau de lit. On pourroit aussi se passer ici de panneaux de doële, si ceux de tête sont bien placez parallelement entr'eux, & perpendiculairement à la ligne du milieu de la doële, ou bien tracer seulement au compas & à l'équerre la doële plate; mais il est toujours plus sûr dans la pratique de se servir de panneau; parce que pour peu qu'on varie dans les mesures, on trouve des differences sensibles, quand on vient à poser les voussoirs. On ne sçauroit trop prendre de soin pour l'exactitude; car les Ouvriers sont assez sujets à faire des fautes, sans les exposer à en faire par les moyens, qui les guident moins surement.

D'ailleurs la raison qui peut dispenser de faire des panneaux de lit aux berceaux Droits n'est pas la même pour les doëles; parce que les lits ne se font qu'après qu'elles sont tracées; ainsi leur contour est déterminé, & leurs arêtes faites de trois côtez.

Apres que le voussoir est taillé suivant les surfaces planes de doële plate de tête & de lit, il faut pour creuser la doële concave, abatre le segment de cercle 1 2, 2*h*3 [*Fig.* 60.] que la corde renferme, en faisant une ciselure suivant le trait courbe, & en posant la régle suivant les ciselures des deux bouts parallelement au joint de lit, on formera cette

doële; cependant pour plus de perfection on se sert encore souvent d'une *Cerche*, qu'on pose bien d'équerre sur les joints de lit, & sur le plan de la doële plate; on voit mieux par ce moyen ce qui manque à la concavité pour la rendre bien réguliere, en la promenant dans la même situation. La figure 59^q^ représente le tracé sur la pierre avant que d'être taillée.

Troisiéme maniere de faire un Berceau Droit.
Par demi-Equarrissement.

Ce terme comme nous l'avons dit, n'est pas usité dans les livres, parce que la méthode est nouvelle; voici en quoi elle differe de l'équarrissement ordinaire. 1.° En ce que à l'équarrissement il y faut au moins deux paremens d'équerre, l'un à l'autre pour y placer les hauteurs des retombées & leurs saillies, ce qui n'est pas nécessaire dans cette méthode. 2.° En ce qu'à l'*équarrissement* on peut se passer de panneau par le moyen des biveaux & des cerches; ici il convient d'y en employer quelques-uns, mais moins que dans la méthode qu'on appelle simplement par panneaux; un exemple rendra la chose sensible.

Soit [*Fig. 63.*] une tête de pierre brute 37y8k4, de figure irréguliere, dont on veut faire le voussoir de la figure 60, marqué 4. 8. 7. 3. on tirera par le point 4 l'horisontale 4K, & on prendra avec un biveau l'angle K. 4. 3 que l'on portera sur un parement qu'on aura dressé sur la tête de la pierre, qui doit avoir la largeur 4. 3. de la doële plate, & l'on fera une ciselure suivant l'angle K, 4 *m* tracé par le moyen du biveau, que fait une ouverture de compas d'Appareilleur, ou une sauterelle posée sur l'angle K43 de l'épure de la fig. 60; ensuite on fera un second parement en retour d'équerre à la tête sur la ligne 3. 4, sur lequel on appliquera le panneau de doële, ou si l'on veut par des retours d'équerre sur les angles 3 & 4 on fera un parallelograme rectangle, comme celui de P*p* 14. 13 de la fig. 60, & avec les biveaux des angles de coupe 3. 4. 8. & 4. 3. 7, s'ils sont inégaux, comme dans les voutes Elliptiques, on abatra la pierre pour former les lits, après avoir fait à l'équerre la tête opposée à la premiere. *Fig. 63.*

L'Avantage de cette méthode n'est pas considerable dans l'exemple d'un Berceau Droit, dont l'uniformité ne présente point de difficulté pour tailler la pierre; mais on verra dans la suite des exemples des autres voutes combien elle est commode, & combien elle sert au ménagement de la pierre, & à une plus prompte expédition, que celle de l'équarrissement.

Premierement, quant au ménagement de la pierre, il est visible que lorsqu'elle est mal *pratiquée*, c'est-à-dire, d'une figure qui n'approche gueres du parallelepipede, il y a déja beaucoup de perte pour mettre deux paremens à l'équerre, & que s'il avoit fallu équarrir celle dont nous donnons la Tête pour exemple, on auroit été obligé d'abatre en pure perte presque la valeur de la moitié, par la ligne 3*x*, qui auroit retranché toute la partie irréguliere 3*m*4*kx*, au lieu que par le moyen de l'angle de la doële avec l'horison, qui fait toujours un angle obtus •ʼ 4ʼ 3ʼ, on profite de cette partie irréguliere, & si on veut se servir de la hauteur de la retombée 3*g*, on peut la prendre sur une des branches de l'équerre, en posant l'autre sur la ligne droite 4, *k* horisontale, ce qu'on ne peut faire par la méthode des panneaux.

Secondement, à l'égard de la prompte exécution, il est clair qu'on épargne le tems qu'il faudroit mettre à dresser toute la partie *g*4, du lit au parement horisontal, & toute celle *g*3 du parement vertical en retour d'équerre du premier, ce qui en certaines rencontres peut avoir son mérite, & qui fait toujours plus que la valeur de la doële, puisque deux côtez 4*g*, 3*g* sont plus grands qu'un 4ʼ 3.

Troisiemement, quant à la justesse de l'operation, il est certain qu'une corde de doële, qui est donnée, de position immédiate, est toujours plus exactement située que celle qui suppose un angle Droit, & la longueur de deux côtez; puisque pour peu qu'il y ait d'élargissement ou de rétrecissement d'ouverture, l'hypotenuse que l'on cherche sera allongée ou racourcie, & si un des côtez differe tant soit peu de la retombée ou de sa hauteur, l'inclinaison de la doële sera alterée; or il n'y a pas plus de difficulté à former un angle obtus avec un biveau, qu'un angle Droit avec une équerre; il faut que l'Ouvrier ait la même attention, de tenir les bras ou branches de l'instrument perpendiculairement à l'arête des deux paremens, dans l'une & dans l'autre operation.

Cette méthode a encore une avantage, c'est qu'au lieu de se servir de l'angle de l'horison avec la doële, on peut se servir de l'angle de l'aplomb avec la doële, selon qu'il convient à la facilité d'avoir l'un plutôt que l'autre, ou pour un plus grand ménagement de pierre; car dans l'exemple du quatriéme voussoir de la fig. 59. il est visible que le triangle mixte 3V7, fait par la verticale V3, & le joint 3, 7 est plus petit que le triangle oʼ 4ʼ 8, fait de l'horisontale oʼ 4, & du joint 4ʼ 8; de sorte qu'on a le choix de celui qui convient le mieux à abatre suivant l'irrégularité de la premiere tête que l'on dresse. On verra dans la suite que nous faisons usage de l'un & de l'autre.

Ces pratiques n'ont pas besoin de démonstration, on en a expliqué les raisons au troisiéme Livre.

Observations sur les Berceaux Rampans.

Quoique les Arcs des Berceaux Rampans ſoient de même eſpece de ceintre que les ſurhauſſez & ſurbaiſſez, dont les impoſtes ſont de niveau entr'elles ; puiſque les uns & les autres ſont Elliptiques, il y a cependant quelques differences, qui méritent des attentions particulieres.

La premiere eſt que ſi l'on fait une voute extradoſſée ou un bandeau à la face, on ne peut le faire comme aux autres faces Elliptiques de deux arcs d'Ellipſes concentriques & ſemblables à l'arête de la doële & de l'extrados ; lorſque chacune des impoſtes eſt formée par un lit, ou par des moulures de niveau ; parce qu'alors la ligne de rampe AB de la doële n'eſt pas de même inclinaiſon que celle de l'extrados DE, quoique l'une & l'autre paſſent par un centre commun C ; ainſi ſuppoſant une ligne de ſommité SO horiſontale, il eſt clair que ces deux Ellipſes n'auront pas des mêmes diametres conjuguez ſemblablement poſez ; alors il convient de prendre le ceintre au milieu de la largeur du bandeau, comme en RNM, & de porter au deſſus & au deſſus la demi-largeur, en la trainant avec le compas fixe, d'un côté ſur le trait du milieu, & la pointe de l'autre dirigée ſuivant la coupe, c'eſt-à-dire, perpendiculairement à l'arc tracé au milieu. *Fig.* 61.

La ſeconde obſervation à faire eſt ſur la poſition des axes de l'Ellipſe, qui ne paſſe pas par les impoſtes, & par la clef dans les arcs rampans, comme dans les ſurhauſſez & ſurbaiſſez, dont les impoſtes ſont de niveau entr'elles.

Les lignes qui paſſent par ces points ſont ordinairement des diametres conjuguez, ou des autres diametres, qui font entr'eux des angles inégaux de part & d'autre de leur interſection ; ſçavoir un aigu du côté de l'impoſte ſupérieure, & un obtus vers l'inférieure.

D'ou il ſuit que le contour de la demi-Ellipſe, ou d'un autre arc plus ou moins grand, ſuivant l'inclinaiſon des piedroits, lorſqu'ils ne ſont pas aplomb, étant partagé par le milieu de la clef en deux parties inégales, ne peut être diviſé en vouſſoirs égaux, comme les ceintres de berceaux ordinaires, ce qui entraine des irrégularitez inévitables.

Si le hazard fait qu'on puiſſe diviſer chaque côté en parties égales entr'elles, il eſt clair qu'elles ne ſeront pas égales en nombre, il y aura plus de vouſſoirs dans la partie inférieure que dans la ſupérieure. Si l'on veut que le nombre ſoit égal de part & d'autre de la clef, il eſt

Fig. 64 évident que ceux de la partie inférieure feront plus grands que ceux de la fupérieure, comme on voit à la fig. 64. de la planche 35.

Il refte à fçavoir s'il convient de les faire égaux entr'eux dans chaque partie, comme on a fait à la même figure, ou s'ils doivent être tous inégaux fuivant une certaine progreffion.

Si on les fait égaux dans chaque partie, il eft vifible que la difference de l'un à l'autre devient choquante au fommet, par une trop grande proximité de deux contreclefs, qui en préfente de près la comparaifon.

Si l'on diftribuë la difference par une fuite continuë, depuis l'impofte inférieure à la fuperieure, on pourra confiderer l'arc Rampant comme une portion de fpirale, prendre un centre & la décrire au dedans, & l'on aura une diminution continuelle. Mais il en réfulte, que le couffinet de l'impofte fupérieure deviendra le plus petit de tous les vouffoirs.

Si l'on veut faire la diminution depuis chaque impofte à la clef, on peut trouver differentes manieres pour y parvenir.

L'une eft de divifer les tangentes moyennes dans l'épaiffeur, comme rS, SO, Om en un même nombre de parties égales, depuis les points d'attouchement r, T, m, ou en autant de parties que l'on veut avoir de vouffoirs, comme ici en 7, pour en avoir dans chacun trois & demi, à caufe de la moitié de la clef; puis tirant les lignes droites de chacun des points rTm aux divifions des tangentes oppofées, les interfections de ces lignes donneront des point x^1 x^2 3^3, &c. qu'on cherche. Ainfi les lignes $T1'$, $r1'$ donneront par leur interfection le point x^1; les lignes $T2'$, $r2'$ donneront le point x^2, par où doit paffer le fecond joint de tête, ainfi du refte.

Il faut cependant remarquer que la diminution ne commençant pas à l'impofte, mais au petit axe 1C, il faut y fuppléer en élevant un peu la premiere divifion.

Cette operation eft fondée fur une proprieté des tangentes, démontrée dans les traitez des fections coniques; fçavoir qu'elles font en même raifon dans les parties comprifes entre leurs interfections & leurs points d'attouchement d'un côté à l'autre, ainfi $ST : TO :: Sr : Om$.

On peut faire une divifion inégale depuis les impoftes à la clef, par le moyen des arcs de cercles égaux, laquelle paroît plus convenable que la précedente; parce qu'il n'y faut point de correction.

Ayant tiré une perpendiculaire indéfinie TV7 à la ligne de sommité SO, par le point d'attouchement T, qui coupera la ligne de rampe RM au point V; de ce point pour centre & d'un rayon pris à volonté comme VC, on décrira un arc C78, qui coupera TV prolongé en 7; on fera l'arc 7,8 = C7, & l'on tirera la ligne 8V, à laquelle on menera par le point M la parallele MX, qui coupera TV au point X.

Ensuite du point V pour centre, & du rayon pris à volonté, on décrira un arc 9 10, qui coupera RM au point 9, & TV au point 10; puis du point X pour centre, & d'un rayon aussi pris à volonté, on décrira un autre arc 10 M. On divisera l'un & l'autre en parties égales pour autant de voussoirs qu'on voudra de chaque côté de la clef, & une moitié de plus pour la clef, comme aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par lesquelles on tirera des lignes qui rencontreront l'arc rampant en des points, qui en marqueront les divisions qu'on a ponctué & tiré des centres V & X, si l'on juge à propos, ou tous d'un seul centre V.

On pourroit encore faire une division des parties inégales suivant une certaine progression, par le moyen des arcs de cercles égaux entr'eux, en supposant que le grand axe & les foyers de l'arc rampant Elliptique sont donnez.

Ayant tiré par un des foyers, par exemple F, l'horisontale $g7°$, de ce même point F pour centre & d'un rayon pris à volonté on décrira un demi-cercle g H° 7, qu'on divisera en autant de parties égales qu'on voudra de voussoirs, comme ici aux points 1,2,3,4,5,6,7, ensuite du foyer opposé f pour centre & pour rayon le grand axe Kk, on décrira un arc de cercle d z^1 Y, qui coupera les rayons tirez du centre F aux divisions du demi cercle en des points z^1 z^2 z^3 z^4, &c. desquelles si on tire les lignes au second foyer f, elles couperont l'arc rampant aux points 1 1 2 3, &c. que lon cherche. Ensuite pour trouver la coupe des joints de tête, passans par ces points trouvez, on menera des lignes du centre F aux points z^1 z^2 z^3, &c. & par les points trouvez r^1 r^2 r^3 on leur menera des paralleles 1 1 q, &c. qui seront les coupes demandées pour les joints de tête. Quoique cette maniere soit differente de celle que nous avons donné ci devant à la page 108. Elle n'est pas moins Géometrique, ce que je pourrois démontrer s'il étoit nécessaire.

Lorsqu'on a plusieurs arcs rampans à faire de suite, comme il arrive ordinairement sous les terrasses rampantes, ou sous des grands escaliers, il faut les agrandir ou diminuer dans une même proportion, afin que le rapport des ouvertures soit toujours le même à l'égard de la hauteur des piedroits. Le trait n'en n'est pas difficile à quiconque a des principes de Géometrie; cependant comme on voit des estampes

gravées de la face du Château neuf de St. Germain en Laye, où ces proportions ne sont pas observées, soit que ce soit par la faute du Dessinateur ou de l'Architecte; j'ai cru que je ferois bien de le donner ici, en suivant la même idée d'Architecture.

Fig. 65. Soit [*Fig.* 65.] la ligne de rampe HB, que je prends ici sous la Phrise, il n'importe en quel endroit, sous laquelle le trapeze ABED est déterminé de largeur horisontale DE, pour y tracer un Arc Rampant avec deux moitiez des trumeaux qui doivent l'accompagner, il s'agit de continuer ces Arcs en même proportion.

Ayant tiré les diagonales AE, BD, on menera par le point inférieur A la ligne A*a* parallele à DE, qui coupera le côté BE en *a*, par où on menera *ax* parallele à BA, qui rencontrera la diagonale AE en *x*, d'où on menera *x*F parallele à DE, & par le point F la ligne verticale FG, qui donnera sur ED prolongée le point G. Le trapeze FA, DG sera celui qui doit suivre le premier ABED; ensuite pour avoir le troisiéme; ayant prolongé F*x* en *f* à la rencontre de la ligne BE, on menera *fy* parallele à BA, & *y*H parallele à EG, qui rencontrera la ligne de rampe BE prolongée au point H, d'où abaissant l'aplomb HI, on aura le troisiéme trapeze HFGI, pour la place du troisiéme Arc rampant.

Presentement pour avoir les largeurs proportionelles, ayant déterminé celle d'une moitié de trumeau *e*L, & avec son piedroit *e*K, qui couperont la diagonale AE en K & L, on menera par ces points des lignes K*u*, LV, au point de concour des lignes EI & BH, qui sont convergentes; mais comme ce point est ici hors de la figure, on aura recours au Probl. 1. du 3. Livre. Ces lignes couperont toutes les diagonales des trapezes semblables en des points *k*, *l*; *m*, *n*; *o*, *p*; *q*, *r*; *s*, *t*; &c. qui détermineront toutes les largeurs des trumeaux & des piedroits, il ne s'agira plus que de mener des verticales par ces points trouvez.

La hauteur de l'imposte étant aussi réglée en *b*, pour le milieu du premier trumeau, on en aura la continuation en tirant de ce point une ligne à celui de rencontre des lignes de niveau EI, & de rampe BH, comme ci-devant.

Il faut remarquer que ce n'est qu'en pareil cas de plusieurs Arcs rampans de suite qu'on doit faire les impostes rampantes; parce que cette disposition de lit en plan incliné est contraire à la solidité, du moins en apparence; car les bons Appareilleurs font un joint de niveau,

Expli-

tiers point
Surhaussé
plein Ceintre
Sur baissé

tête
lit Doële lit
tête

Explication Démonstrative.

Puisque les raports de la largeur d'une baye à sa hauteur, & à la largeur de ses piedroits & Trumeaux font la principale grace de cette sorte, de piece d'Architecture, il est de la convenance dès qu'on les a réglé de ne les pas alterer, dans la suite des arcs avec lesquels elle doit faire simétrie; or il est clair, par la construction, que tous ces raports sont conservez dans le triangle ABE du premier trapeze ABDE; puisque la premiere hauteur BE est à la largeur inclinée BA, comme la seconde hauteur AD égale [par la construction] à aE, est à la seconde largeur inclinée ax ou son égale AF, & comme la troisiéme hauteur FG $=f$E, est à la troisiéme largeur inclinée $fy=$ FH. Ainsi des autres raports de largeur de trumeaux & de piedroits; puisqu'en imaginant les deux lignes de base EI & BH prolongées jusqu'à leurs rencontres, on trouvera par-tout des triangles semblables, formez par les verticales des arêtes des piedroits, & de celles des Avantcorps des trumeaux; *ce qu'il falloit faire.*

La même raison qui nous a engagé de tracer ici les Arcs rampans de la deuxiéme Terrasse du Château neuf de St. Germain, nous invite à proposer un changement aux arcs rampans de la Chapelle de Versailles, l'Architecte Jules Hardouin, qui a un peu imité dans le Comble & son couronnement le goût Gotique, l'a aussi fort imité dans les arcs rampans des *Arcs Boutans*, qu'il a fait buter presqu'horisontalement avec la clef en TD, au lieu de prendre la naissance sur un dosseret en MxT, & former un arc rampant complet RETxM, qui auroit eu plus de grace & plus de force. Il est vrai que la corniche C & la balustrade B cachent cette partie de bâtiment, ce qui l'a sans doute déterminé à n'avoir aucun égard à la décoration; car quoiqu'il ne fût pas aussi habile que le fameux François Mansard son Oncle, dont il a pris le nom, on ne peut disconvenir qu'il ne fût bon Architecte.

DES BERCEAUX OBLIQUES.

Tout Berceau, dont l'axe n'est pas perpendiculaire à sa face, pourroit être appellé *Biais*, en terme de l'Art; cependant comme il y a des noms destinez pour exprimer differentes obliquitez, on ne doit donner le nom de *Biais* qu'à celui dont la face est verticale, mais inclinée à la direction horisontale. Si l'obliquité consiste dans l'inclinaison de la face, à l'égard de l'aplomb ou du niveau, elle s'appelle *Talud.* Et enfin si elle consiste dans l'inclinaison de l'axe à l'horison, elle s'appelle *Descente.*

Les Berceaux obliques doivent quelquefois être considerez comme des demi-cylindres scalenes, lorsque leurs faces étant circulaires, sont inclinées à l'axe qui est proprement la direction du Berceau.

Quelquefois ils doivent être considerez comme des demi-cylindres Droits, coupez obliquement par leurs faces, lorsque *l'Arc-Droit* est circulaire, & la face surhaussée ou surbaissée; ainsi on ne peut les bien désigner par le mot de *Scalene*; puisque les Berceaux droits, de face Elliptique, sont aussi intrinséquement des demi-cylindres scalenes.

On peut seulement dire en general, que la difference du Berceau Droit au biais, soit en talud, soit en descente, consiste en ce que le ceintre de face n'est pas égal à celui de l'Arc-Droit.

D'ou il suit, 1.° que dans la construction d'un berceau biais il faut toujours connoître deux ceintres, l'un perpendiculaire à son axe, lequel est l'arc-droit, qui d'un berceau biais en fait un Droit, mais non pas toujours un demi-cylindreDroit, l'autre est un ceintre oblique à ce même axe, qui montre l'excès dont le berceau oblique surpasse le Droit.

Secondement, que ces deux ceintres doivent être divisez proportionellement; puisqu'ils doivent comprendre un nombre égal de voussoirs, semblablement posez, & séparez par les surfaces des lits, dont chaque direction prolongée doit passer par l'axe du berceau.

Troisiémement, que ces ceintres sont dans une dépendance mutuelle, comme les sections d'un même cylindre, ensorte que si l'un est circulaire, l'autre sera Elliptique; parce que la section souscontraire ne peut avoir lieu entre l'arc droit & l'arc de face, l'angle de l'un à l'égard de l'axe étant droit & l'autre oblique; enfin que si l'un est oblique, l'autre par la même raison ne peut lui être égal, mais d'une Ellipse plus ou moins alongée, s'il n'est pas circulaire. Cela supposé, nous allons donner la construction des obliques dans leurs faces, à l'égard des axes horisontaux, & ensuite de ceux dont les axes sont inclinez à l'horison.

PROBLEME XI.

Faire un Berceau Horisontal de face oblique d'une seule ou de deux & trois obliquitez.

Premier cas, où les faces sont simplement biaises sans talud.

Fig. 67. Soit [*Fig.* 67.] ABEF le plan horisontal d'un berceau, dont la face AB est inclinée à l'axe CN, qui exprime sa direction.

Sur *ab*, comme diametre intérieur de la face à la doële, ayant tra-

cé le ceintre *ahb* en demi-Ellipſe ou en demi-cercle, tel qu'on veut; & l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on tirera les joints de tête 1°5, 2°6, 3°7, 4°8, du centre C, ſi le ceintre eſt circulaire ou perpendiculairement aux tangentes, qui le toucheroient à chaque point de diviſion comme nous l'avons dit ci-devant. Enſuite on abaiſſera de chacun de ces points des perpendiculaires au diametre *ab*, qui le couperont aux points p^1, p^2, p^3, p^4, par leſquels on menera des paralleles à l'axe CN, prolongées indéfiniment, comme $p^1 r^1$, $p^2 r^2$, $p^3 r^3$, &c.

On en fera de même pour l'extrados AHB, comme la fig. le montre.

Formation de l'Arc-Droit.

Ayant tiré par un point *d*, pris à volonté, une perpendiculaire *d*B aux côtez AF, BE, qui coupera ceux de la doële aux points D, R, on prendra cet intervale DR pour le petit axe d'une Ellipſe, & le diametre *ab* de la face pour le grand axe, ſi le ceintre de face eſt circulaire, & s'il ne l'eſt pas, mais qu'il ſoit ſurbaiſſé, il peut arriver par hazard que le ceintre de l'Arc-Droit devienne circulaire, mais non pas ſi l'arc de face eſt ſurhauſſé; car alors quoiqu'il arrive DR ſera toujours le petit axe d'une Ellipſe, & C*b* la moitié du grand axe. Avec ces deux lignes on décrira [par le Probl. 8. du 2.e Livre] une demi-Ellipſe DXR, qui coupera les projections des joints de lit qu'on vient de tracer au plan horiſontal aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, qui feront au contour de l'Arc-Droit, & qui en marqueront les diviſions en vouſſoirs, correſpondantes aux points du ceintre primitif 1, 2, 3, 4, leſquelles diviſions ſeront inégales entr'elles, quoique provenant de celle de l'Arc de face, qu'on vient de ſuppoſer égales entr'elles.

Les joints de Tête de cet arc-Droit feront tirez du centre C^r, comme s'il étoit circulaire, quoiqu'il ſoit Elliptique, contre la régle que nous avons donné pour les coupes des faces de cette eſpece de ceintre; parce que en la ſuivant ces joints de tête $1^r 5^r$, & $2^r 6^r$ ne feroient pas paralleles à ceux du ceintre de face 1°5 & 2°6, d'où il réſulteroit que les lits feroient des ſurfaces Gauches, par la définition que nous en avons donné ci-devant, page 7. ce qui les rendroit de difficile exécution, pour que les parties convexes & concaves s'ajuſtaſſent parfaitement l'une ſur l'autre, c'eſt pourquoi tous les joints doivent tendre à l'axe du cylindre, les uns au point C pour la face, les autres à C^r pour l'Arc-Droit.

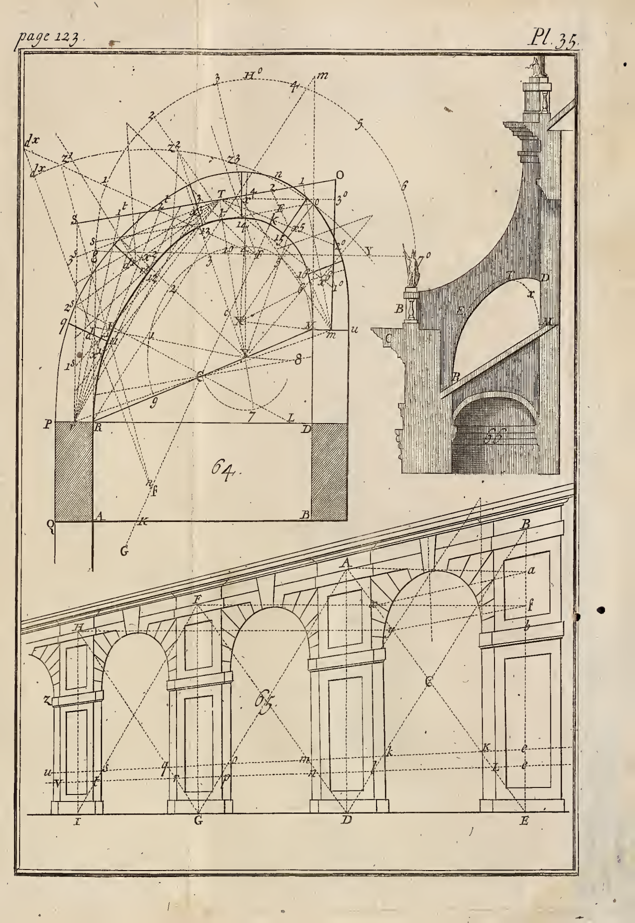
Il ſuffit d'avoir la poſition des coupes de l'Arc-Droit, lorſque les voutes ne ſont pas extradoſſées. Si elles le ſont, il faut déterminer les longueurs de ces joints en traçant pour l'extrados une Ellipſe *dx*B,

concentrique & ſemblable à celle de l'arc droit DXR à la doële, par le Probl. VII du 2.ᵉ Livre, laquelle coupera les joints de tête tirez du centre C^r, par les points 1^r, 2^r, 3^r, &c. aux points 5^r, 6^r, &c. Ou ſeulement en tirant les projections des joints de lit à l'extrados, qui détermineront ces longueurs par leur interſection avec les coupes des joints de tête de l'arc-droit, comme la projection paſſant par le point p^5 rencontrera la coupe 1^r, 5^r au point 5^r, qui détermine la longueur de joint 1^r, 5^r, ainſi des autres provenant de l'extrados p^6 6^r, &c.

Cette derniere operation eſt ordinairement inutile; parce que les voutes ſont rarement extradoſſées, il ſuffit d'avoir l'angle de chaque coupe à la doële de l'arc-droit pour avoir le biveau de lit & de doële de chaque vouſſoir; parce que cet angle change à toutes les voutes biaiſes d'un vouſſoir à l'autre, ainſi l'angle $D 1^r 5^r$ de la premiere doële plate avec ſon lit de deſſus n'eſt pas égal à l'angle ſuivant $5^r 1^r 2^r$, quoique ces angles proviennent de ceux de la face *a* 1ᵗ5, 5ᵗ1ᵗ2, &c. qui ſont égaux entr'eux, ſi le ceintre primitif eſt circulaire.

On peut auſſi décrire l'arc-droit par pluſieurs points, ſuivant le Problême IX. du 2.ᵉ Livre; c'eſt la méthode de tous les Auteurs de la Coupe des Pierres, qui portent les hauteurs des retombées de l'arc de face $1p^1$, $2p^2$, &c. perpendiculairement au diametre DR ſur les projections des joints de lit, ou ſur des perpendiculaires tirées à part par des diviſions proportionelles à celle du diametre *ab*. Cette méthode eſt bonne pour les doëles plates tirées de diviſion en diviſion; mais comme il faut auſſi avoir les arcs compris entre ces diviſions, ma premiere méthode eſt préferable à celle des Auteurs, en ce qu'elle eſt plus ſimple, plus expéditive & plus juſte; en effet comme les arcs de tête ſont quelquefois un peu grands, ce n'eſt pas aſſez de deux points pour les tracer à la main, ils ſont obligez de ſoudiviſer les primitifs *a* 1, 1ᵗ2, &c. en deux, aux points *m* & *m*, pour en tirer un troiſiéme point de l'arc-droit qu'on cherche, ce qui augmente le nombre des lignes, & la confuſion dans les épures. Il faut ſeulement prendre garde en ſuivant ma méthode, de tracer l'arc-droit par un mouvement continu, d'obſerver les précautions dont nous avons parlé au ſecond livre pour éviter les faux contours.

Apres avoir trouvé le contour, les points de diviſions de l'arc droit en vouſſoirs, & les angles des coupes pour les biveaux de lit & de doële, on n'a plus beſoin que de chercher la difference des longueurs des joints de Lit pour former les *Panneaux de doële plate*, qui ſont des trapézes, comme A*d*D*a* rectangles à l'arc droit en *d* & D, dont les longs côtez ſont donnez ſans alteration à l'épure dans la projection, & leur


64.
65.
66

diſtance, qui eſt la largeur de la doële plate, eſt donnée par les cordes correſpondantes de l'arc-droit; ainſi on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer ces panneaux, leſquels étant aſſemblez & rangez de ſuite donneront la figure D*a*M*b*R, dont la doële oblique ſurpaſſe celle d'un berceau Droit, qui ſeroit terminé à la ligne DR, laquelle figure eſt le dévelopement du trapeze de la figure 67. *ab*RD. *Fig.* 68.

Pour donner un exemple de la conſtruction d'une doële plate, ſoit la projection de celle du premier vouſſoir ap^1, 1^rD, on fera à part une ligne D 1^r [*Fig.* 68.] égale à la corde D1^r de la fig. 67. & ayant élevé aux extrémitez de cette ligne des perpendiculaires indéfinies D*f*, $1^r g$; on prendra à la fig. 67. la longueur D*a* qu'on portera ſur D*f*, où elle donnera le point *a* la longueur $1^1 p^1$ de la fig. 67. ſur $1^r g$ de la fig. 68. qui donnera le point 1^d, ayant tiré la droite $a1^d$, le trapeze $a1^d$ 1^rD ſera la figure de la premiere doële plate, ainſi des autres.

S'il étoit trop incommode de prendre toutes les longueurs des joints de lit, depuis la ligne DR, & que ſi l'on voulût ſe diſpenſer de faire un panneau. Ayant ſeulement l'angle aigu ou obtus de la tête, il n'y a qu'à tirer par les points de projection p^1 p^2 des perpendiculaires à la direction du berceau D*a*, qui rencontreront les projections des joints de lits aux points *y z*; alors portant la longueur *ya* en DY de la fig. 68. on tirera Y1^r, qui donnera les angles de tête DY1^r aigu, & Y1E obtus & pour la doële plate ſuivante les angles $1^r z 2^r$ & $z2^r e$, &c.

Ou il faut remarquer que le panneau de la clef eſt donné dans ſes juſtes meſures, au plan horiſontal en p^2 p^3 3^r, 2^r, excepté aux deſcentes.

On trouvera de la même maniere les *Panneaux de lit*, qui ſeront auſſi des trapezes rectangles, par un bout vers l'arc-droit, dont les côtez ſont exactement donnez à la projection des joints de lit, il ne s'agit que de les écarter parallelement de l'intervale des coupes de l'arc droit 1^r 5^r, 2^r 6^r, &c. de la fig. 67.

Ou il faut remarquer que les deux premiers lits ſont toujours donnez dans leurs juſtes meſures à la projection horiſontale, comme *d*A*a*D, *b*BR excepté aux deſcentes.

Supposons, pour exemple, qu'on veuille faire le panneau du ſecond lit, dont la projection eſt le trapeze p^6 p^2 2^1 6^i, ayant tracé à part une ligne 6^r 2^r fig. 68. égale à 6^r 2^r de la fig. 67. on élevera à ſes extremitez deux perpendiculaires indéfinies $6^r h$ & $2^r i$, ſur leſquelles on portera les longueurs $6^c p^6$, $2^i p^2$ de la fig. 67. qui donneront les points 6^d 2^d, le trapeze 6^r 6^d 2^d 2^r ſera le panneau de lit que l'on cherche.

On peut aussi comme pour les doëles plates en trouver les angles de tête, par le moyen des lignes Vp^5, up^6.

Si après avoir fait le dévelopement de la doële comme nous venons de le dire ci-devant pour l'assemblage de tous les panneaux de doële rangez de suite, on range aussi ceux de lit sur les lignes des joints de lit qui leur sont communs, on aura une figure telle qu'on la voit au chiffre 68, que les Appareilleurs appellent *Dévelopement*, dont nous avons parlé au troisiéme Livre, laquelle est un composé de deux especes de surfaces differentes, dont l'assemblage sur une plane ne sert de rien qu'à montrer d'un coup d'œil les differences des parties; c'est pourquoi nous l'emploirons rarement dans le cours de cet Ouvrage.

Nous l'employons dans ce commencement pour montrer que les panneaux de l'une & de l'autre espece varient dans les voutes biaises d'un côté de la clef à l'autre, dans les ouvertures des angles de leurs Têtes; d'un côté ils sont obtus, & de l'autre ils sont aigus; parce que d'un côté de la clef ils s'alongent dans la partie du haut ou du bas, dans laquelle ils se racourcissent de l'autre, ensorte que les angles aigus ou obtus de la droite sont les suplémens de ceux de la gauche à distances égales de la clef.

Biveaux.

Fig. 67. Il ne reste plus présentement pour faire usage des panneaux qu'à connoître les angles qu'ils doivent faire entr'eux, & en former les *Biveaux*; il y en a de deux especes, sçavoir ceux de *Lit & de Doële*, qui sont donnez par le trait de l'Epure aux coupes de l'Arc-Droit, comme l'angle $D1^r\,5^r$ marque l'inclinaison des surfaces de la doële plate $D1^r$ & du lit $1^r\,5^r$, qui est le même plan que celui qui passe par $1^r\,5^r$, laquelle surface est équivalante de deux; sçavoir au lit de dessus du coussinet, & au lit de dessous du premier voussoir, dont l'inclinaison avec sa doële est l'angle $5^r\,1^r\,2^r$ different du premier, si l'arc-droit n'est pas circulaire, comme il ne l'est pas en effet si la face est en plein ceintre.

D'ou il suit que l'angle obtus que font deux doëles plates n'est pas le double du suplément du biveau de lit & de doële d'un des voussoirs contigus, mais la somme de deux suplémens inégaux.

Cet angle obtus des doëles ne peut être d'usage dans la construction, que pour un Poseur qui n'auroit pas de cerche pour se conduire.

La seconde espece d'angles dont on a souvent besoin pour l'appareil est celle des doëles plates avec leurs têtes, ceux-ci ne peuvent se trouver sur le Trait que nous venons de faire, ni sur le plan horisontal, ni

ſur l'élevation & le dévelopement; car quoique la direction horiſontale de la doële d'un berceau de niveau faſſe un angle Droit avec une ſection verticale de la face aplomb, cette direction n'étant pas perpendiculaire à la corde, qui eſt la commune ſection de la doële plate & de la face, n'eſt pas auſſi perpendiculaire au plan de la face, mais à une ſeule ligne de cette face dans la ſituation verticale; ainſi il faut avoir recours au Probl. XIII. du troiſiéme Livre.

On veut, par exemple, trouver le biveau de la doële plate 3ˑ4 avec la face, c'eſt-à-dire, avec la tête 3ˑ7ˑ8ˑ4ˑ ayant prolongé la corde 3ˑ4ˑ juſqu'à ce qu'elle rencontre le diametre horiſontal AB, prolongé en o, on menera par ce point o une ligne oY parallele à la direction BE ou *b* R, puis par un point *b*, pris à volonté ſur ce diametre, on tirera ſur la ligne 3ˑo la perpendiculaire *bq*, & ſur le même diametre AB la perpendiculaire BY, qui rencontrera la ligne oY au point Y, puis portant la longueur *bq* en *b*L ſur le diametre AB on tirera la ligne LY; l'angle ALY ſera celui que l'on cherche, comme il eſt démontré au Probl. cité. *Fig. 67.*

Application du Trait ſur la Pierre.

On peut tracer & tailler un vouſſoir de trois manieres, qui conduiſent par differens moyens à la même fin. En commençant par la tête ou par le lit; la meilleure eſt ordinairement de commencer par la doële plate.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir à une de ces trois ſurfaces, par exemple, pour la doële plate on y appliquera le panneau qui convient à la place du vouſſoir tiré du nombre de ceux qu'on avoit de ſuite à la fig. 68. lequel ſera découpé ſur un morceau de carton ou de planche mince, pour en tracer le contour exactement ſur le parement dreſſé. Enſuite prenant le biveau de *doële & de lit*, ou ſi l'on veut *de doële & de tête*, on abatra la pierre ſuivant l'ouverture de l'angle, obſervant que ſes branches ſoient toujours poſées d'équerre ſur l'arête, & après avoir formé cette ſeconde ſurface, on lui appliquera auſſi un ſecond panneau, ou de lit, s'il s'agit du lit, ou de tête, s'il s'agit de la tête, celui-ci donnera les poſitions des deux lits, & celui de lit donnera à ſes extrémitez la poſition des deux têtes anterieure & poſterieure. Ainſi il eſt plus avantageux de faire la tête en ſecond parement; parce que faiſant paſſer une ſurface plane [par le Probl. I. de ce 4. liv.] par le joint de tête & par le côté du panneau de doële, on formera les deux lits, terminez du côté de la face ſeulement, & l'autre ſe terminera de même, ſi les faces anterieure & poſterieure ſont paralleles, ou ſuivant l'angle qu'exigera le Trait. Voyez la fig. † au bas de la planche 36.

La doële plate étant faite, il ne reste plus qu'à la creuser suivant le panneau de tête, & pour plus d'exactitude par le moyen d'une cerche convexe, & le voussoir sera achevé.

Nous avons supposé dans cet exemple, que le ceintre de face étoit primitif & circulaire, & par le rapport des sections cylindriques, il en arrive que l'arc-droit est Elliptique & surhaussé ; parce que le cylindre est scalene, dont la section perpendiculaire à son axe est une Ellipse, & non pas un cercle, ce qu'il est bon de remarquer en passant pour sçavoir ce que l'on doit penser sur ce qu'avance M. de la Rue, à la page 18. où il dit, *qu'il est certain que la coupe faite perpendiculairement à l'axe, doit former un cercle, si les bases du cylindre sont parfaitement rondes.* Il n'a pas pris garde que tous les cylindres ne sont pas Droits sur leurs bases, têmoin celui-ci.

Mais si nous avions supposé l'arc-droit DR circulaire, nous aurions rendu le cylindre droit intrinséquement, & sa base AHB, qui est une section oblique, seroit devenuë Elliptique.

D'ou il résulte, comme nous l'avons dit ci-devant pour une disposition contraire, que si l'on avoit tracé les joints de tête suivant la bonne régle perpendiculairement à la tangente de la division de l'arc intérieur en voussoirs, & ceux de l'arc-droit suivant la régle, aussi tendant au centre C^r, il seroit arrivé que les lits auroient été Gauches ; parce que les joints de tête de la face, & ceux de l'arc-droit n'auroient pas été paralleles entr'eux, en ce que ceux de l'arc-droit auroient concouru à l'axe, & ceux de l'arc de face n'y auroient concouru qu'à l'imposte seulement ; par-tout ailleurs leur direction auroit varié suivant le plus ou le moins d'obliquité de la face.

Or comme il importe pour la commodité de l'exécution de faire les lits en surfaces planes, il faut de nécessité fausser une des coupes, ou celle de face, ou celle de l'arc-droit, ce que la maniere de tracer l'épure par la projection donne, sans qu'il soit nécessaire d'y rien changer. Il faut seulement en ce cas tirer ces projections des joints de lit d'extrados, que l'on pouvoit se dispenser de tirer dans le cas de l'arc-droit Elliptique, dont nous avons fait les joints de tête en fausse coupe, pour que tendant au centre C^r, qui est dans l'axe du berceau, ils soient dans le même plan que ceux de tête à la face.

Je ne prétends pas au reste qu'il soit de nécessité indispensable de faire les lits plans, on pourroit fort bien les faire gauches jusqu'à l'arc-droit ; mais de l'arc-droit en continuant ils feroient un pli à l'extrados, d'où ils reprendroient une differente direction ; l'inconvenient n'est pas

grand

grand; un habile Appareilleur pourroit fort bien se conformer à la régle, lorsque le joint de lit d'extrados ne doit pas paroître. De telles voutes extradossées sont rarement vûës par dessus; mais ce seroit se donner une peine assez inutile.

Pour faire les lits plans, lorsque le ceintre de face est surbaissé ou surhaussé Elliptique, & que ses joints de tête sont tracez suivant les régles perpendiculairement à la tangente, au point de chaque division de voussoir, il faut chercher l'inclinaison de la coupe de l'arc-droit comme il suit.

Soit [*Fig.* 70.] le joint de tête donné dt à l'arc de face surbaissé AhB, ayant prolongé cette ligne dt jusqu'à ce qu'elle rencontre le diametre AB en x, on menera par ce point x une ligne xy parallele à la direction Cc de la voute biaise, qui coupera le diametre DB de l'arc-droit DHB au point y; par lequel & par le point 4 de l'arc-droit correspondant du point d [l'un & l'autre provenant de la projection du même plan gp^4] on tirera la ligne y 4$^{\cdot}$ z, le joint 4 z^x sera celui que l'on cherche, lequel est different de la coupe naturelle au plein ceintre 4$^{\cdot}$ 8 tirée du centre C. *Fig.* 70.

La même construction servira pour tous les autres joints de tête qu'on peut tirer suivant les régles au ceintre Elliptique AhB.

Explication Démonstrative.

Premierement, la démonstration de cette derniere operation particuliere est fondée sur la 7.e proposition du 11. Liv. d'Eucl. car puisque les points d & 4 doivent être supposez en l'air, perpendiculairement au plan ABFE, & à même hauteur, ils sont dans une horisontale parallele à leur projection gp^4, laquelle est par la construction parallele à xy; donc par la construction citée, les points d & 4 sont dans le même plan que xy, *ce qu'il falloit démontrer.*

Quant au reste des operations précedentes, il faut se rappeller les sections des cylindres scalenes que représente les berceaux biais. Nous avons dit au premier Liv. que si la base d'un tel cylindre qui est ici la face du berceau, étoit circulaire, la section perpendiculaire à l'axe étoit nécessairement une Ellipse; or le diametre de la base circulaire oblique étant donné, les deux axes de la section perpendiculaire Elliptique le sont aussi, puisque les hauteurs à la c[illegible] doivent être égales au ceintre de face, & à celui de l'arc-droit, & [illegible]e la section par l'axe du cylindre qui est le plan horisontal, donne le raport du diametre de la base au petit axe de l'Ellipse, cela supposé.

Fig. 67. Si l'on releve par la pensée le demi-cercle AHB de la face du berceau en le faisant mouvoir sur son diametre AB, comme sur une charniere, jusqu'à ce qu'il soit perpendiculaire au plan *d*AB de la projection horisontale, qu'on releve aussi de même l'arc-droit *d*XB, ces deux plans, qui dans le dessein étoient confondus avec l'horisontal, deviendront verticaux, sans que les points de leurs divisions s'approchent de leur diametre; de sorte que les perpendiculaires menées à ces diametres deviendront des *aplombs*, c'est-à-dire, des verticales; par conséquent paralleles entr'elles, quoiqu'elles ne le soient pas dans le dessein à plat; d'où il suit [par la 7.e du 11.e d'Eucl.] qu'elles seront dans un même plan, & toutes celles qui les couperont. Or puisque les hauteurs de l'arc-droit ont été faites égales à celles de l'arc de face, il suit que les joints de doële & d'extrados, qui passeront en l'air par ces hauteurs, comme du point *6* à 6_r, & de *2* au point 2^r, seront à la surface d'un cylindre, & de longueurs égales à celles de la projection, puisqu'elles leur sont paralleles horisontales, terminées par des verticales; donc les mesures des longueurs des joints de lits sont bien prises sur le plan horisontal.

A l'égard des cordes de doële plates lesquelles sont inclinées à l'horison, leur mesure ne peut être prise que dans l'élevation de ces arcs qui sont censez verticaux dans le dessein, quoiqu'ils ne le soient pas.

Il est donc clair que la vraye figure de la doële plate est bien trouvée; puisque les quatre côtez sont donnez avec deux angles droits & les deux angles obliques de la tête, laquelle figure est differente de celle de la projection horisontale, en ce que les angles obliques du trapeze trouvé sont l'un plus ouvert, l'autre plus fermé qu'ils ne sont au plan horisontal, & les intervales des côtez paralleles plus grands.

Scolie.

On pourroit trouver les côtez des panneaux de doële plate par le calcul si l'on vouloit, car les côtez des joints de lit & de têtes sont proportionels aux saillies & aux hauteurs des retombées, & aux differences des longueurs qui expriment l'obliquité du biais; ainsi,

1.° Pour trouver la difference de longueurs des panneaux, dont tous les joints de lit sont paralleles à la direction du berceau, on aura cette analogie $AB : Ad :: Ap^1 : At$, c'est-à-dire, le diametre de la face est à l'avance de l'entiere obliquité sur l'arc-droit, comme la retombée est à la difference du joint passant par la premiere division en voussoir, laquelle difference At étant soustraite de l'avance Ad, donnera la longueur $p^i 1^i$ du premier joint sur l'imposte. 2.° Pour avoir la retombée de l'arc-droit, connoissant celle de la face on fera cette analogie $Ba : ap^i :: BD : D1^i$.

3.° Puisque les retombées des lits sont proportionelles aux lits dont elles sont les projections [par le Theor. I. du 2.e livre, chacune dans son arc, ou de face, ou Droit, il suit que les retombées & les lits correspondans entre ces differens arcs sont entr'eux comme les longueurs des diametres de l'arc de face & de l'arc-droit ; car si l'on prolonge les joints de tête $5^{\cdot}1$ en C & $5^{r}1^{r}$ en C^{r}, jusqu'à la rencontre du diametre horisontal dB, on aura $p^{5}\,p^{1} : 5^{\cdot}1 :: p^{5}C : 5C$, $5^{e}\,1^{1} : 5^{r}\,1^{r} :: 5^{e}C^{r} : 5^{r}C^{r}$, mais par l'article précedent les retombées sont entr'elles dans les differens arcs de face & Droit, comme leurs Diametres ; donc les largeurs des lits marquées par les joints de tête, qui expriment aussi l'épaisseur de la voute, sont entr'elles comme les diametres passans par ces joints.

COROLLAIRE.

Puisque les hauteurs des retombées correspondantes de l'arc de face & de l'arc-droit sont toujours égales, par la construction, à l'extrados, comme à la doële, il suit que si l'on suppose une section aplomb par le milieu de la clef, l'épaisseur de cette clef dans l'arc-droit sera égale à celle de l'arc de face ; car si des hauteurs égales on ôte des quantitez égales, les restes sont égaux ; mais l'épaisseur Hh égale à la largeur du lit Aa de l'imposte, est plus grande que celle dD de l'arc-Droit, donc les *Voutes biaises extradossées, dont l'arc de face est circulaire sont d'une épaisseur inégale*, qui augmente continuellement *depuis l'imposte jusqu'à la clef*, ce qui est contre la bonne construction, comme nous l'avons dit ci-devant, puisque la partie qui est la plus foible devroit être la plus forte.

Cette conséquence est une confirmation de ce que nous avons avancé au Theor. IV. du premier liv. où nous avons démontré que les sections planes d'un cylindre creux, qui ne sont pas paralleles à la base, étoient des couronnes Elliptiques, comprises par les contours de deux Ellipses, concentriques & semblables, mais non pas équidistantes.

REMARQUE

Sur les fautes que l'on fait contre la bonne construction, dans le choix du ceintre primitif des voutes extradossées.

Il est clair que lorsqu'on fait l'arc de face d'une voute biaise en plein ceintre, on forme un cylindre scalene creux, dont l'arc-droit, qui est la section perpendiculaire à l'axe, est une couronne Elliptique de ceintre surmonté, qui est plus large à la clef qu'aux impostes, comme nous venons de le démontrer au Corol. précedent ; d'où il suit évidemment que les voussoirs qui devroient y être plus légers qu'aux impo-

ſtes, ſuivant les régles de la Méchanique, y ſont au contraire plus peſans, ce qui entraineroit la ruine de la voute, ſi les Reins n'étoient pas remplis.

Cette charge illégitime n'eſt pas un petit objet, lorſque les berceaux ſont très obliques à leurs faces, comme il s'en trouve dans certains réduits de nos Fortifications modernes qui ſont à la mode, où l'angle du biais, c'eſt-à-dire, l'obliquité du paſſage vouté, eſt moindre de 60 degrez; alors l'épaiſſeur au-delà de celle de l'impoſte devient une augmentation à peu près du tiers de la charge, ſi la voute eſt extradoſſée; mais comme elle ne l'eſt pas ordinairement dans nos Réduits, & qu'elle eſt bien appuyée par 5 & 6 pieds de terre au deſſus, cette obſervation n'eſt d'aucune conſéquence pour nos ouvrages de Fortifications.

Ce qu'on en doit inferer eſt que ſi une voute de grande obliquité étoit extradoſſée, il ſeroit de néceſſité indiſpenſable de faire l'arc de face Elliptique ſurbaiſſé, pour qu'il en réſultât un arc-droit circulaire, ou un peu ſurmonté, ſi l'on le croit convenable, ce qu'aucun des Auteurs de la coupe des pierres n'a obſervé.

Il ne faut pas s'imaginer qu'on évite cet inconvenient en faiſant le ceintre de face en ovale, compoſé d'arcs de cercles concentriques, ſuivant l'uſage des Ouvriers & des mauvais Appareilleurs; car chaque portion de cercle qui eſt compriſe par deux ſegmens de cercles ſemblables & concentriques, eſt une portion de baſe d'un cylindre ſcalene creux, dont la ſection perpendiculaire à l'axe eſt Elliptique, & ſi le ceintre a trois centres, ce ſont trois portions de differens cylindres.

L'on ſe jette de plus dans un autre inconvenient, qui eſt celui des jarrets, qui ſe forment à la jonction des arcs, parce que la poſition des centres n'étant plus dans une diſtance proportionelle à celle de la baſe, les rencontres des arcs ne ſe font plus aux points d'attouchement, où eſt la ſeule jonction réguliere, pour effacer tout jarret.

Il eſt vrai que les Auteurs de la coupe des pierres, qui font des arcs de face compoſez d'arcs de cercles, ne font pas leurs arcs-droits de pareille conſtruction, mais par des points trouvez; cependant leur Trait augmente encore un peu le ſurcroit de l'épaiſſeur, de la partie ſupérieure de la voute biaiſe, dont l'arc de face eſt ovale, même ſurbaiſſé; parce que ſi l'arc de face étoit une couronne Elliptique réguliere, elle ſeroit plus large aux impoſtes qu'à la clef, ce qui pourroit, en certains cas, rendre l'arc-droit circulaire & d'une épaiſſeur uniforme, au lieu que la couronne ovale de contour équidiſtant, donnera

toujours à l'arc-droit plus d'épaisseur à la clef qu'aux impostes.

Il n'est pas néceſſaire d'ajouter à la démonſtration du trait du berceau biais, pourquoi on a formé les biveaux de lit & de doële à l'arc-droit plutôt qu'à l'arc de face; nous en avons expliqué les raiſons au troiſieme livre page 370. où nous avons démontré que les angles des plans devoient ſe prendre ſur des perpendiculaires à leur commune interſection.

Du Biais par abregé.

Lorsqu'on choiſit l'arc-droit & circulaire pour ceintre primitif d'une voute biaiſe, & que l'on fait les diviſions des vouſſoirs parfaitement égales entr'elles, on réduit le Trait à une operation fort ſimple, qu'on appelle *Biais par abregé*, laquelle eſt tirée du premier Chap. de la 2.e partie du P. Deran.

Soit [*Fig.* 70.] ABFE le plan horiſontal du berceau biais. On prolongera le côté EA vers D, auquel on tirera une perpendiculaire BD, ſur laquelle, comme diametre, on décrira le demi-cercle DHB, qui ſera l'arc-droit, & le ceintre primitif du berceau, qu'on diviſera à l'ordinaire en ſes vouſſoirs, avec cette circonſtance, que nous n'avons pas exigé ailleurs, qu'ils ſoient tous égaux entr'eux aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on menera autant de paralleles à DE, qui couperont la projection de l'arc de face AB aux points 1^a, 2^a, 3^a, *g*. *Fig.* 70.

Presentement, pour trouver les panneaux de doële, il faut tirer des points A, 1^a, 2^a des paralleles à DB, qui couperont les projections des côtez de la clef $p^2\,e$, $p^3 f$ aux points *k*, *l*, *m*, *n*, d'où l'on tirera des lignes de l'un à l'autre *k*, *l*, *m*, *n*, qui exprimeront l'obliquité de la tête du panneau de doële ſur les joints de lit; ainſi ſuppoſant une voute d'égale profondeur, comme dans cette figure, & faiſant la même choſe pour la face E F qu'à la face AB, le trapeze *klfe* ſera le panneau de la premiere doële, *mnqo* celui de la ſeconde, & $2^a\,3^a\,3^e\,2^e$ celui de la clef. Il n'eſt pas néceſſaire d'en tracer davantage; parce qu'en renverſant les panneaux du côté de la gauche, ils ſerviroient pour celui de la droite, les angles d'un côté étant, comme nous l'avons dit à la fig. 68. les ſuplémens de l'autre, ce ſont toujours les mêmes tournez du dedans au dehors.

Pour former les *Panneaux de lit* on fera à peu près la même choſe, avec cette difference, que des points $1^a\,2^a$, on menera les paralleles à DB juſqu'au côté DE, comme $1^a r$, $2^a s$, qui rencontreront ce côté aux points *r* & *s*, parleſquels & par le centre C, on tirera les lignes

rt, *su*, qui exprimeront l'inclinaiſon des joints de tête ſur les joints de lits ; ainſi l'angle E*st* ſera celui du premier lit, E*ru* celui du ſecond, & ſuppoſant la voute d'égale profondeur, le premier lit ſera le trapeze TR*rt*, le ſecond VS*su*, il n'importe des largeurs TR, VS, elles ſont arbitraires ſuivant l'épaiſſeur de la voute, & ne changent rien aux angles des joints de lit & de tête.

Par la même raiſon de l'égalité de vouſſoirs les panneaux de lit de la gauche peuvent ſervir pour la droite en les tournant en ſens contraire, l'angle obtus étant mis à la place de l'angle aigu.

Le ceintre de face biaiſe AB, qui doit donner les *panneaux de tête* ſera une demi-Ellipſe A*b*B, formée par le diametre AB pour grand axe, & DB pour le petit.

Explication démonſtrative.

Puisque par la ſuppoſition les vouſſoirs ſont tous d'égale largeur, ils le ſont tous dans ce ſens à la clef, qui eſt repréſentée à la projection horiſontale, ſans aucune alteration de ſes meſures; parce que ſa corde eſt de niveau; par conſéquent parallele au plan horiſontal, il ne s'agit donc que de trouver la difference des longueurs & des angles, que la difference d'inclinaiſon cauſe à chaque tête; or puiſque les longueurs ſont données dans la projection des joints de lit, il eſt clair qu'en tirant les paralleles A*k*, 1*ᵃm*, 2*ᵃn*, on tranſporte ces longueurs ſur les joints de la clef, par conſéquent en tirant les lignes *kl*, *mn*, d'une longueur à l'autre, on a la juſte poſition de la tête, les côtez 2ᵃ 2*ᵉ*, 3ᵃ 3ᵉ étant dans leur juſte diſtance reſpective; donc les *doëles plates* ſont exactement tracées.

Remarque ſur ce Trait.

Il y a une imperfection dans ce trait, que les joints de tête, qui ſont tirez du centre commun C, doivent être tirez perpendiculairement à l'arc de face au point de ſa diviſion; parce que la face eſt apparente, ils ne peuvent l'être ſuivant cette conſtruction; parce que l'arc-droit DHB étant circulaire, l'arc de face biaiſe, dont AB eſt le diametre, ſera Elliptique; or nous avons démontré au livre 2.ᵉ que hors des axes les lignes tirées au centre d'une Ellipſe ne ſont pas perpendiculaires à la tangente de l'arc au point où elles le rencontrent; donc les joints ſont mal tirez, ce que le P. Deran, & M. de la Rue qui l'a ſuivi n'ont aparemment pas aperçû; car ils n'auroient parlé de ce trait que comme d'une pratique d'Ouvrier difforme, & peu réguliere en ce point.

COROLLAIRE.

Des Berceaux à double obliquité de Face verticale brisée en deux directions.

En Termes de l'Art.

DE LA PORTE SUR LE COIN DANS L'ANGLE APLOMB.

De la construction du premier cas de ce Problême il est aisé de conclure, qu'elle doit être celle d'un berceau, dont la face est angulaire, comme pliée en deux parties, qui forment un angle saillant *a*C*b*, ce qu'on appelle *Porte sur le coin*, ou un angle rentrant LMN, ce qu'on appelle *Porte dans l'Angle*, comme on voit à la fig. 69. & en élevation sur l'angle saillant à la fig. 71. *Fig. 69.*

Car premierement, si l'on compare la partie FNE de la fig. 67. à la fig. 69. il est évident qu'il ne peut y avoir aucune difference de construction, depuis l'imposte jusqu'à la clef de part & d'autre des faces de droite & de gauche, si elles sont égales entr'elles; puisque l'angle FNE est une continuation de la fig. 67. dont la moitié E*x*N est semblable au biais EFG, qui peut être égal à celui de l'autre bout BA*d*, semblable encore à la partie F*x*N, qui est une moitié de berceau biais tournée à gauche, NE une autre moitié tournée à droite, la seule difference de ce trait avec le précedent consiste à la clef, qui comprend les deux obliquitez par un angle saillant ou rentrant, dont la diagonale *x*N [*Fig.* 67.] ou MC [*Fig.* 69.] sera dans l'axe du berceau, si les faces *a*C, *b*C sont égales.

Mais si les faces ne sont pas égales, comme si le piedroit L*a* avançoit en X, alors la diagonale de l'angle ne tomberoit plus sur l'axe, & s'en écarteroit d'un côté, ce qui fait voir que la porte sur le coin seroit un composé de deux obliquitez differentes l'une C*b* plus oblique, l'autre XC moins inclinée à la direction du berceau.

D'ou il résulte une inégalité de ceintre dans chaque face, si l'on fait les impostes de niveau entr'elles; car la plus courte XC^n seroit nécessairement surmontée si l'autre étoit en plein ceintre, & si XC^n étoit en plein ceintre l'autre *b*C^n seroit surbaissée; parce que la hauteur du milieu de la clef étant commune, les demi-diametres horisontaux XC^n, *b*C^n sont inégaux, lequel changement de ceintre de face entraine aussi celui de l'arc-droit, où il peut causer des irrégularitez, s'il n'est pas pris pour ceintre primitif.

Pour éviter toute difficulté en pareille circonstance, il convient de prendre l'arc-droit pour ceintre primitif, comme on vient de le faire au *Biais par abregé*, & il en résulte à chaque face un ceintre particulier

Elliptique, si l'arc-droit est circulaire, l'une des faces est plus, l'autre moins surbaissée.

TOUTE la difference de la Porte sur le Coin & de la Biaise ne consistant qu'à la clef, on fera l'épure de chaque partie *a*C, *b*C, comme au biais de la fig. 67. ou 70. & la rencontre des deux biais donnera au plan horisontal la figure de la doële plate de la clef dans sa juste mesure, telle qu'on la voit en M*f* p^3 Cp^2 *e*.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on y appliquera le panneau de la figure nommée, trouvée à l'épure 69. puis avec les biveaux de lit & de doële trouvez par le moyen de l'arc-droit *a*D*b*, comme à la fig. 67. on abatra la pierre pour former les deux lits de droite & de gauche, sur lesquels ayant appliqué les panneaux de lit trouvez, comme aux biais simples, on abbatra la pierre à l'équerre sur les demi-faces p^2C & p^3C, pour le saillant, & de même en M*e*, M*f* pour le rentrant, lesquelles deux demi-faces étant faites, on y appliquera le panneau 2 H K 6, qui lui convient pris sur l'arc de face *a* 1' 2' H en 2 H, qu'on retournera pour l'autre face, si les deux sont égales, ou qu'on prendra en 3 *b*, si le ceintre *b*43*b* étoit different du premier, ce qui ne peut arriver qu'au cas que les obliquitez des deux demi-faces soient inégales.

Nous n'avons pas parlé d'un autre cas, qui seroit, que l'arête de l'angle saillant ou rentrant ne se trouvât pas au milieu de la porte; parce qu'il causeroit une grande difformité, qu'il est rare qu'on ne puisse pas éviter. Alors la double obliquité ne se trouveroit pas à la clef, mais à un autre voussoir, & le ceintre des deux portions d'arcs de face ne seroit plus commun en C; supposant, par exemple, le piedroit prolongé en X, & l'angle saillant en *g*, il faudroit prolonger la portion de face X*g*, jusqu'à la rencontre de l'axe ou ligne du milieu MC en *z*, où seroit le centre de la portion de ceintre X*u*, qui conviendroit à X*g*, laquelle seroit déterminée par une perpendiculaire *g u* à X*z* élevée sur le point *g*, & celui de la face *bb*G seroit toujours au même endroit en C; mais il seroit augmenté au-delà du quart d'Ellipse ou de cercle, d'un arc *b*G que donneroit la perpendiculaire sur *bg* au point *g*. Cet avertissement suffit pour un cas qui ne doit jamais arriver.

Explication démonstrative.

IL est clair que si l'on prend pour ceintre primitif l'arc-droit, & qu'on

le fasse

le fasse circulaire, cette porte est un cylindre Droit coupé obliquement de deux sections obliques contraires, qui se croisent à l'axe lorsque l'angle est au milieu. Et si l'on fait les arcs de faces biaises circulaires, c'est un cylindre scalene coupé par une section souscontraire, si les deux faces sont égales; & si enfin l'angle n'est pas au milieu, les faces sont deux portions de section, qui se croisent hors de l'axe, & par conséquent leurs centres ne peuvent être communs; parce que dans les sections cylindriques l'axe passe toujours par le centre des sections Elliptiques, qu'oiqu'il n'en soit pas de même dans les cônes.

On a marqué à la fig. 68. par des lignes ponctuées un dévelopement qui peut servir à Trois sortes de traits; sçavoir ABd pour le berceau *biais*, dMB pour la *porte dans l'angle*; AMN pour la *porte sur le Coin*, qui est le même tourné en sens contraire, saillant au lieu du rentrant.

Remarque sur l'Usage.

La *Porte sur le Coin* est un des Traits de la Coupe des pierres qu'on exécute rarement, & qu'un bon Architecte sçait éviter; parce que lorsqu'on est obligé de placer une porte dans un angle saillant ou rentrant, ce qui arrive quelquefois, on y forme un Pan, comme on a fait aux portes de sorties de l'Envelope de Manheim; ou bien on forme ce pan en arrondissement de Tour creuse, pour faire porter l'encognure sur une Trompe en niche, s'il faut conserver l'angle saillant dans la partie superieure, comme on voit à l'Hôtel de Toulouse, ruë des Bons-enfans à Paris; cependant s'il arrive qu'on n'ait pas de hauteur sur la porte pour y pratiquer cette trompe, alors on est obligé de faire une Porte sur le coin. Où il faut observer que l'angle doit être au moins Droit; car s'il est plus aigu, l'appareil aura peu de solidité; parce que les voussoirs pousseront au vuide, & ne se soutiendront que par la longueur de leur queuë; ainsi ce genre d'ouvrage ne convient qu'aux angles obtus, ou tout au plus aux Droits, d'autant plus que la difficulté y devient moins sensible à mesure que l'ouverture de l'angle est plus grande.

D'une Espece de Berceau oblique, dont les Lits ne sont pas dirigez à l'axe.

Appellé en Termes de l'Art.

BIAIS PASSE'.

Ce que les Appareilleurs appellent *Biais passé*, ou assez mal à propos avec les Auteurs, *Corne de Vache Double*, n'est autre chose qu'un berceau biais, de figure ordinaire, mais dont les joints de lit ne sont pas paralleles; parce que les têtes sont inégales & inverses du devant au derriere.

On doit donc confiderer cette voute comme une portion de cylindre fcalene coupé obliquement par les plans des lits, dont les joints de la doële font par conféquent des arcs d'Ellipfes, & non pas des lignes droites comme les trace le P. Deran, & ceux qui l'ont fuivi, tels font le P. Dechalles & M. de la Rue, ce qui eft inconteftable.

Erreur des Auteurs.

Plan. 37. Fig. 72.

Soit [*Fig.* 72.] ABDE le plan horifontal de la voute, qui eft le parallelograme & la feule fection par l'axe. Ayant tiré des perpendiculaires E*e*, D*d*, par les points E & D de la face anterieure ED à la pofterieure AB prolongée, on raffemblera fur la même bafe A*d* les élevations des deux faces AB, ED, en décrivant les demi-cercles A*h*B, *e*H*d* de leurs ceintres. Puis fur la partie commune *e*B, comme diametre, on décrira le demi-cercle *e*FB, qu'on prendra pour un ceintre primitif, fur lequel on fera les divifions des vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, ou fi l'on veut fur le ceintre gotique *eg*B, qu'il ne faut pas cependant confiderer comme *l'Arc-Droit*, ainfi que le dit M. de la Rue, qui s'eft trompé dans cette expreffion; car il s'en faut tout que cet arc ne foit *Droit*, puifqu'il eft parallele aux faces qu'on fuppofe biaifes.

La divifion des vouffoirs étant faite aux points 1, 2, 3, 4, on tirera par ces points & par les centres C^s & C^a des ceintres de faces oppofées, les lignes $C^a\,1^s$, $C^a\,2^s$; $C^s\,3^a$, $C^s\,4^a$, qui feront les projections verticales des joints de lit & ceux de tête, en les prolongeant vers les points 5e, 6^s; 7^a, 8^a, & l'épure fera tracée., pour operer par équarriffement fuivant la maniere ordinaire des Auteurs citez.

Mais il s'en faut de beaucoup que le Trait ne foit fait, fi l'on veut operer exactement, parce qu'au lieu de faire les arêtes des joints de lit & de doële en ligne droite, il faut chercher la courbure d'un arc Elliptique, comme nous allons le dire.

On tirera par le centre C^a d'un des ceintres de face *e*H*d* une perpendiculaire GY fur AB, prolongée indéfiniment de part & d'autre, laquelle rencontrera les côtez du berceau AE & DB prolongez en X & en Y, la ligne XY fera un des diametres de l'Ellipfe qu'on cherche, & fon milieu C en fera le ceintre.

Ensuite ayant pris fur fa partie $C^a\,C^3$ autant de points *n* que l'on voudra en avoir pour l'arc du joint de lit, comme ici feulement deux n^4, n^5, on menera par ces points autant de paralleles *ou*, *ou* aux faces AB ou ED, & d'autres au lit dont il eft queftion, par exemple, pour le lit $C^a\,2^s$, les lignes indéfinies $n^5 q$, $n^4\,C^s$, $C^3\,q$, dont les longueurs aux points *q* feront déterminées par l'interfection d'un arc de cercle, comme zq^3, q^9z, tracé des centres 5e, 4e, C^3 pris fur l'axe du berceau $C^s\,C^3$, à l'in-

terfection des lignes *ou*, *ou*, & pour rayon le demi-diametre AC.

Les points *q*, *q*, *q*, *z* & *z* étant trouvez comme nous venons de le dire, il fera aifé d'avoir la projection horifontale du lit *ppp pa*² en abaiffant des perpendiculaires des points 2ˢ *qqq*³, qui rencontreront les paralleles *ou*, *ou* aux points *pppp*⁵ *y* & *y*, mais cette projection n'eft pas néceffaire ; parce qu'elle redreffe le joint, & l'on a befoin de l'arc dans toute fa courbure fans alteration.

C'est pourquoi on portera les longueurs Cᵃ 2ˢ en Cᵃ Q', *n*⁵*q* en *n*⁵Q & C³ *q* en CD, & par les points Q' Q⁵ Q & D on tracera à la main ou avec une régle pliante l'arc Q' Q⁵ QD, qui fera la cerche du joint de lit à la doële de deffus du fecond vouffoir exprimé à l'élevation par la petite ligne 2ˢ 2ᵃ, qui eft auffi celui du lit de la clef.

On tracera de la même maniere la courbure du joint du premier lit 1ᵃ 1ˢ, en menant par les points *n*⁵ *n*⁴ C³ des lignes paralleles au lit Cᵃ 1ˢ, comme *n*⁵V, *n*⁴V, C³V, dont on déterminera les points VV par l'interfection des arcs faits des points 5ᶜ, 4ᶜ C³ pour centres, & de l'intervale CᵃA, pour rayon, comme on a fait pour l'autre joint ; fi l'on porte les longueurs Cᵃ 1ˢ, *n*⁵ V, *n*⁴ V, & C³V en Cᵃ*u*, *n*⁵*u*, *n*⁴*u*, C³*u*, on aura les points *u*⁶,*u*,*u*,3, par lefquels on tracera la portion d'arc que l'on cherche, laquelle fera beaucoup moins courbe que la précedente, étant partie d'une Ellipfe plus allongée.

Application du Trait fur la Pierre.

Ayant dreffé un parement pour fervir de lit horifontal vrai ou fuppofé, fuivant l'ufage ordinaire pour l'équarriffement, on lui en fera un autre à l'équerre pour fervir de face de devant, par exemple, & un troifiéme jaugé, c'eft-à-dire, parallele à celui-ci pour la face de derriere, comme fi l'on vouloit faire un vouffoir de berceau Droit ; puis ayant tiré une ligne fur le lit de deffous à l'équerre fur les deux arêtes des faces & du lit, on portera à fes extremitez fur les deux faces l'arc de tête pris fur l'épure par le moyen de la retombée, lequel pour le premier vouffoir eft l'arc *e* 1ᵃ, enfuite fur une des deux faces l'autre arc A 1ˢ en dedans du premier avec fon joint de tête 1ᵃ 1ˢ prolongé en L.

Chaque tête étant ainfi tracée, on abatra la pierre fuivant le trait pour le lit de deffus, lequel étant formé on y appliquera la cerche ou le panneau de la courbe *u*⁶*u*³, pour tracer l'arête du joint, au lieu qu'au lit de deffous on tirera une ligne droite d'une tête à l'autre, enfuite on abatra la pierre depuis l'arc du devant à celui du derriere à

la régle, qu'on aura soin de tenir toujours parallele à l'arête du lit de dessous, comme on voit à la figure 73. ensorte qu'elle coule partie sur l'arc de la plus grande face & partie sur l'arc du lit de dessus, dès qu'elle sera au dessus de la hauteur de la plus petite retombée, sans quoi la doële seroit mal formée.

Comme il n'y a pas de joint droit au second voussoir, sur lequel on puisse se régler pour la position de la régle non plus qu'aux autres voussoirs supérieurs & à la clef, il faudra tirer sur l'épure des lignes paralleles à AB, qui couperont les arêtes des têtes du devant & du derriere à même hauteur $r\,2^a$, ou toucheront la clef comme bH; puis ayant porté les arcs de tête, que ces lignes comprennent, comme $1^r r$ sur la tête posterieure ou de derriere, on tirera dans la doële avec la régle une ligne droite à l'angle de la tête anterieure 2^a, laquelle servira de guide pour achever de creuser la doële, en tenant la régle parallele à cette ligne $r\,2_a$, & la faisant couler en cette situation sur les arêtes des têtes & des lits.

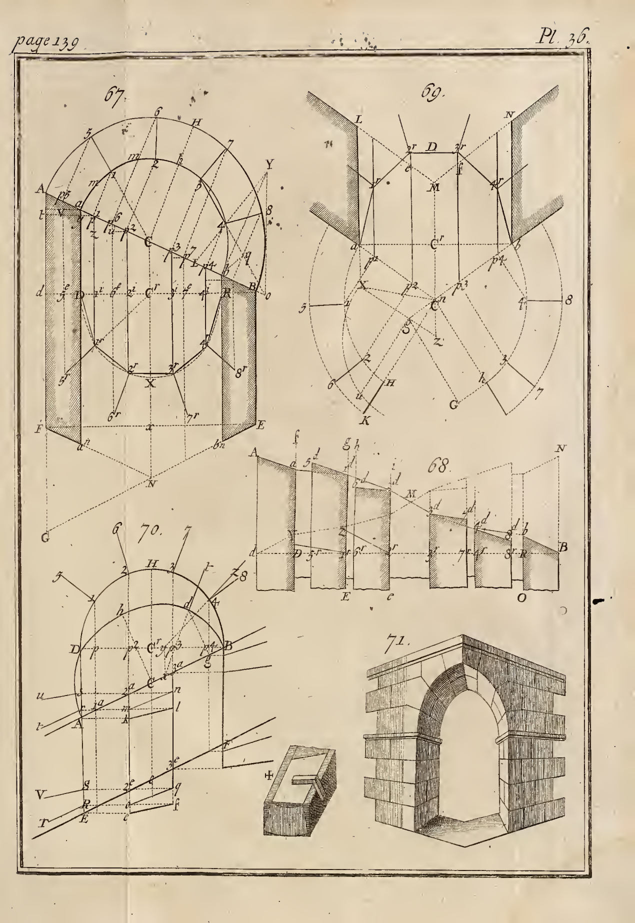
Fig. 72.

On en usera de même pour la clef en y, traçant une ligne R E, comme on voit à la figure 74. où nous l'avons représentée faite & renvercée, & où l'on voit qu'il faut commencer par faire comme une clef de berceau droit, dont la doële plate seroit le parallelograme rectangle $C^s a^2 a^3 s^3$ formé par des perpendiculaires à AB, tirées par les points des retombées, abaissées sur ce diametre par les points $2^a 3^s$, puis ayant ainsi formé la clef d'un berceau droit $s^2 a^2 a^3 s^3$, $6^\cdot 7^\cdot 7^\cdot 6$, on portera sur les arêtes de lit & de têtes opposées la longueur $2^s 2^a$ prise à l'élevation, & par les point $2^a s^2 3^s a^3$ on tracera la ligne courbe Q'D trouvée pour l'arête du second lit à la doële, comme nous l'avons dit, par le moyen d'un panneau levé sur l'épure, la pierre étant abatuë à la régle, posée sur les arêtes, & coulante parallélement à la ligne de foy RE, on creüsera la doële avec toute la régularité possible.

Fig. 74.

Remarque sur la fausseté de l'ancien Trait.

On voit par ce que nous venons de dire, que le Trait que donnent tous les Auteurs de la Coupe des pierres, ne pouvoit former une surface de berceau régulier, mais d'un cylindre très irrégulier; puisque chaque voussoir fait à la régle avec des arêtes de doële droite étoit une portion de cône scalene, lesquelles étant assemblées devoient faire des arêtes saillantes entre les deux têtes, à peu près en côtes de melon; il est vrai que les arêtes des lits auprès des impostes sont très peu courbes; mais elles le deviennent très sensiblement à mesure qu'elles approchent de la clef.


67.
69.
68.
70.
71.

2.° Remarque sur l'imperfection & l'inutilité du Trait.

Premierement, il est visible que si le biais est considerable, on perd beaucoup de pierre dans l'operation du biais passé, comme le montrent les fig. 73. 74. & †. où l'on a distingué par des hachures, ce qu'il faut abatre.

2.° On perd beaucoup de tems à former ces parties de surfaces, qu'il faut ensuite enlever.

Troisiemement, je ne vois aucune néceffité de faire cette voute par des lits obliques, qui rendent les têtes des voussoirs inégales de part & d'autre de la clef & des joints de lit courbes, une voute biaise par têtes égales, & lits droits, tels que nous venons de le dire au cas précedent du berceau biais, ne seroit-elle pas plus belle & plus réguliere ?

On peut dire que le *Biais passé* dans son origine est un enfant de l'ignorance, qui a eu recours à un mauvais artifice pour faire un berceau biais de la même maniere qu'un berceau Droit, j'en fais si peu de cas que je n'en aurois pas fait mention, si tous les Auteurs de la coupe des pierres n'en avoient parlé comme d'un trait utile, en quoi ils ont fait voir ou peu de science, ou tout au moins peu d'amour pour l'exactitude; cependant le dernier cité l'exige rigidement ailleurs, comme lorsqu'il rejette les panneaux des voutes sphériques pour une difference d'un joint droit à un courbe, qui n'est pas plus sensible, que celle du biais passé, dont je parle.

Explication démonstrative.

Il est démontré, comme nous l'avons tant de fois répeté, que la section d'un cylindre quelconque, coupé par un plan qui croise son axe est une Ellipse ou un cercle; ainsi puisque les lits du biais passé croisent l'axe, si on les prolonge, il est déja évident que leurs joints à la doële sont des portions d'arcs Elliptiques.

2°. Il n'est pas moins clair que le plan horisontal ABDE, coupant le cylindre par son axe, le coupe en deux également; par conséquent [par la 18e du 11.e liv. d'Eucl. que les plans des lits $1^r C^a$, $2^r C^a$ couperont l'horisontal suivant une perpendiculaire $C^a C^r$; puisque les lignes $1^r C^a$, & $2^r C^a$ sont les interfections de ces lits avec un plan vertical, auquel les lits sont perpendiculaires.

3.° Que la commune interfection de ces lits prolongez avec le plan horisontal est un diametre de la section, puisqu'il doit rester autant du

cylindre au dessous du plan horisontal qu'au dessus, s'il étoit continué, & que ce diametre est terminé par les côtez horisontaux du berceau AE & DB prolongez; donc la ligne XY est un diametre de l'Ellipse.

4.° Enfin il est clair que toutes les sections *ab*, *ab* paralleles à AB, perpendiculaires au plan ABDE seront des cercles ou des Ellipses semblables & égales au ceintre A*b*B, & que toutes les lignes *nq* paralleles à 2, C^a & *n*V paralleles à 1^3 C^a sont par la 8. du 11.e d'Eucl. dans les mêmes plans que les lits, par conséquent que leurs intersections avec les cercles sur *ab*, *ab*, &c. seront au contour de l'Ellipse, qui est la section du lit; or ces lignes couperont les cercles au-delà du point X en deux points, comme Hq^9 en q^9 & en Z, $3^s q^8$ en q^8 & en *z*; par conséquent l'Ellipse passera au-delà du point X, ce qui montre que le diametre XY n'est pas un axe. Enfin ces lignes en s'écartant du point X arriveront à un point où elles ne couperont plus les demi cercles des sections *ab*; mais une d'entr'elles ne fera plus que le toucher en T, comme la ligne TG.

5.° Enfin puisque toutes les lignes *nq* sont perpendiculaires à la commune intersection des lits GY, si on porte leurs longueurs sur des lignes *nu*, *nu*, qui lui sont aussi perpendiculaires, on représentera exactement sur le plan horisontal, que je prends pour celui de la direction de l'épure, la demi-Ellipse XQDY, qui se forme en l'air dans la doële par l'intersection du second lit, ainsi des autres, & par conséquent les arcs Q'D $u^6 u^3$, qui en sont des parties correspondantes à l'étenduë de la voute ABD, sont les arcs des joints de lit, *ce qu'il falloit trouver.*

2.e *Cas de l'obliquité des Berceaux de niveaux, qui consiste dans l'inclinaison de leur face à l'horison.*

En Termes de l'Art.

Berceau ou Porte Droite en Talud.

Nous avons consideré dans le cas précedent l'obliquité de la face d'un berceau à l'égard de sa direction seulement. Ici nous supposons le diametre horisontal de la face perpendiculaire à la direction du berceau, mais la face inclinée à l'horison est par conséquent à l'axe qui est de niveau.

Si l'on veut supposer l'obliquité égale dans l'un & l'autre cas, ensorte que l'angle de la face verticale biaise, fait avec l'axe horisontal, soit égal à celui de la face inclinée à l'horison, à l'égard d'un axe perpendiculaire à son diametre, on reconnoîtra, que le berceau biais sans

talud, & le berceau Droit avec talud ne ſont dans le fond que le même tourné differemment autour de ſon axe.

Pour faire ſentir cette vérité ſoit [*Fig.* 75.] un cylindre ABRD, ou droit ou ſcalene, il n'importe, nous le ſuppoſerons ici droit pour plus de facilité; ſi l'on fait mouvoir le trapeze ABRD, qui eſt la ſection par l'axe ſur ſon milieu C*x*, enſorte que d'horiſontal qu'étoit ce trapeze il devienne vertical en C*xr*G, il eſt clair qu'il ſe formera un demi-cylindre de face en talud; car le rayon CB, qui étoit horiſontal, ſera incliné à l'horiſon en C*b* ſuivant l'angle *x* CB, tranſporté en *x* C*b*, où la projection le fait diſparoître, les deux côtez de l'angle étant l'un ſur l'autre, & continuant de faire mouvoir ce trapeze, le diametre horiſontal qui étoit en AB ſe tournera en EF, où il redeviendra encore ſimplement biais, mais en ſens contraire. Enfin ſi l'on continuë de le faire mouvoir encore d'un quart de révolution, le diametre AB ſe rangera en *a b*, d'une inclinaiſon auſſi contraire à celle du talud; car le point B, qui étoit monté en *b* au deſſus du cylindre, ſera deſcendu au deſſous, & le point *a*, qui étoit au-deſſous, ſe trouvera au deſſus; de ſorte que la face biaiſe verticale ſe changera en *ſurplomb*. Plan. 38. *Fig.* 75.

D'ou il ſuit que ſi le cylindre eſt Droit, la ſection par AB étant une Ellipſe le grand axe AB ſera dans un plan vertical à la face en talud ou en ſurplomb, & le petit axe H*o* dans l'horiſon; ainſi de ſurbaiſſé qu'étoit le ceintre du biais, il deviendra ſurhauſſé au talud & au ſurplomb; mais ſi le ceintre eſt ſcalene, il n'arrivera par cette révolution aucun changement à la face; parce qu'elle ſera toujours un cercle, ce ſera à l'arc-droit, qui deviendra ſujet aux mêmes changemens dans le ſcalene que l'arc de face dans le cylindre Droit. Car ſuppoſant le cylindre droit, la ſection DGR*r* perpendiculaire à l'axe C*x*, laquelle eſt ici repréſentée en perſpective, ſera un cercle, & D*r*RK ſera une Ellipſe, ſi le cylindre eſt ſcalene, ce qui eſt clair par tout ce que nous en avons dit ci-devant; il eſt donc évident qu'un berceau en talud n'eſt autre choſe qu'un berceau biais, tourné ſur ſon axe, ou plutôt qu'un berceau en talud eſt un compoſé de deux moitiez d'un berceau biais, priſes depuis la clef à l'impoſte, & de l'impoſte à l'oppoſé de la clef, du côté de l'angle obtus CBR, & qu'un berceau de face en ſurplomb eſt de même un compoſé de deux moitiez de berceau biais, pris du côté de l'angle aigu CAD; par conſéquent que le Trait du berceau biais convient au berceau en talud & en ſurplomb, en mettant l'impoſte à la clef.

Il ſemblera peut être ridicule que je parle ici des berceaux en ſurplomb, comme d'une choſe uſuelle; parce qu'il eſt contre la ſolidité de faire une face de mur en ſurplomb; cependant on peut conſiderer

ainſi, & on le doit, toutes les têtes des vouſſoirs des berceaux qui en rencontrent d'autres; puiſque, lorſqu'on travaille par panneaux de doële plate, on fait un parement en ſurplomb avant que de creuſer la doële de l'enfourchement. Ce ſurplomb eſt peu conſiderable au couſſinet, mais il augmente à chaque rang de vouſſoir, juſqu'à ce qu'enfin il devienne horiſontal à la clef. Il ne ſera pas inutile de faire attention à cette remarque, qui eſt une introduction à ce que nous avons à dire des *Voutes compoſées* dans la ſeconde partie de ce Livre.

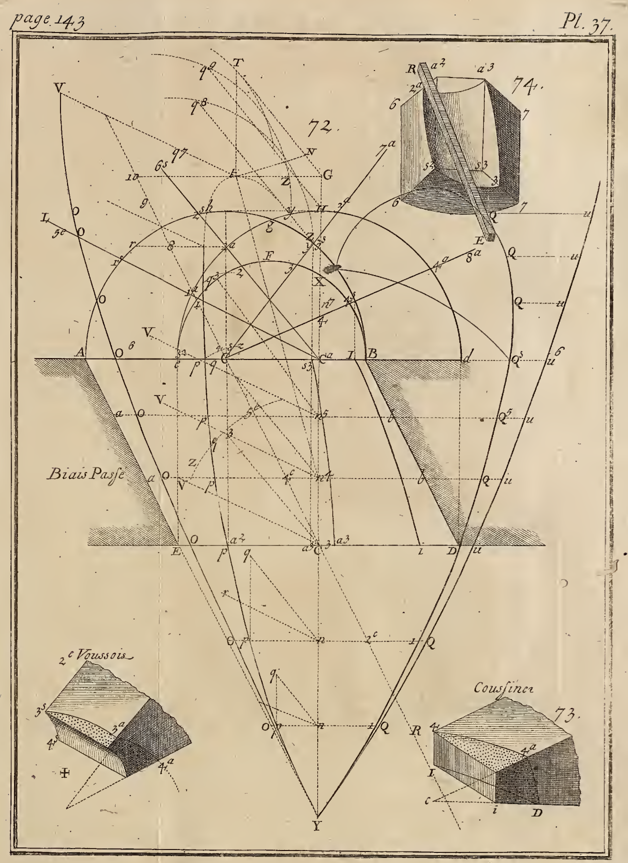
Je pourrois encore ajouter ici, qu'il n'eſt pas ſans exemple de voir des bâtimens en ſurplomb, fait exprès, il s'eſt trouvé des Architectes, qui ont voulu ſe diſtinguer par des conſtructions qui paroiſſent impoſſibles. J'ai vû à Boulogne en Italie, la Tour quarrée de la Carzenda, qui ſurplombe au moins de 9. pieds, quelques-uns diſent de 11. les portes & fenêtres ceintrées dans un pareil bâtiment ſont des berceaux en ſurplomb; & à Piſe il y a une Tour ronde ornée tout autour d'Arcades, laquelle a 188. pieds de hauteur, & ſurplombe de 15. ce ſont des monumens de bizarrerie qu'on ne doit pas imiter. Il y a cependant plus lieu de croire que ce ſont des effets du hazard, cauſez par l'inégalité de l'affaiſſement du terrain que ceux de l'intention des Architectes.

Par cette remarque qui réunit les berceaux biais ſans talud à ceux qui ſont en talud ou en ſurplomb, il eſt viſible qu'on peut faire un berceau droit en talud, comme un ſimple berceau biais. Il ne s'agit pour en faire le trait que de prendre l'impoſte du biais pour la clef du talud.

Il arrive de cette differente poſition de la face que les lits & les doëles ſe racourciſſent à meſure que les vouſſoirs approchent de la clef, au lieu que dans le ſimple biais de face verticale ils s'alongent d'un côté & ſe racourciſſent de l'autre; de ſorte que les angles des joints de lit avec ceux de tête ſont aigus d'un côté & obtus de l'autre, ici ils ſont toujours aigus, par la raiſon que j'ai donné ci-devant, que la face du berceau en talud n'eſt qu'une répetition de la moitié du biais, pris du côté de l'angle obtus CBR, ce qui eſt viſible, en portant de ſuite deux fois le dévelopement de la doële M*b* de la figure 68. de la Plan. 36. ſans égard aux diviſions des vouſſoirs.

Ce que nous diſons de l'arc de face doit s'appliquer auſſi à l'arc-Droit, qui ſuit le ſort de l'arc de face, auquel il eſt rélatif, ſoit que le berceau ſoit Droit ou moitié d'un cylindre ſcalène. Ces obſervations préſupoſées, le trait du berceau en talud ſe fait plus facilement, étant conſideré comme s'il étoit biais, que ſuivant l'ancienne méthode. Toute naturelle qu'eſt cette conſtruction, elle eſt nouvelle; je ſuis le premier qui la mets en uſage.

Soit


72.
74.
Biais Passé
2.e Voussois
Coussinet
73.

Soit [*Fig.* 76.] l'angle DCH celui du talud de la face donnée, DR le demi-diametre du berceau à l'extrados, & D*r* à la doële, perpendiculaire à DC; par les points R & *r* on menera les lignes RH & *rh* paralleles à DC, qui couperont le profil du talud CH en *h* & H. Sur CH & C*h* comme rayons, on décrira du centre C deux quarts de cercles concentriques A 5 H, B 1 *h*, qu'on divisera en voussoirs à commencer du point A, par exemple, ici en deux & demi, qui sont la moitié de cinq, aux points 1, 2, *h*, d'où l'on abaissera des perpendiculaires 1*p*, 2*p*, sur le rayon C A, & d'autres perpendiculaires 1 1*f*, 22*f*, 5 5*f*, 66*f*, sur le rayon CH, par lesquels on menera des paralleles à CD, 1*fg*, 2*fi*, qui représenteront les projections horisontales d'une moitié de voute biaise sans talud, & les verticales d'une moitié de voute droite en talud, supposant que l'on fasse mouvoir le trapeze CHFX sur son côté CX, jusqu'à ce que le point H soit élevé en l'air perpendiculairement sur le point T, & que le rayon CA, perpendiculaire à CH le soit aussi à l'axe du berceau CX en position horisontale.

Alors le rayon CH élevé ainsi en l'air sur CT sera dans la situation naturelle du talud donné, de même que ses paralleles 1*p*, 2*p*, qui sont dans le même plan.

Cela supposé, il ne s'agit plus pour achever le trait que de faire l'arc-droit sur le rayon D*r*, ou toute autre ligne perpendiculaire à CX.

Formation de l'Arc-Droit.

On portera la longueur C B de D en *d*, la distance 1' 1*f* de E en 1*r*, & de 2' 2*f* de *e* en 2*r*, l'on tirera les cordes *d*' 1*r*, 1*r*, 2*r*, & la demi-corde 2'*e* de la clef pour avoir les biveaux de doëles plates, & au dehors de ces cordes un arc Elliptique surbaissé *d* 1*r* 2*r* *r*, qui sera l'arc-droit demandé, & l'Epure sera faite pour une moitié. Il ne s'agit que de doubler l'operation.

Panneaux de Doële.

1.° Les *Panneaux de doële* seront des trapezes rectangles à l'arc-droit, & obliquangles à la face, & dont tous les côtez sont donnez; par exemple, pour les deux premiers au dessus du coussinet, qui sont égaux entr'eux, & représentez à la projection verticale par CDE1*f*, on a les côtez CD, E 1*f* dans leur juste mesure, & au lieu de DE, qui est racourci par cette projection, on prendra la corde *d* 1*r* de l'arc-droit, au lieu de C1*f*, qui est aussi racourci, la corde B1, & l'on aura le trapeze BD*d*' 1' [*Fig.* 81.] ainsi des autres panneaux de doële 1'*d*' *d*' 2', excepté celui de la clef, qui sera un parallelograme rectangle *d*' 2' 3' *d*' [*Fig.* 81.] *Fig.* 81.

Panneaux de Lit.

2.° Les *Panneaux de Lit* seront aussi donnez, par exemple, pour le premier, représenté à la face par la ligne 1'5, on aura le trapeze E1*f*, 5*f* L, dont les côtez 1*f*E, 5*f*L, sont dans leurs mesures; il ne s'agit

que de faire l'intervale EL, du plan vertical, égal à $1^r 5^r$ de l'arc-Droit, déterminé au point 5^r par la section de la ligne $5^f 5^r$ parallele à $1^f 1^r$ avec le joint de tête $1^r 5^r$ tiré du point D, centre de l'arc-droit.

Nous avons rangé de suite à la fig. 81. tous les panneaux de doële & ceux de lit par dessus, suivant l'usage ordinaire des Auteurs de la Coupe des pierres, ce que nous ne ferons plus dans la suite, comme chose peu néceſſaire, nous nous contenterons de déveloper les doëles.

Les Biveaux.

3.° Les *Biveaux* ou angles des plans des *Lits & de Doële* sont donnez à l'arc-droit comme dans le trait du simple biais, celui du premier voussoir à l'imposte est $k d 1^r$, le second au dessus $d 1^r 5^r$, & ainsi des autres.

4.° Les Biveaux de *Doële & de Tête* se trouveront aussi comme au trait précedent, où l'on peut remarquer que toute la difference de ce trait au précedent ne consiste qu'à l'arrangement des points de division des voussoirs sur l'épure, qui commence au milieu où étoit la clef de l'autre & qui se répete de suite, les deux côtez de la clef du berceau en talud étant égaux entr'eux, au lieu qu'aux simples biais ils sont inégaux, l'un est aigu, l'autre obtus, & suplémens l'un de l'autre.

Explication démonstrative.

La seule explication de la nouvelle maniere que je propose, fait voir évidemment qu'un berceau en talud n'étant qu'une répetition de deux moitiez de berceaux biais du côté de l'angle obtus, chacun d'un quart de cylindre oblique, tourné d'un quart de révolution autour de son axe, il ne doit y avoir d'autre changement de construction à faire au trait de ci-devant du simple biais, que celui de la division des voussoirs, sçavoir, que celle du biais commence & finit au diametre de plus grande obliquité, qui répond au petit axe de l'Ellipse de l'arc-droit & celle du talud au diametre Droit, je veux dire, perpendiculaire à l'axe oblique, qui répond au grand axe de l'arc-droit.

Ou si l'on veut considerer cette difference à l'égard de la projection dans le berceau biais, on se sert de l'horisontale, c'est-à-dire, en termes de l'Art, du *Plan*, & au berceau en talud dans cette nouvelle méthode je ne me sers que de la verticale, c'est-à-dire, du profil.

Je vais cependant ajouter ici le trait ordinaire, avec plusieurs changemens, pour ne pas répeter seulement ce qui a été dit, mais perfectionner beaucoup l'operation.

Seconde maniere de faire la Porte ou Berceau Droit en talud *par la projection de l'Arc de Face.*

Dans la précedente hypotefe du berceau biais tourné fur fon axe, on fuppofe néceffairement que l'arc de face eft incliné à fon axe, comme il l'eft en effet ; mais rien n'empêche qu'on ne puiffe auffi fuppofer un ceintre primitif vertical dans la conftruction du berceau en talud, lequel ceintre feroit la bafe du cylindre Droit fur cette bafe Elliptique ou circulaire, c'eft-à-dire, qu'au lieu de prendre l'arc de face pour primitif on peut prendre l'arc-droit, ce qui caufe une petite inégalité dans les divifions de l'arc de face en fes vouffoirs, fi ceux du ceintre primitif font égaux entr'eux, de là vient que les Auteurs de la Coupe des pierres font une diftinction du talud ainfi fait, & du talud où l'arc de face couché eft primitif, qu'ils appellent *par têtes égales.* Cette obfervation fait voir qu'on peut coucher fur le talud ou ne pas coucher les hauteurs des divifions du ceintre primitif, comme on va le dire dans le trait.

Soit [*Fig.* 79.] *i* S *n* l'arc de face à la doële circulaire ou Elliptique, il n'importe, nous le faifons ici circulaire pour plus de commodité du trait. Soit auffi [*Fig.* †] l'angle T*a*L celui du talud de la face, qu'on fuppofe donné au fixiéme ou au dixiéme de la hauteur, ou à tout autre raport, tel qu'il plaît à l'Architecte. On portera le demi-diametre CS de *a* en *t*, d'où on abaiffera une perpendiculaire *tz* fur *a*L, qui la coupera en *z*, la longueur *az* fera la moitié du petit axe d'une Ellipfe, qui doit être la projection horifontale de l'arête de rencontre de la doële & de la face. Avec ce demi-axe & le grand axe *in*, qui eft le même que le diametre de l'arc de face à la doële, on fera [par le Probl. 7. du 2. liv.] l'Ellipfe *izn*, de même par l'extrados on portera le demi-diametre CB fur *a*T de *a* en T, d'où abaiffant une perpendiculaire fur *a*L, on aura *ab* pour la moitié du petit axe d'une Ellipfe H*b*O, dont le grand axe HO eft donné, laquelle Ellipfe fera la projection de l'arête de face à l'extrados.

Fig. 79. *Fig.* † *à côté de la Fig.* 76.

Ou il faut remarquer que ces deux Ellipfes ne font pas paralleles, quoique les arcs de face HBO & *i* S *n* d'où ils dérivent, le foient entr'eux, la raifon eft que leurs intervales H*i* & *n*O à l'impofte étant horifontaux ne font pas racourcis par la projection, mais bien l'intervale BS, qui eft incliné à l'horifon.

Presentement, il fera facile de trouver toutes les divifions des vouffoirs dans la projection comme dans l'élevation, il n'y a qu'à prolonger les *aplombs* 1*p* 2*p*, jufqu'à ce qu'ils rencontrent l'Ellipfe *izn* en 1' 2', puis du point C pour centre, on tirera par les points 1' 2' les

lignes 1^t 5^t 2^t 6^t, 3^t 7^t 4^t 8^t, qui feront les projections des joints de tête.

La projection de la face étant faite, il reste à former l'arc-droit à la doële, qui sera encore Elliptique si l'arc de face est circulaire, le grand axe de cette Ellipse sera encore *in* ou son égal DR, & le petit axe sera la perpendiculaire *tz* de la fig. †. S'il s'agissoit de l'extrados, le grand axe seroit HO, & le petit T*b*; mais on peut se dispenser de ce dernier si l'on veut; parce que si du centre C^r on tire les joints par tous les points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, où les aplombs 1*p*, 2*p*, &c. prolongez, coupent l'Ellipse D*b*R, on aura les angles des biveaux des *lits avec la doële*, dont on a besoin pour l'application du trait sur la pierre. Cette maniere est encore plus simple & plus expéditive que celle de faire la projection de l'arc de face, & l'arc-droit par plusieurs points cherchez, comme l'enseignent les livres de la Coupe des pierres.

Au lieu de faire l'angle du talud T*a*L à part, on peut prolonger le *Fig.* 79. côté K*o* en A, mener BA parallele à H*o*; puis du point *o* pour centre & pour rayon OA, on fera l'arc AT, qui coupera la ligne inclinée suivant le talud OT au point T, d'où tirant T*e* parallele à BA ou HO, jusqu'à la rencontre de A*o* en *e*, on aura la hauteur O*e* au lieu de CB ou OA, qui sera diminuée de l'intervale *e*A; il est clair par cette construction que la hauteur *e*O est égale à la hauteur T*b*.

On trouvera de la même maniere la hauteur SO au lieu de la hauteur SC ou *a*O, dont elle sera diminuée de l'intervale *s a*.

Si le ceintre primitif HBO n'étoit pas supposé incliné suivant le talud OT, mais aplomb, comme l'arc-droit, représenté par la ligne AO en profil, il est évident que l'intervale de cet aplomb au talud se prendroit sur les lignes horisontales BA & S*a*, prolongées en *x* & en *y*, jusqu'à la rencontre de la ligne OT, prolongée s'il le faut en *x*, & que les intervales de la ligne de base HO à la demi-Ellipse de projection horisontale H*b*O deviendroient plus grands; parce que au lieu de *e*T on prendroit A*x* pour l'extrados, & au lieu de *s t* on prendroit *ay* pour l'arc de la doële; en ce cas l'arc de face deviendroit surhaussé, au lieu qu'au cas précedent il étoit en plein ceintre, & on n'auroit pas besoin de former l'arc-droit, puisqu'on suppose qu'il est le primitif.

Pour tracer les demi-Ellipses de projection H*b*O, *izn*, par plusieurs points, suivant la méthode ordinaire qu'on trouve dans les Livres de la Coupe des pierres; on cherchera les hauteurs de chaque retombée, comme nous avons fait pour trouver les demi-axes C*b* & C*z*, en faisant la même operation avec les hauteurs 1P, 2*p*, qu'avec BC & SC, pour avoir les projections P1^t, *p*2^t,

c'eſt-à-dire, en les portant ſur la ligne OT, ou directement avec le compas, ou par renvoi, ou en tirant des perpendiculaires à H*o* par les points 3 & 4 juſqu'à la verticale OA. Enſuite faiſant un arc de cercle du centre O juſqu'à la ligne OT, qu'il coupera en *n*, d'où tirant *n u* parallele à OH, on aura les hauteurs diminuées O*u* OV, qui ſont des ordonnées de l'Ellipſe *izn* de l'arête de la doële. On en fera de même avec les hauteurs 5Q, 6*q* pour l'Ellipſe H*bo* de l'Extrados.

La projection de l'arc de face en talud étant donnée & l'arc-droit, il eſt viſible qu'on a toutes les meſures néceſſaires pour former les panneaux de doële, de lit & de tête, & les biveaux de l'inclinaiſon de la doële avec les lits. C'eſt tout ce qui eſt néceſſaire pour former & tailler les vouſſoirs.

1.° Pour les *Panneaux de doële*, il s'agit de former des trapezes, dont les côtez paralleles, qui ſont les projections des arêtes des joints, ſont donnez au plan horiſontal, entre les projections de la face & l'arc-droit; ainſi pour la premiere on a le côté *i* D & $1^t d$, pour la ſeconde doële les côtez $1^t d$, & $2^t d$, &c. & pour leur diſtance perpendiculaire les cordes de l'arc-droit D1^r, $1^r 2^r$, $2^r 3^r$, &c.

2.° Pour les *Panneaux de lit* on a les mêmes lignes de projection des joints de doële d'un côté, & pour le côté parallele la projection de l'extrados 5^t D, $1^t d$, pour le premier lit au deſſus de l'impoſte & 6^tv, $2^t d$ pour le ſecond, & leurs intervales perpendiculaires à l'arc de face pris en 1' 5, 2' 6, égaux entr'eux.

3.° Les *Panneaux de tête* ſont donnez à l'arc de face H *i* 1' 5 pour le couſſinet, 5' 1' 2' 6 pour le ſecond vouſſoir, &c.

4.° Les *Biveaux* ou l'inclinaiſon du lit avec la doële ſont donnez à l'arc-droit aux angles D$1^r 5^r$, $1^r 2^r 6^r$, &c.

Si au lieu de cette ſorte de biveau on aimoit mieux ſe ſervir de celui de la doële plate avec la tête, il ſeroit aiſé de le trouver ſuivant notre méthode generale du Probl. 14. du 3.e Liv. par exemple, pour les vouſſoir 7' 3' 4' 8 on prolongera la corde 3' 4, juſqu'à ce qu'elle rencontre en W le diametre HO prolongé, auquel on tirera par ce point W une perpendiculaire W*x*°, du même point W on tirera une ligne au point 3^t, qui paſſera par le point 4^t, ſi la projection eſt bien faite, par lequel point 4^t on élevera une perpendiculaire $4^t y$, égale à la hauteur de la retombée *p* 4; puis on tirera la droite *y* W, à laquelle on fera au point *y* la ligne *yg* perpendiculaire, qui coupera W 3^t au point *g*. Enſuite par le point *g* on menera *g*G perpendiculaire à W*g*,

qu'on prolongera jufqu'à ce qu'elle rencontre Wx°, ce qui n'arrive pas dans cette figure, où la rencontre fe trouve au dehors de la planche. Enfin ayant porté la longueur yg en gY fur Wg prolongée, on tirera la ligne YX à la rencontre des lignes Wx° & gG, l'angle ZYX fera celui que l'on cherche.

Pour remedier à l'inconvenient du peu d'étenduë de la planche, où l'on ne peut avoir le point de rencontre des lignes Wx & gG, il n'y a qu'à prendre fur la ligne yW un point 9 à volonté, plus près de W tirer $9\cdot 10$ parallele à yg, & par le point 10 la parallele à YX, qui coupera la ligne Wx° en x°, qui eft dans l'étenduë de la planche. Enfuite portant l'intervale $10\ 9$ fur Wg, comme on a fait yg en gY, on tirera du point 11 en x une ligne qui donnera le même angle de biveau que donneroit XYZ dans la premiere operation, ce qui eft clair ; parce que les paralleles donneront toujours des triangles femblables ; par conféquent des angles égaux.

Application du Trait fur la Pierre.

Ayant dreffé un parement pour fervir de doële plate, on abatra la pierre fuivant les traces du panneau de doële qu'on y aura appliqué avec un des biveaux. Si l'on veut fe fervir des panneaux de lit, on prendra le biveau *de Lit & de Doële*, fuivant lequel on abatra la pierre à angle obtus le long des joints de lit ; enfuite on appliquera fur chacun de ces nouveaux paremens les panneaux de lit de deffus & de deffous, lefquels donneront les pofitions des joints de tête, fuivant lefquels abatant la pierre de l'un à l'autre on formera une furface, où l'on appliquera le panneau de face pour tracer les arcs des arêtes de la doële, qu'on creufera avec le biveau mixte de lit & de doële pris fur l'arc-droit. On tracera auffi avec le même panneau l'arc de tête à l'extrados, fi on en a befoin, comme lorfque la voute eft extradoffée, ou que la face eft ornée d'un bandeau ou d'une Archivolte.

Si l'on veut s'épargner la peine de faire des panneaux de lit, après avoir tracé le contour de celui de doële, il faut commencer par abatre la pierre fuivant le biveau de doële & de tête pour former un fecond parement, qui fera pris pour une partie de la face, fur laquelle ayant appliqué & tracé le contour du panneau de tête, qui donne la pofition de la coupe, on abatra la pierre à la régle, pofée d'un côté fur l'arête du lit, & de l'autre fur celle du joint de tête, & l'on formera ainfi les deux lits, dégauchiffant le joint d'une tête antérieure avec celui de la pofterieure, alors la pierre fera achevée, fi la voute n'eft pas extradoffée, par exemple, celles qu'on laiffe brutes ou qu'on

recouvre de terre ou de maçonnerie, ou bien les portes dans un mur qu'on éleve encore au dessus de la clef par lits de niveau.

Si cependant, ce qui n'est gueres usité, on lui fait un extrados, on n'a qu'à mener des paralleles aux arêtes du lit de doële en trainant un échantillon ou le compas ouvert, comme nous l'avons dit ailleurs au mot *Trainer* du premier Tome.

Si l'on veut faire un dévelopement de la doële totale, pour voir l'effet d'un coup d'œil; ayant pris pour directrice une ligne DR à volonté, on portera sur sa longueur les cordes de l'arc-droit rangées de suite, sçavoir D 1^r, 1^r 2^r, 2^r 3^r, &c. puis ayant tiré par chacun des points D d^1, d^2, d^3, d^4 des perpendiculaires à la directrice DR, on prendra sur le plan horisontal les longueurs comme DB = Di de la fig. 79. d^1 1^t = d 1^t, d^2 2^t = d 2^t D$_m$$h$ = Cz, ainsi de suite, en répetant de h en E les lignes & points donnez depuis B vers h, pour avoir un entier dévelopement de l'arc de la doële & de la face BhE. *Fig.* 81.

Les panneaux de lits se feront par la même méthode, en remarquant qu'ils ont déja chacun une ligne commune avec la doële, & que les têtes de ces panneaux font toutes un angle aigu avec cette ligne de joint de lit à la doële, excepté le premier lit horisontal de l'imposte, qui n'est point alteré par le talud, & qui est dans ce cas un rectangle mABD égal à celui du plan horisontal MHiD. Le second panneau de lit se fera en portant la longueur D5^t du *plan* en d^1u, d'où l'on tirera $u5$ parallele à DR, puis du point 1^t pour centre & de l'intervale $1\,5$ du joint de tête du ceintre primitif HBO, on fera un arc de cercle, qui coupera la droite $u\,5$ au point 5, par où tirant 5L parallele à 1^t d^1 on aura le trapeze L5 1^t d^1, qui sera la surface du premier lit, ainsi des autres. On peut aussi prendre l'intervale Ld^1 à l'arc-droit $1^r 5^r$, si l'on a prolongé les aplombs de l'extrados 5 5^r, jusqu'à la rencontre du joint 1^r 5^r de l'arc-droit, lequel doit être plus court, parce qu'il est dans un plan perpendiculaire à l'axe.

Remarque sur l'Usage.

Ce Trait est un des plus usuels dans les Fortifications, où tous les murs de revêtemens sont en talud; ainsi toutes les portes & autres ouvertures des murs de revêtement d'Escarpe ou de Contrescarpe sont des portes droites en talud, lorsqu'il n'y a point d'obliquité de sujetion; le cas arrive plus rarement dans l'Architecture civile, où les murs sont ordinairement aplomb.

Troisiéme Cas des Berceaux obliques horisontaux, lorsque les faces ont une double obliquité, l'une à l'égard de la direction, l'autre à l'égard de l'horison.

En Termes de l'Art.

Berceau, ou Porte Biaise & en Talud.

Le seul énoncé de ce titre expose qu'il s'agit ici de la composition des deux cas précedens réunis dans un même berceau, où la face n'est ni perpendiculaire à l'axe de niveau, c'est-à-dire, à la direction horisontale, ni verticale oblique à cette direction, mais inclinée à la direction & à l'horison.

Pour concevoir l'effet de cette espece de berceau biais, il faut reprendre la figure 75. & se représenter celui de la variation que cause le mouvement d'un cylindre de base oblique tournant sur son axe.

Nous avons dit pour expliquer celle du cas précedent du talud sans biais, que supposant l'axe horisontal & la plus grande obliquité AB dans un plan vertical, le changement du simple biais au talud sans biais, étoit l'effet de la révolution d'un quart de la circonference, prenant la clef du biais pour l'imposte de la voute de face en talud; or il est clair que si la révolution est moindre du quart, ou plus grande, la base du cylindre, qui représente la face du berceau sera en même tems encore inclinée à sa direction, puisque le diametre vertical n'a pas assez tourné pour prendre une situation horisontale, ou qu'ayant trop tourné il l'a passée. Alors elle sera aussi inclinée à l'horison; parce que le diametre horisontal AB du simple biais, n'a pas assez tourné pour reprendre une situation contraire EF à celle qu'il avoit auparavant AB, ce qui ne peut arriver qu'après une demi-révolution complete; ainsi lorsque le point B est parvenu en e, le point A se placera en f, & la face sera moins oblique à la direction; parce que l'angle bCe est plus petit que bCB, mais elle sera inclinée à l'horison; parce que le point B est monté en e, & le point A descendu en f, au dessous du plan horisontal EAFB, de la quantité d'un arc B S, dont eB est le sinus verse; ainsi l'on peut dire que le berceau biais & en talud est une modification de situation, composée de l'obliquité be à la direction xC, & de la hauteur es sur l'horison, dans un plan vertical ESB qui est l'arc-droit, suivant le rayon bs de cet arc & SC de la base, qui est représenté dans la projection par eC.

Corollaire I.

D'ou il suit qu'une telle situation de face produit pour les panneaux des

des voussoirs les deux effets des obliquitez simples, du talud & du biais des deux traits précedens; sçavoir qu'elle alonge les joints de lit depuis un côté de la clef jusqu'à l'imposte, & les racourcit de l'autre; que les doëles plates sont d'un côté de la clef des Romboïdes, dont les angles opposez sont de même espece aigu & obtus, & que de l'autre ils sont de differente espece, l'un aigu l'autre obtus, au lieu que dans le simple biais les changemens des doëles & des lits, de même que dans le simple talud, sont uniformes de chaque côté de la clef à hauteurs égales.

Corollaire II.

D'ou il suit encore que si l'arc de face *g*EG est circulaire, surhaussé ou surbaissé, droit sur la base, c'est-à-dire, d'une Ellipse dont le diametre horisontal soit un des axes, l'arc-Droit du Berceau biais & en talud sera une espece de rampant DSR, c'est-à-dire, une demi-Ellipse, qui sera plus couchée d'un côté que de l'autre; parce que son diametre horisontal ne sera pas un des axes, mais un diametre conjugué à celui qui passera par le milieu de la clef, avec lequel il fera des angles inégaux de part & d'autre, l'un aigu l'autre obtus, comme le ceintre D*s*R de la fig. 77. on en sentira la raison après la construction du trait.

Soit [*Fig.* 77.] *gGrd* le plan horisontal d'un berceau biais & en talud, dont la face *g*G est oblique à la direction C *c*ʳ, suivant l'angle *c*ʳCG, & inclinée à l'horison, suivant l'angle donné T*a*L. Sur *g*G comme diametre ayant fait le ceintre de l'arc de face *g*EG circulaire ou Elliptique [nous le supposons ici circulaire] avec son concentrique pour l'arête de la doële Æ*b*B, & l'ayant divisé en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera des perpendiculaires de ces points sur *g* G, qu'on prolongera un peu au delà; puis on cherchera la moitié du petit axe de l'Ellipse, qui doit être la projection de chaque ceintre à la doële & à l'extrados, comme au cas précedent, en portant le rayon CE en *a* T de la fig. † & C*b* en *a t*; puis abaissant sur la base du talud *a*L les perpendiculaires T*b* & *tz*, on aura *ab* pour demi-axe de l'extrados, & *az* pour demi-axe de la doële; & avec les grands axes *g*G, ÆB on décrira, par le Probl. VII. du 2.ᵉ Livre, les demi-Ellipses *ge*G, ÆHB, qui seront les projections des arêtes de la doële & de l'extrados de l'arc de face, lesquelles seront coupées par les perpendiculaires 1*p*, 2*p*, &c. prolongées aux points 1ᵗ 2ᵗ 3ᵗ 4ᵗ, par lesquels & le centre C on tirera la projection des joints de tête 1ᵗ 5ᵗ, 2ᵗ 6ᵗ, 3ᵗ 7ᵗ, 4ᵗ 8ᵗ. *Fig.* 77.

Ensuite par les mêmes points 1ᵗ 2ᵗ 3ᵗ 4ᵗ, 5ᵗ 6ᵗ 7ᵗ 8ᵗ, on tirera des

paralleles à l'axe C c^r, jusqu'à une perpendiculaire DR, placée à volonté, qu'elles couperont aux points 21 22 23 24.

Cette ligne DR sera prise pour un des diametres de l'arc-droit, & on trouvera l'autre en prenant au profil du talud [*Fig.* †] la perpendiculaire tz, qu'on portera sur la ligne H z, qui passe par le milieu de la clef de z en S, d'où on tirera SC^r, qui sera le diametre conjugué d'une demi-Ellipse rampante, laquelle sera l'arc-droit que l'on cherche, avec ces deux diametres DR & SC^r, on la tracera par le Probl. VIII. ou ce qui est plus commode par les Probl. 5. & 7. du 2.e Liv. puis on tirera les cordes D1^r, $1^r 2^r$, $2^r 3^r$, &c. par les points d'interſection de cette Ellipſe, & de la projection des joints de lit. Enfin du centre C^r on tirera les joints $1^r 5^r$, $2^r 6^r$, &c. & le trait sera fini.

AUTREMENT.

Suivant l'usage ordinaire des Apareilleurs instruits par les livres, on cherche les points des Ellipses de la projection de la face & de l'arc-droit sur le profil TaL, en portant sur aT toutes les hauteurs 1p 2p,&c. des divisions pour avoir des perpendiculaires, comme Tb & ba, tz & za, c'est-à-dire, qu'on fait autant de profils qu'il y a de hauteurs de division ; mais comme les divisions sont souvent trop loin l'une de l'autre pour tracer exactement une Ellipse par ces points trouvez, ils sont obligez de multiplier encore ces operations en faisant des sousdivisions au milieu de chaque tête de voussoir, pour trouver un plus grand nombre de points ; ce qui augmente aussi le nombre des lignes & l'embaras du trait, il est bien plus simple, comme je viens de l'enseigner. Au reste cette méthode comprend l'ancienne ; car il n'y a qu'à faire pour toutes les lignes 1 p, 2 p, &c. ce qu'on a fait pour EC & bC, toutes les lignes sur La comme ba, za serviront pour la projection, & toutes les perpendiculaires à La comme Tb, tz serviront pour l'arc-Droit.

Explication Démonstrative.

Si l'on fait mouvoir le demi-cercle ou demi-Ellipse gEG sur son diametre gG, jusqu'à ce qu'il soit incliné au plan dgGx suivant l'angle du talud donné TaL, il est visible que le point E sera posé verticalement sur e comme Tb est au profil sur b par la construction. De même le point b sur H; & puisque la projection d'un cercle est une Ellipse par le Theor. II. du 2.e livre, l'Ellipse geG sera la projection du demi-cercle gEG, & ÆHB celle de ÆbB.

Secondement, puisque les points e & H, milieux des projections de

la doële & de l'extrados, s'écartent du plan vertical passant par l'axe CC', l'un de la longueur Hm l'autre de *en*, il est clair que le milieu de la clef n'est pas le milieu du Berceau; cependant le nombre des voussoirs doit être égal de part & d'autre, suivant la division de la face AbB; donc il faut qu'ils soient plus serrez d'un côté que de l'autre, & par conséquent que l'arc-droit soit panché ; or dans ce cas le cylindre étant supposé scalene, parce qu'on à fait l'arc de face circulaire, la section perpendiculaire à son axe est une Ellipse, dont les axes sont l'un dans le plan passant par l'axe du cylindre, à sa plus grande inclinaison sur la base en C'X, l'autre au plan qui coupe celui-ci perpendiculairement en C'Y, le premier cas est celui du biais sans talud, & le second celui du talud sans biais ; donc dans le biais & talud les axes de l'Ellipse de l'arc-droit ne sont ni dans le plan horisontal ni dans le vertical, par conséquent un tel arc est couché d'un côté en façon de rampant; *ce qu'il falloit démontrer.*

Il est aisé de conclure par l'inverse, que si au lieu de l'arc de face on avoit pris l'arc-droit circulaire, pour ceintre primitif, la même irrégularité seroit tombée sur la face; car alors le milieu de la clef passant par *m*, les parties Æ*m* & B*m* de l'arc de face Æ*m*B seroient inégales, à cause de l'inégalité des angles ÆC*m* obtus, & BC*m* aigu.

D'ou il suit que l'Architecte doit se déterminer au choix d'un ceintre primitif, suivant l'attention que mérite l'ouvrage au dedans ou au dehors.

Lorsqu'il s'agit d'une porte, l'arc de face doit être préferé à l'arc-droit pour la régularité; parce que l'un est plus apparant que l'autre, mais s'il s'agissoit d'un berceau habité au dedans, l'arc-droit devroit être préferé à l'arc de face. Enfin si l'un devoit être aussi apparent que l'autre, on pourroit en faisant l'un & l'autre Elliptique, un peu incliné de la moitié de la difference, jetter l'irrégularité sur l'un & l'autre, & le rendre presqu'insensible par cet artifice.

Lorsque l'obliquité du Berceau est double par une face brisée en deux directions à l'égard de l'axe, comme dans les portes *sur le coin* ou *dans l'angle*, on ne peut se dispenser de choisir l'arc-droit pour ceintre primitif, par les raisons que nous dirons ci-après, lorsque nous parlerons de ces portes; voici la difference que ce choix cause dans l'operation du trait.

Soit [*Fig.* 80.] le demi-cercle DHR le ceintre primitif d'une face biaise & en talud LEO, ou seulement d'une portion LEA, il n'importe. Ayant prolongé le diametre RD vers L, & élevé une perpendiculaire sur un point *a* pris à volonté, on fera l'angle B*a*T égal au *Fig.* 80.

complement de celui du talud T*a*L°; puis par tous les points de divisions du ceintre primitif 1, 2, 3, 4, on tirera des paralleles à DR, qui couperont *a*T en des points 1*f*, 2*f*, qui donneront entre *e*T & *a*B, les reculemens 1*fu*, 2*f*V, TB du talud, qui conviennent à chacun de ces points. Ensuite ayant pris à volonté sur LO un point T*a*, pour y élever une perpendiculaire, on y portera de suite tous les reculemens ou intervales des lignes *e*T & *a*B, qui conviennent aux divisions 1, 2, H, du ceintre primitif DHR, par exemple, 1*fu* en T*a* 1*a*, 2*f*V en T*a* 2*a*, *hk* en T*a* *n*, & par tous ces points on menera des paralleles à LO, qui couperont les aplombs prolongez 1P, 2*p*, HCE aux points A 1*t*, 2*t*, N, qui feront les projections des divisions de l'arc de face, & des points au contour de la portion d'Ellipse, qui est celle de l'arc de face.

On auroit bien pû se contenter de tracer cette Ellipse par le moyen des deux demi-petits axes, qu'on cherche pour le reculement du talud, & les deux moitiez du grand axe donnez, comme nous avons fait dans les cas précedens; mais j'ai jugé à propos d'en chercher des points pour donner une pratique meilleure que celle qu'on trouve dans les Livres de la Coupe des pierres, particulierement de celle de M. de la Rue page 12. où il donne un exemple *pour tout*, d'une maniere peu correctement énoncée; car ce qu'il appelle *Section* 21. qui doit *couper la ligne du biais par le milieu* n'est rien moins que cela, c'est un point d'attouchement qui ne doit rien couper; mais faisant grace au discours, cette pratique est très défectueuse, en ce qu'elle n'est qu'un pur tâtonnement, comme il en convient, en ajoutant que si on n'ajuste pas bien pour sa section, il faut *rabaisser ou relever une des pointes du compas au long de l'aplomb*; voici le Problême.

Fig. †83. Il s'agit de *placer la ligne donnée* ab *dans un angle donné* cED, *perpendiculairement sur le côté* cE, *ensorte que les deux points* a & b *soient l'un dans la ligne* cE *l'autre dans la ligne* ED. La pratique de l'Auteur est de prendre avec le compas l'intervale *ab*, de mettre la pointe *b* sur ED à l'aventure en *x*, & de faire un arc *gf*, qui doit toucher *c*E & non pas la couper par une *section*, comme le dit le livre. Il est visible que si le point *x* est trop loin l'arc *gf* ne touchera rien, que si il est trop près comme en *z*, il coupera *la ligne du biais*, & donnera deux points de section *uv*; alors le rayon *ab* placé en *zv* ne sera plus perpendiculaire à *c*E, donc il faut avancer & reculer la pointe du compas jusqu'à ce qu'elle se trouve à juste distance, ce qui fait perdre bien du tems, & à la fin ne donne pas un point d'attouchement connu. J'aimerois mieux méchaniquement faire couler une équerre sur *c*E, & tenant une des pointes du compas sur son côté & sur la ligne *c*E, l'autre pointe rencontreroit DE en un point *y*.

Pour le faire Géometriquement, on tirera par un point pris à volonté sur *c*E une perpendiculaire *c*B égale à *a b*, si par l'extrémité B on mene une parallele à *c*E, elle coupera DE au point *y* qu'on cherche, duquel on abaissera exactement une perpendiculaire égale à A B. Je ne me serois pas arrêté à si peu de chose, si pour un cas qui tombe souvent en pratique, un Auteur suivi n'avoit donné aux Ouvriers un mauvais exemple *pour tout.*

Au lieu de poser les reculemens du talud perpendiculairement à la base LO de la face, il seroit aisé de les poser sur les projections des joints de lit, qui sont obliques à cette face, avec autant de justesse, & plus de commodité pour l'operation en faisant une correction à l'angle du talud donné T*a*L°. *Fig.* 80.

Soit NZ le reculement du talud égal à celui du profil K*b*, provenant du milieu H de l'arc-droit DHR, lequel NZ doit rencontrer en N la ligne du milieu HA, dont nous avons trouvé le point N, d'intersection de ces deux lignes, comme on vient de le dire ci-devant fig. 83. il n'y a qu'à porter sur *hk* prolongée, la longueur NA du plan en *hz*, & tirer par les points *z* & *a* la ligne *za*, l'angle *za*L° sera celui du talud changé, de façon que tous les reculemens BT, *b*K, &c. étant prolongez en TY, *hz* pourront être portez sur les projections des joints de lit, & sur le milieu de la clef en AE, & BN au lieu de E*y*, NZ, perpendiculairement à LA.

La démonstration de la justesse de cette pratique est visible par la similitude des triangles YT*a*, Z*ha*, qui donnent toujours des parties YT, *zh* à ajouter aux reculemens TB, *hk*, lesquelles leur sont proportionelles. Car YT : TB :: *zh* : *hk*, ou bien dans le plan EN : NA :: *yz* : *z*A [par la construction] *ce qu'il falloit faire.*

Le trait étant fait tel que nous venons de le décrire en toutes sortes de circonstances, il sera aisé de former les panneaux, & trouver les biveaux de la même maniere qu'il a été dit pour les berceaux & portes en talud.

Premierement les *Panneaux de doële* sont donnez pour leur longueur au plan horisontal, & pour leur largeur à l'arc-droit, comme dans tous les autres Traits. La longueur est terminée d'un côté de l'arc-droit DR, & à l'autre à la projection Elliptique de la face ÆHB, & la largeur se prend toujours à la corde de l'arc-droit; ainsi pour le 2.e voussoir on aura les côtez paralleles 1r 21 & 2r 22, & la distance de ces lignes perpendiculairement sera la corde de l'arc-droit 1r 2r. *Fig.* 77.

SECONDEMENT, les *Panneaux de lit* feront encore des trapezes rectangles à l'arc-droit & obliques au joint de tête. Les premiers aux impostes sont donnez au *plan* de la fig. 77. à droite c'est le trapeze RBGr, & à gauche dgÆD. Le premier lit au dessus aura pour longueurs les lignes 5ᵗe & 1ᵗ 21 prises au *plan*, & leur intervale perpendiculaire sera le joint de tête 5,1, pris à l'élevation.

3°. Les *Panneaux de tête* sont donnez à l'élevation, comme ici 1·5·6·2.

4.° Enfin les *Biveaux de lit & de doële* sont donnez à l'arc-droit, c'est pour le lit de dessous l'angle 2ʳ 1ʳ 5ʳ, & pour celui de dessus 1ʳ 2ʳ 6ʳ, qui n'est pas égal à l'autre à cause de l'obliquité de l'arc-droit D SR.

L'application du trait sur la pierre sera la même que dans les cas précedens, ayant fait un parement pour y appliquer le panneau de doële on abatra la pierre avec le biveau *de lit & de doële*, pour placer sur les deux seconds paremens les panneaux de lit, & l'ayant tracé on abatra la pierre suivant leur contour, & sur la tête dont ils donneront les joints. On appliquera le panneau mixte de tête pour y tracer les portions courbes des arcs devant & derriere, puis avec une cerche de la partie convexe de l'arc-droit, qui convient à la doële, on creusera à la régle la partie concave de la doële, pour laquelle on avoit déja fait un parement plat.

Remarque sur les Portes Biaises & en Talud.

QUOIQUE les tableaux des portes biaises & en talud soient parfaitement aplomb, l'inclinaison oblique de leurs arêtes avec la face les fait paroître pancher, à moins qu'on ne les regarde d'un peu loin, lorsqu'on est placé dans le milieu de la direction du biais.

D'ou suit naturellement un raisonnement contraire à celui de DAVILER, qui faisant mention de ces piedroits en surplomb, dont parle le Vitruve, usitez par les Anciens, comme on voit encore au Temple de la Sibile à Tivoli, & par quelques modernes, comme par Julien Sangallo en deux endroits du Palais Farnese, & par Vignole à celui de la Chancelerie à Rome, conclud que *si cette maniere de Porte étoit suportable, ce seroit plutôt dans les murs en Talud d'une Citadelle qu'à la face d'un bâtiment d'Architecture civile; parce que les piedroits sont disposez à arbouter contre la Platebande.* Il est visible au contraire que les arêtes de face en talud ou les piedroits aplomb paroissent déja se rétressir vers le haut, par le seul effet de la perspective, qui resserre les objets paralleles à mesure qu'ils s'éloignent; ce seroit donc augmenter cette apparence, que d'y ajouter un surplomb aux piedroits; par conséquent augmenter la difformité. Voyez la fig 78.

COROLLAIRE.

Des Berceaux Biais & en Talud à deux Faces obliques, qui font un Angle Saillant ou Rentrant.

En Termes de l'Art.

Porte sur le Coin ou dans l'Angle en Talud.

La construction que nous avons donné ci-devant de la porte sur le *coin*, ou dans *l'angle* sans talud, en prenant chacun de ses faces pour une moitié de berceau biais, seroit une suffisante introduction pour celle qui a du talud, s'il n'y avoit quelques nouvelles difficultez à celle-ci de plus qu'à l'autre.

Premierement à cause de l'obliquité de l'arc-droit du berceau biais & en talud, dont l'arc de face est circulaire, on ne peut répeter la construction précedente pour chaque face de la porte, sans que la voute fasse un pli à la doële vers la clef. La raison est que l'arc-droit seroit composé de deux moitiez d'Ellipses, couchées en façon d'arc rampant RYM, dont la rencontre feroit un angle en M, comme les voutes Gotiques *en tiers point*. *Fig.* 77.

Secondement, il s'en suivroit une grande inégalité de division dans les têtes des voussoirs, qui se reffereroient en approchant de la clef; car quoique l'arc de face d'un pan de la porte, telle que seroit GEC, soit divisé également aux points 4, 3, &c. il est visible que les projections des joints de lit, qui en résultent, s'écartent de l'imposte BR, à mesure qu'ils approchent de la clef suivant l'inclinaison de l'arc-droit RYM; de sorte que la clef se trouve rétressie de chaque côté de la distance MS, qui est la difference du milieu M, entre les deux impostes, & du milieu S de la clef de l'arc-droit DSR. Ainsi elle est moins large que le voussoir attenant, de deux fois l'intervale MS.

Troisièmement, si pour éviter le pli de la doële à la clef, on laissoit l'arc-droit rampant comme dans le biais en talud, il résulteroit une autre difformité sur les faces de la porte sur le coin, en ce que l'une seroit en plein ceintre, par exemple, GEC, dont la projection est G*e*C & le demi-diametre GC, & l'autre dont le demi-diametre seroit C*q*, deviendroit surhaussée & beaucoup plus étroite dans le raport de CB*a*C*q*.

Pour remedier à ces trois inconvéniens on prend pour ceintre pri- *Fig.* 80.

mitif l'arc - droit DHR, qu'on peut faire circulaire ou Elliptique, comme on le juge à propos, ayant égard à l'effet qu'il doit produire pour les ceintres sécondaires des faces LA & A*l*, qui deviendront plus ou moins surbaissez, si l'arc-droit est en plein ceintre, suivant le plus ou le moins d'obliquité des faces AL & A*l* sur l'axe AC, ensuite on operera de la même maniere que nous l'avons dit ci-devant pour les reculemens, que donne le talud aux divisions de la face sur les demi - diametres des ceintres LA & *l*A, de la droite & de la gauche.

Ayant fait une perpendiculaire E*e* ou $T^a g$ sur la face LA prolongée, s'il le faut, on y portera sur une perpendiculaire $T^a e^a$ les reculemens du profil 1*fa*, 2*f*V, *hk*, TB en 1^a 2^a h^a *g*, par où on tirera des paralleles à LA, qui couperont les projections des joints de lit aux points 1^t 2^t N & E, par lesquels & par le point A on tirera les projections de joints de tête $1^t 5^t$, $2^t 6^t$, &c. en un mot on fera chaque moitié de la porte sur le coin, comme la moitié d'une porte biaise en talud, dont l'arc - droit est le ceintre primitif.

Il reste à former les arcs de face brisée L6*e*, *l*7*e*.

Par les points de projection $1^t 2^t$N trouvez, comme nous venons de le dire, on menera des perpendiculaires à la base LA, qui la traversent, comme N*n* E*e*, 2^t 2, 6^t 6, 1^t 1, sur chacune desquelles on portera la longueur qui lui convient, prise au profil du talud T*a*L°, par exemple *ab* en *zn*, *a*T en *ye*, *a*2*f* en *z*2, &c. & par tous ces points Q 1 2 *n* on tracera une portion d'Ellipse, qui sera l'élevation de l'arête de la doële à l'arc de face, on fera de même pour l'extrados.

On pourroit aussi tracer ces quarts d'Ellipse par les Probl. VIII. & V. & VII. du 2 ᵉ Livre par le moyen des diametres conjuguez LO pour l'extrados avec le demi - diametre AE doublé, & QU pour la doële avec le double de AN; car quoique les faces soient égales entr'elles, & d'une régularité apparente, ce sont cependant des moitiez d'un arc rampant, ou plutôt couché en façon de rampant, comme il est visible en jettant les yeux sur la demi - Ellipse QN*u* de la doële, ou LEO de l'extrados d'une face de berceau biais & en talud, qui ne feroit pas recoupé par un pan A*l* ou A*q*, ce qui paroît encore en tirant du centre A la ligne A*e* à l'extrados; parce que l'on voit que l'angle LA*e* du demi - diametre LA, & A*e* du quart d'Ellipse L5*e* est aigu.

La projection LEA & l'élevation L5*e* de l'arc de face étant donnez pour chaque pan de la porte sur le coin, il est aisé d'en faire les panneaux de lit & de doële, comme d'un simple berceau biais & en talud.

La

La feule difference qu'on y remarquera eft la figure de la clef, qui fera telle qu'on la voit dans le deffein en perfpective, où il eft écrit *Clef*, qui eft compofée de huit furfaces, fçavoir de deux faces, qui font un angle faillant en talud, deux qui font un angle rentrant aplomb, deux qui font inclinées en coupe pour les lits, une concave pour la doële & une convexe pour l'extrados, fi la porte étoit extradoffée, ce qui n'arrive gueres; car on termine plutôt le deffus par un lit de niveau pour la fuite des affifes au deffus de la porte.

Il eft évident que tous ce que nous venons de dire du trait de la porte fur le coin peut s'appliquer à celui de la porte *dans l'angle*, il n'y a qu'à renverfer la projection horifontale de la face QNA de la doële en IXC^d, de même celle de l'extrados pour faire le talud dans l'angle rentrant, au lieu qu'on l'avoit fait ci-devant fur le faillant, ce qui ne change en rien les panneaux de doële & de lit, ni les biveaux, qui font feulement tournez en fens contraire.

Ces fortes de portes font fi rares dans l'exécution, qu'il n'eft pas néceffaire de s'arrêter à un plus grand détail; il fuffit de jetter les yeux fur la fig. 82. pour en voir l'effet.

Pour *l'explication du Trait*, il fuffira de dire, que l'on doit fe repréfenter les arcs de face de chaque pan de la porte, comme mobiles fur leur bafe LA, autour de laquelle faifant plus d'un quart de révolution, comme fur un axe horifontal, les points e & e^o qui font en bas dans la figure féparez & écartez fe réuniront en un feul E, au deffus de la ligne LA en l'air, à la hauteur du demi-diametre CH du ceintre primitif, qui eft ici l'arc-droit DHR, & leurs demi-diametres eA e^oA, qui font en deux plans fe réuniront dans l'arête de rencontre, dont la ligne AE eft la projection horifontale.

Quatriéme Cas des Berceaux, lorfqu'ils font inclinez à l'horifon.

PROBLEME. XII.

Faire un Berceau de face plane en fituation quelconque, dont l'axe foit incliné à l'horifon.

En Termes de l'Art.

Faire toutes fortes de Berceaux en Defcente.

Nous ne mettons à part les Berceaux en *defcente*, que pour ne pas furcharger le Problême précedent d'un trop grand nombre de cas;

car l'inclinaiſon de l'arc d'un berceau n'étant qu'un accident de corps cylindrique, conſideré comme ayant une certaine ſituation à l'égard de l'horiſon, ne change en rien la figure, elle ne fait que donner un nouveau nom au berceau ſimplement *biais*, qui ne ſignifie aucune nouvelle proprieté particuliere à la voute, conſiderée en elle même à l'égard de ſes parties ; mais ſeulement un changement de leur ſituation à l'égard de l'horiſon.

Pour faire ſentir cette vérité nous pouvons reprendre l'exemple de notre berceau *biais par tête*, de la fig. 75.

Si l'on fait tourner ce berceau comme un cylindre de baſe oblique à ſon axe, en ſens contraire du mouvement que nous lui avons ſuppoſé au-tour de cet axe, pour former une face en talud, par exemple de E vers B, au lieu que nous l'avons fait tourner de B vers E, il eſt évident que par la révolution d'un quart de ſa circonference la baſe ou face, qui étoit en talud, ſe couchera en ſurplomb, qui eſt la ſituation oppoſée, & alors ſi on incline le cylindre ſuivant ſon axe, ſans changer de ſituation à l'égard des côtez, enſorte que la face qui étoit en ſurplomb ſe redreſſe en ſituation verticale, le cylindre aura pris la figure d'un berceau en *deſcente Droite*.

2.° Si on incline encore davantage l'axe, alors la face devenant inclinée au plan vertical on repréſentera la figure d'un berceau en *deſcente Droite & en talud*.

3.° Si tenant l'axe du cylindre incliné on le tourne un peu ſur un côté, enſorte que la baſe ſoit encore verticale, on aura l'image d'un berceau en *deſcente biaiſe ſans talud*.

Enfin ſi dans la même ſituation, on incline encore un peu l'axe, enſorte que la face biaiſe ſe couche à l'égard du plan vertical, on aura la figure d'une *deſcente biaiſe & en talud*.

Corollaire.

D'ou il ſuit qu'il n'y a rien à conſiderer dans les deſcentes de plus que dans les berceaux biais, que l'inclinaiſon du plan paſſant par ſon axe, & par ſes impoſtes, que Desargues a nommé *plan de chemin*, & les Architectes ordinaires *plan ſuivant la Rampe*.

Or comme cette inclinaiſon ne change en rien la figure de ce plan, dont on connoît les côtez, il ſuit qu'on peut faire toute ſorte de deſcentes, par les mêmes moyens qu'on fait les Traits des berceaux biais

horisontaux, il n'y a qu'à faire une suppofition que le plan fuivant la rampe eft horifontal, & agir en conféquence comme nous allons faire.

AVERTISSEMENT.

Nous devons avertir le Lecteur, que nous ne confiderons ici les Defcentes, que comme terminées par des faces planes, dont nous appellons l'inférieure *face de montée*, & la fupérieure *face de defcente*, fans entrer dans aucun des cas où elles rencontrent d'autres voutes de même, ou de differente efpece, en quoi nous ne fuivons pas l'exemple des Auteurs qui ont traité de cette matiere, pour ne pas compliquer deux chofes très diftinctes, qui n'ont point de connexité néceffaire; notre raifon eft, premierement, pour ne pas embroüiller les Traits. Secondement, pour ne nous pas écarter de l'ordre que nous nous fommes propofé de traiter des voutes fimples, avant que d'aller à la compofition de la rencontre de deux ou plufieurs, ce que nous remettons à la feconde partie de ce Livre, qui fait le troifiéme Tome.

Premiere Efpece de Berceaux inclinez à l'Horifon.
En Termes de l'Art.
Des Defcentes Droites.

On appelle *Defcente Droite* tout berceau incliné à l'horifon, dont la direction de la face eft perpendiculaire à celle du berceau, confideré fuivant la direction horifontale de fon axe; c'eft-à-dire, fuivant fa projection horifontale. D'où il fuit qu'il peut y avoir de deux fortes de defcentes Droites, l'une dont la face eft aplomb, & l'autre dont la face eft en talud ou en furplomb.

PREMIER CAS.

Defcente Droite par Devant & par Derriere.

Soit [*Fig.* 84.] le parallelograme ROA^rB de la moitié du plan horifontal d'une defcente droite, laquelle fuffit, puifque l'autre moitié lui eft parfaitement égale. *Fig.* 84.

Soit OC la hauteur dont le berceau s'éleve par un bout au deffus de l'horifon RO, & RC *la ligne de Rampe.*

Du point C pour centre, & pour rayon R *b* moitié de la largeur horifontale du berceau à la doële, fi on veut le faire en plein cein-

tre, on décrira le quart de cercle *h* 1 *a* pour moitié du ceintre primitif, qui se terminera en *h* sur O C prolongée, & en *a* sur CA parallele à RO, & on lui fera le ceintre concentrique d'extrados, si l'on veut, H5A. On divisera cette moitié de ceintre en ses voussoirs, par exemple, ici pour 5 en deux & demi aux points 1, 2, *h*, par lesquels, du centre C, on tirera les joints de tête 1.5, 2.6.

Par les mêmes points 1 & 2 on menera des paralleles à OR, comme 2*f*, 1*g*, qui couperont la verticale OH aux points *f* & *g*, par lesquels & par les points *h* & H on tirera des paralleles à la ligne de rampe RC, comme HE, *he*, *f*F, *g*G, qui couperont la verticale RE aux points E, *e*, F, G, & le profil de la voute sera fait.

Il faut présentement transposer le plan horisontal ROA'B suivant la rampe RC, ce qui n'en change pas la figure, mais seulement un peu la longueur, pour laquelle on prend RC au lieu de RO.

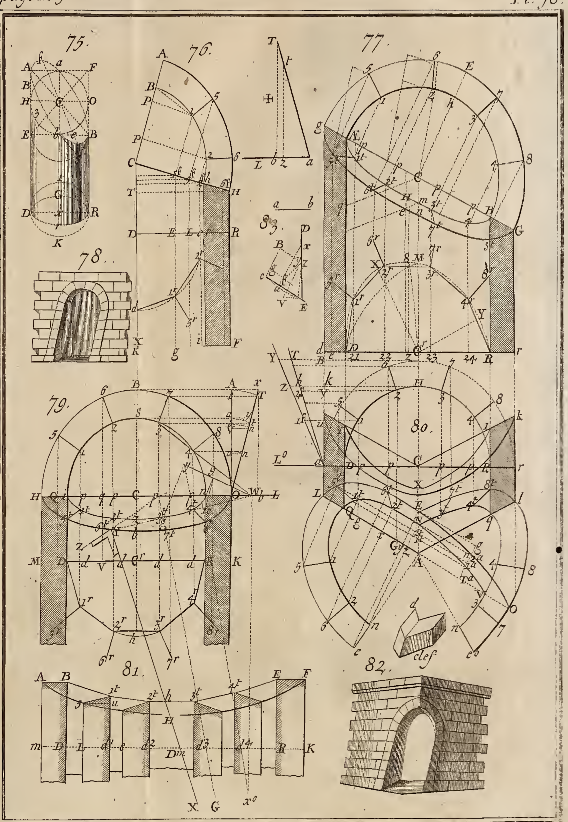
Par les points R & C ayant tiré deux perpendiculaires à la rampe RC, on prendra sur ces lignes les largeurs du plan horisontal R*b* & RB, & l'on tirera les lignes *b a'*, B'A', qui formeront le plan suivant la rampe, suivant lequel nous devons operer, comme s'il étoit horisontal, pour trouver les longueurs & les distances des projections des joints de lit, lesquelles donnent les moyens de tailler les voussoirs par équarissement ou par panneau, ce qui réduira cette descente droite à une autre espece, dont l'énoncé est celui-ci.

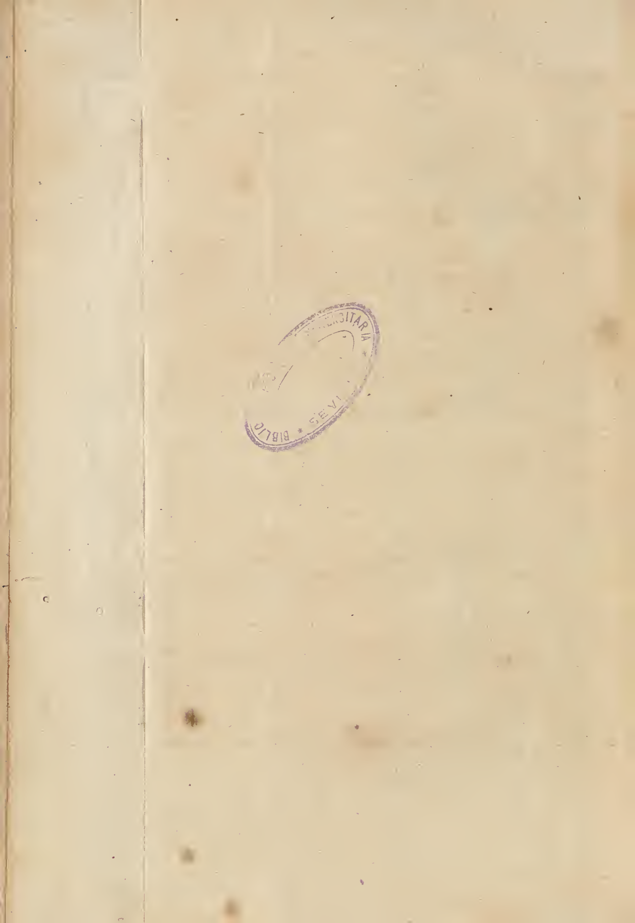
Berceau horisontal Droit sur sa direction, en Surplomb par devant, & en Talud par derriere.

Par les points 1 & 2 ayant abaissé des perpendiculaires sur CA, qui la couperont en *k* & *i*, on portera la longueur C*k* en Cp^2 & C*i* en Cp^1, & par les points p^1 p^2 on menera des paralleles à RC, prolongées indéfiniment de part & d'autre, qui seront les projections des joints de lit sur le plan de rampe.

Ensuite par les point *f* & *g* du surplomb CH, on menera des perpendiculaires à RC, qui rencontreront les projections des joints de lit correspondans, prolongez aux points 2' & 1', & la ligne de rampe, qui est le milieu de la clef en *h'*, la courbe menée par ces points *h'* 2' 1' *a*, sera la projection de l'arête de la doële, avec l'arc de face qui avance par le surplomb au delà de sa base C*a'*.

On tracera de même la Courbe de l'arête de l'extrados & de la face, si on en a besoin, mais on pourra s'en passer comme nous le dirons ci-après.


75.
76.
77.
78.
79.
80.
81.
82.
83.
clef



Par la même maniere on trouvera sur le plan de rampe le reculement de l'arête de doële avec la face de montée au bas de la descente, que nous considerons au contraire de la premiere comme en talud. Il ne s'agit que de tirer par les points eFG des perpendiculaires sur RC, prolongées jusqu'à ce qu'elles rencontrent les projections des joints de lits, correspondans à ceux du profil; ainsi celle qu'on tirera par F, qui provient du point 2 du ceintre de face, coupera la projection, qui vient du même point au point f^s, & cellequ'on menera par G, qui provient du point 1, donnera sur P ^{1} g^t le point g^s, la courbe c, f^s g^s b^s sera la projection du reculement du talud.

Il faut presentement former l'arc-droit de la descente, lequel sera surbaissé, si le ceintre de face est en plein ceintre, dans le raport des lignes Cb à Cd, qui est le même que celui de la rampe à sa projection horisontale; car à cause des paralleles RC, eh l'angle OCR est égal à Che, les angles en d & en O sont droits; donc Cb: Cd:: CR : RO :: Cg : Cu :: Cf: Ct ; ainsi prenant une perpendiculaire à RC où l'on voudra, comme en eC^r, on a toutes les hauteurs des joints, il n'y a qu'à porter sur la base & sur ses paralleles, les largeurs horisontales, qui sont constantes & égales dans l'arc de face & dans *l'arc-droit*.

On portera donc la longueur Ca^s en C$_r$ a_r, Cp^1 en U 1^r, Cp^2 en T 2^r; le quart d'Ellipse mené par les points e 2$_r$ 1^r a_r sera l'arc-droit qu'on cherche.

Il ne reste plus à présent qu'à faire le dévelopement de la doële pour en avoir les panneaux en doële plate.

Par les points F, G, R, on tirera des perpendiculaires à RC vers a^d sur Ra^d, on portera de suite les cordes de l'arc-droit a^r 1^r, 1^r 2$_r$, &c. nous en avons mis ici la moitié à commencer au point m pris à volonté, ce qui a donné les points n^2, n^1, a^d, par lesquels on tirera des perpendiculaires à Ra^d, lesquelles seront coupées par les paralleles, qui passent par les points F & G aux points 1^d 2^d.

Les deux angles Pa^d 1d, a^d 1$_d$ n^1 formeront la tête du premier panneau de doële de face de devant, & leurs suplémens Qa^d 1$_d$, a^d 1^d n formeront la tête du premier panneau de doële plate de la face de derriere, qui est considerée comme en talud d'un angle égal au surplomb de la premiere.

Les panneauy de doële étant faits, on fera ceux de lit par le moyen de l'extrados H5A, ou en prenant à volonté une longueur de joint comme 2.6 ou 1.5 plus ou moins, par exemple, pour celui-ci on menera par le point 5 une perpendiculaire à CH, qu'elle coupera en x,

par où on menera xY parallele à EH, & qu'on reproduira depuis le point Y par un retour d'équerre en Yy; puis ayant pris avec le compas la longueur du joint de tête $1^r 5$, on posera une de ces pointes au point I^d, & l'on fera de l'autre un arc, qui coupera la ligne Yy au point y, par lequel si l'on mene y^s parallele à la rampe RC, on aura les têtes des deux panneaux de lit pour les faces de montée & de descente, sçavoir pour la premiere $Sy\,1^d u$, & son complément $z\,y\,1^d n^1$ pour la descente.

Pour s'épargner la peine de faire les panneaux de lit on peut se servir du biveau de doële plate & de tête, qu'on trouvera suivant notre méthode generale, dont voici l'application à la figure précedente pour le second voussoir.

Par le point 1, base de ce voussoir on menera l'horisontale 1L, qui coupera le joint de lit du profil supérieur fF au point L; par le point 2 sommet de ce voussoir on tirera $2x^1$ perpendiculaire à la corde 21, qui coupera 1L au point x^1, par où on tirera la perpendiculaire x^1S, qu'on fera égale à x^1L, ensuite ayant porté la longueur $x^1 2$ en $x^1 y^1$. On tirera du point S la ligne Sy^1, qui formera avec x^1L l'angle Sy^1L, qui est celui du biveau qu'on cherche; & le trait sera fait.

Application du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement destiné à servir de doële plate on y appliquera le panneau qui lui convient, pour y en tracer exactement le contour. Ensuite avec le biveau de *doële & de lit* pris sur l'arc-droit à l'ordinaire, comme $a^r\,1^r\,5^r$ pour le premier voussoir, ou $1^r\,2^r\,6$ pour le second, on abatra la pierre en surface plate pour y appliquer le panneau de lit qui lui convient, lequel étant tracé donnera les joints de tête, suivant lesquels on abatra la pierre en surface plane pour y poser le panneau de l'arc de face.

Ou sans se servir de panneaux de lit, après avoir tracé la doële plate on abatra la pierre suivant le biveau de doële & de tête, qu'on fera comme il a été dit au berceau en talud & en surplomb, pour tracer la tête suivant son panneau, & par le moyen des lignes de joint de tête & de joint de lit, on peut former la surface plane, qui fait le lit par le Probl. I. comme nous l'avons tant de fois répeté, ce qui est exprimé par la fig. 85.

Il faut remarquer que par le seul profil joint à l'arc de face avec ses aplombs & l'arc-droit, on peut trouver tous les panneaux sans le secours d'aucun plan ni de l'horisontal, qui ne peut donner ici au-

cune mesure, ni de celui de rampe, qui n'en donne pas de nouvelles qu'on ne trouve au profil.

I.° Les longueurs des joints de lit sont données au profil. 2.° Leurs intervales de la doële à l'extrados sont donnez à l'arc de face par la longueur des joints de tête. 3°. Leur obliquité, c'est-à-dire, celle de leurs côtez paralleles est donnée par les perpendiculaires sur RC, comme Yz donne la longueur Gz, qui est la difference de la tête en rectangle, comme elle seroit si le berceau étoit droit.

Ainsi les longueurs des joints de lit, leur intervale à la doële sur l'arc-droit, & leur difference d'avance par les perpendiculaires, comme R*r* pour l'obliquité RG*r* étant donnez, on peut former les panneaux de doële. Enfin les panneaux de tête sont donnez à l'arc de face; donc on peut se passer de tout *Plan*, moyenant le profil; mais pour rendre le Trait plus suivi & plus sensible, il convient de faire le plan horisontal; parce qu'il sert de guide pour empêcher qu'on ne se trompe.

Le principal usage du plan de rampe RB' A' C supposé horisontal, quoiqu'il ne le soit pas, est pour tailler les voussoirs des berceaux en descente, par voye d'équarrissement, comme il est aisé de le voir; puisque ce plan de rampe est le même à l'égard de la voute, que le plan horisontal à l'égard d'un berceau de niveau, dont les faces seroient en talud & en surplomb.

Second Cas des Descentes Droites.

Descente Droite mais en Talud par devant & Aplomb par derriere.

Soit [*Fig.* 86.] le parallelograme ROA^p^B la moitié du plan horisontal d'un berceau en descente, dont RC est la ligne de rampe, & OC la hauteur sur l'horison. Soit CT le profil de la face inclinée, suivant l'angle du talud donné LCT; on fera CA perpendiculaire sur CT, & du point C pour centre, on décrira pour moitié du ceintre de face de descente un quart de cercle, si on le veut en plein ceintre, ou un quart d'Ellipse, si on le veut surhaussé ou surbaissé; nous le supposerons ici circulaire A1 2*t* à la doële, A5T pour l'extrados, & divisé en ses voussoirs aux points 1, 2, c'est-à-dire, en deux parties & demie pour cinq voussoirs au demi cercle. *Fig.* 86.

Par les points 1 & 2 on menera des perpendiculaires à CT, qui la couperont aux points *f' g'*, & par les points T, *t*, *f'*, *g*, on me-

nera des paralleles à la ligne de rampe RC, qui couperont la verticale BH aux points Hb, F & G, par lesquels on menera des parallele à l'horisontale OR, comme G1^6, F2^6, qu'on fera égales à celles de l'arc de face $f^t 2$, $g^t 1$, Ca, leurs extremitez donneront les points b^6 1^6 $2^6 b$, par lesquels on tracera le quart d'Ellipse surhaussé, qui est la moitié du ceintre de face de montée, à laquelle l'autre moitié est égale.

Il reste à présent à former le ceintre de l'arc-droit, qui doit être surbaissé à l'égard du ceintre de face dans le raport des rayons CT à CD, dont la difference n'est pas grande dans cet exemple.

Ayant tiré une perpendiculaire à la ligne RC, où l'on voudra, comme bC^r, on portera la longueur du rayon de l'arc de face Ca en C$^r a^r$, sa parallele g^2 1 en n 1^r, sur le joint de lit Gg^t, & $f^t 2$ sur $n 2^r$, & par les points b 2^r 1^r a^r on tracera la demi-Ellipse surbaissée, qui sera le contour de l'arc-droit.

On a donc trois ceintres differens, sçavoir celui de la face de descente circulaire, celui de l'arc-droit surbaissé, & celui de face de montée surhaussé, lesquels avec le profil de coupe par le milieu de la voute TR, suffiroient pour trouver tous les panneaux nécessaires pour tailler les voussoirs, comme nous l'avons dit pour la descente droite précedente, sans qu'il soit nécessaire de faire aucune projection, ni sur le plan horisontal, qui ne peut donner aucune mesure, ni sur le plan de rampe, qui n'en donne point de nouvelle; puisque celle des longueurs des joints de lit sont dans leur juste mesure sur le profil.

Cependant comme ce plan sert à présenter à la vûë une projection du talud de la face de derriere, & du surplomb de la face antérieure, qui est cependant en talud à l'égard du plan horisontal RA^p, on fera bien de le faire de la même maniere que nous l'avons dit à l'exemple précedent avec les dévelopemens des panneaux de doële, ce que la figure montre sensiblement, sans qu'il soit nécessaire d'y ajouter une nouvelle explication, qui ne seroit qu'une répetition du premier cas de la descente droite; il faut seulement remarquer ici que quoique le rayon CA de l'arc de face en talud paroisse incliné à l'horison dans cette situation, il ne le séra du tout point en œuvre; car puisqu'il doit être perpendiculaire au plan de projection par l'axe TCR, & qu'il l'est, par la construction; au rayon CT; si l'on fait mouvoir le quart de cercle TA sur son rayon CT, le point A tombera sur C, qui sera alors la projection de toute la ligne CA, laquelle sera aussi perpendiculaire à la ligne de rampe RC; car si une ligne est perpen-

diculaire

diculaire à un plan, elle la fera à toutes celles qu'on peut mener dans ce plan, qui pafferont par le point C; donc le rayon CA qui eft ici incliné à l'horifon, devient en œuvre horifontal, & perpendiculaire à la direction horifontale de la voute RO, ce qui conftituë la nature des defcentes Droites.

Explication démonftrative des deux cas précedens.

Premierement, nous ne faifons aucun ufage de la projection horifontale dans les defcentes, par la raifon que nous avons donné touchant cette efpece de repréfentation, qu'elle racourciffoit tous les objets qui n'étoient pas paralleles au plan de defcription, & comme la rampe RC eft plus longue que le niveau RO, il fuit que tous les joints de lit qu'on pourroit tracer dans le plan horifontal feroient trop courts dans le raport de RO à RC.

Pour fuppléer aux mefures que l'on trouve ordinairement dans la projection horifontale, on a recours à la projection verticale, faite fur un plan vertical par l'axe, ou parallele à la direction de la voute; ainfi tous les joints de lit de la repréfentation étant paralleles à ceux de la réalité dans la voute, font tracez dans leur jufte mefure, & leurs avances ou reculemens les uns fur les autres à l'égard de la ligne de rampe RC, étant défignées par des perpendiculaires *Yz* & *Gr* fur la ligne RC, donnent des triangles rectangles *YGz*, *GRr*, qui font les excès ou les défauts dont les furfaces planes des lits & des doëles plates furpaffent des parallelogrames rectangles, qui feroient des figures convenables à un berceau Droit de niveau; c'eft pour quoi on a mené des perpendiculaires à RC par les points FYG, qu'on a prolongé indéfiniment vers B^d & vers a^d pour avoir les reculemens ou les avances des têtes des panneaux; & parce que dans les triangles, dont nous venons de parler, il y a deux côtez racourcis par la projection verticale, qui font la repréfentation des lignes inclinées au plan vertical; on eft allé chercher la longueur d'un de ces côtez, comme *Gr* fur $1^r\ a^r$ de l'arc-droit, qui eft parallele à ce côté, quoique dans la figure il ne le foit pas, parce qu'on ne le doit exprimer que fur un plan qui ne foit pas racourci.

C'est pourquoi l'arc-droit $e\ 1^r\ a^r$, & l'arc de face H5A ne font pas dans leur fituation naturelle à l'égard du profil; il faut les imaginer fe mouvoir en tournant fur leurs rayons, qui font dans le plan du profil CH & C^re jufqu'à ce qu'ils deviennent perpendiculaires à ce plan RH. *Fig.* 84.

A l'égard de l'ufage que nous faifons du plan de rampe comme d'un plan horifontal, nous en avons déja rendu raifon, en expliquant

les differentes pofitions d'un cylindre oblique fur fa bafe, il fuffit de remarquer qu'il nous fert à trouver les courbes Elliptiques, ou feulement leurs moitiez; puifque ces fortes de berceaux ne varient pas dans leurs côtez, qui font les projections inclinées des têtes de la voute, fçavoir $b^s\,2^s\,1^s$, $1^s\,a^s$ pour la partie de defcente, qu'on confidere comme en furplomb, quoique dans fa vraye fituation elle foit verticale, & $C^s\,f^s\,g^s\,b^s$ pour la montée, qui eft confiderée comme en talud à l'égard du plan de rampe RC.

Les arcs de cercle AA^s, aa^s, $1p^1$, kp^2 font voir le rapport des retombées des points 1 & 2, fur le rayon CA, avec la tête du plan incliné CA^s.

Ufage du Trait par équarriffement. On peut, comme je l'ai déja remarqué, fe paffer de ce plan & de ces projections; mais outre qu'elles font prévoir l'effet des panneaux de doële dans leur fuite naturelle, c'eft que ce genre de projection inclinée peut fervir à *tailler la pierre par Equarriffement*; fi l'on ne veut pas fe fervir de panneaux, on prendra les longueurs des vouffoirs fur ce plan RA^s, les obliquitez des têtes par les biveaux de rampe RCH, & les panneaux de tête, comme, par exemple, pour le fecond vouf-
Fig. 84. foir en 5 1 *q* 2 6, ou en panneau ou avec des biveaux mixtes 5 1 2, ou des biveaux d'aplomb, comme *q* 2 6, tenant les branches paralleles au plan de la face.

Seconde efpece de Berceaux inclinez à l'Horifon, dont les faces font obliques à leur direction horifontale.

En termes de l'Art.

Des Defcentes Biaifes.

Nous faifons encore deux claffes des defcentes biaifes, l'une de celles dont la face eft aplomb, l'autre de celles dont la face eft en talud.

Il faut fe rappeller ici ce que nous avons dit du changement de pofition d'un cylindre oblique, laquelle peut le rendre femblable à toutes fortes de biais & defcente, quoiqu'il demeure toujours le même dans la figure intrinféque; cela fuppofé:

La *Defcente Biaife* eft un berceau dans lequel il faut confiderer trois fortes d'obliquitez, dont deux viennent de la pofition de fa face; fçavoir, 1.° celle de la face fur la direction horifontale du berceau, laquelle eft comme au berceau horifontal, fimplement biais par tête.

2.° Celle de la même face ſur l'axe du cylindre, laquelle lui eſt commune avec le berceau horiſontal en talud.

3.° Celle de l'inclinaiſon de l'axe à l'horiſon, qui lui eſt commune avec la deſcente droite.

Si l'on raſſemble l'effet de chacune de ces ſortes de poſitions de face, on connoîtra d'abord celui qui doit réſulter de celle-ci, pour la formation des panneaux, & pour l'eſpece de projection, ſur laquelle il faut en prendre les meſures.

Premierement, que de même que dans le ſimple biais horiſontal, les panneaux de doële & de lit s'alongent au-delà de l'arc-droit en deſcendant d'un côté de la clef, & ſe racourciſſent de l'autre.

Secondement, que de même qu'au berceau horiſontal en talud, mais en ſens contraire que produiroit le ſurplomb, la tête du panneau de lit, qui paſſeroit par le milieu de la clef, n'eſt pas un rectangle, mais elle ſe racourcit à la doële autant que celle en talud ſe racourcit à l'extrados, & à toutes les autres têtes à proportion.

Troiſiémement, que de même qu'à la deſcente droite on ne doit meſurer la longueur des joints de lit, de doële, ou d'extrados que ſur la projection verticale, c'eſt-à-dire, ſur le profil ou *Coupe* ſuivant la direction.

Il faut de plus remarquer une irrégularité inévitable dans les deſcentes biaiſes, qui arrive ou dans l'arc-droit ou dans l'arc de face. C'eſt que l'un des deux arcs, ou celui de face ou l'arc-droit deviennent rampans, c'eſt encore une ſuite de la conformité qu'elles ont avec les berceaux biais & en talud, où dans certaines circonſtances l'arc-droit devient incliné, comme rampant, ſi l'arc de face eſt circulaire; ici à cauſe de l'inclinaiſon de l'axe du berceau, non ſeulement l'un ou l'autre de ces arcs devient rampant par la figure, c'eſt-à-dire, par l'inclinaiſon des ordonnées à ſon diametre, mais encore par la difference du niveau de ſes impoſtes, dont l'une eſt plus élevée que l'autre au deſſus de l'horiſon.

Pour expoſer ſenſiblement la mutuelle dépendance des ceintres, qui entrainent une eſpece d'irrégularité dans l'un des deux d'une deſcente biaiſe, lorſque l'on en fait un de contour circulaire, nous avons repréſenté en maniere de perſpective deux bouts de cylindre, à la fig. 87. & fig. 88. inclinez à l'horiſon ſuivant une pante RM ou R*m*, dont *om* exprime la hauteur, & RO la baſe horiſontale. Plan. 40. *Fig.* 87. & 88.

Soit le parallelograme vertical H*x*CS, qui coupe la moitié du cylindre, juſqu'à ſon axe C*x*, & le trapeze LMRE la ſection du cylindre *Fig.* 87.

par l'axe ſuivant la ligne de rampe RM, & perpendiculairement au plan vertical HxCS, dans laquelle ſection la ligne LM exprime l'obliquité de la baſe du cylindre LHM ſur ſa direction horiſontale OR, ou ſa parallele Ve, ou ſi l'on veut encore au plan vertical paſſant par l'axe xC, ce qui revient au même.

Dans cette ſituation, ſi l'on ſuppoſe le cylindre Droit, mais coupé obliquement par cette baſe LHM, on reconnoîtra que l'arc-droit, qui eſt la ſection LDK perpendiculaire à l'axe xC, eſt circulaire, & que ſon diametre LK eſt une ligne de niveau, parce qu'il eſt perpendiculaire au plan vertical HxCS, c'eſt-à-dire, que les naiſſances de cet arc ſont de niveau.

Il n'en eſt pas de même de la ſection oblique LHM, car le point M, qui eſt dans la ligne de rampe RK prolongée, eſt autant élevé au deſſus de L qu'il eſt au deſſus de K, qui eſt de niveau avec le point L; donc les naiſſances L & M de l'arc LHM, ne ſont pas de niveau entr'elles; par conſéquent cet arc eſt de cette eſpece de ceintres irréguliers, que nous appellons Rampans.

Si l'on fait une application de cette figure à celle du berceau biais en deſcente, on reconnoîtra que ſi l'arc-droit a ſes impoſtes de niveau, l'arc de face les aura de differentes hauteurs.

Fig. 88. Par un raiſonnement inverſe [*Fig.* 88.] ſi au lieu de ſuppoſer un cylindre Droit, on ſuppoſe un cylindre ſcalene, dont la baſe dHm eſt circulaire, mais oblique au plan vertical SHCc, la ſection dsk, faite par un plan perpendiculaire à l'axe Cc ſera une Ellipſe, dont les naiſſances d & k, qui ſont cependant dans les mêmes côtez du trapeze NdmR paſſant par l'axe, & par les naiſſances de niveau d & m de la baſe de cylindre, feront à des hauteurs inégales; car la naiſſance k ſera toujours au deſſous du point m, qui eſt de niveau avec d, comme à la ſection ſemblable eNSR, le point R de niveau avec e ſera au deſſous du point N; donc [par la ſuppoſition] k avec le point d.

Donc ſi l'arc de face d'une deſcente biaiſe eſt de niveau, l'arc-droit ſera rampant, & les naiſſances de la voute à droite & à gauche ſeront l'une haute l'autre baſſe, ce qui eſt une difformité ſouvent inſuportable.

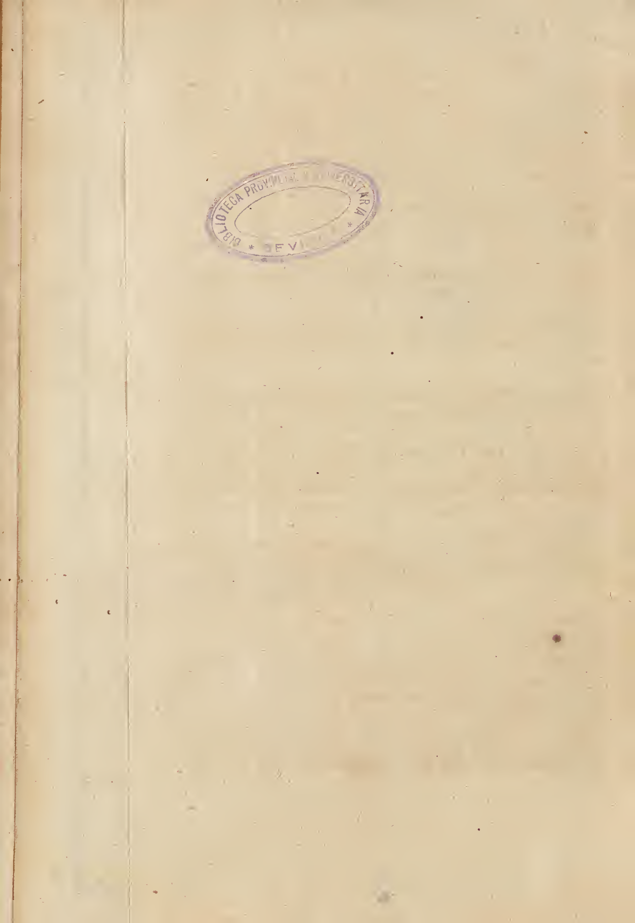
D'ou il ſuit qu'on ne peut éviter un arc rampant ou à la face, ou à l'arc-Droit; c'eſt à l'Architecte à voir s'il doit préferer la régularité de la face d'entrée à celle du dedans, ou s'il doit jetter l'irrégularité ſur la face pour rendre les dedans de la voute plus beaux.

La même rélation des ceintres ſe trouve dans les deſcentes dont les

84.

85.

86.


BIBLIOTECA PROVINCIAL
ERSITARIA
SEV

faces font en talud ; car la variation que caufe le talud ne fe fait pas aux impoftes, mais à la clef, où le fommet tombe un peu en arriere de ce qu'il auroit été, ſi la face avoit été élevée aplomb ; ainfi les inconvéniens des defcentes biaifes avec talud ou fans talud font à peu près les mêmes, le feul changement que le talud peut y faire, c'eft que rapprochant le ceintre de face de la fituation de l'arc-droit, il occafionne une moindre difference de contour. Cela fuppofé, nous allons donner les Traits des defcentes biaifes quelconques, fuivant notre nouveau fifteme, qui fupprime l'obliquité de la defcente, en fuppofant le plan de rampe de niveau & les faces en talud ou en furplomb.

Premier cas des Defcentes Biaifes, lorfque les faces font aplomb.

On peut faire les defcentes biaifes, comme tous les autres berceaux biais de deux manieres, en choififfant pour ceintre primitif l'arc de face ou l'arc-droit.

Premiere difpofition où l'arc-Droit eft donné pour Ceintre primitif.

En Termes de l'Art.

Defcente Biaife Rampante par devant & droite par derriere.

Soit [*Fig.* 89.] le trapeze ABDE, le plan horifontal de l'intérieur de la voute en defcente biaife, dont RM eft la ligne de rampe, & OM celle de la hauteur totale des couffinets. *Fig.* 89.

On commencera par faire le plan de rampe par le moyen de l'horifontal donné, lequel étant trop court ne peut fervir à prendre des mefures de longueur.

Par le point D du jambage le moins avancé, pris à la doële, ou fi l'on veut K pour l'extrados, on tirera une perpendiculaire à la ligne RO, qu'on prolongera jufqu'à la rencontre de la rampe RM en F, d'où fe retournant d'équerre fur RM, on tirera F*k*, qu'on fera égale à la largeur RG du plan horifontal, & l'on tirera M*k* pour diametre de la face, enfuite ayant fait *kg* parallele & égale à RG, on aura pour le plan de rampe le trapeze RM*kg* à l'extrados, ou *abde* à la doële.

Presentement, sur le diametre intérieur *ae* égal au donné AE, on décrira un demi-cercle *abe*, ou une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée, telle qu'on la voudra pour ceintre primitif, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, *b*, 3, 4, par lesquels on menera autant de paralleles *ps*, *ps* à la ligne de rampe RM, indéfinies & prolongées un peu au delà de M*k*, & la ligne du milieu *b*C jusqu'en RG, qu'elle coupera au point N.

Pour terminer ces paralleles qui doivent être des projections de lit sur la Rampe, on menera par le point *a* de la doële la ligne *an* parallele à RG, qui rencontrera CN au point *n*. On portera C*n* en C*t*, puis [par le Probl 7. du 2.e Livr.] on fera une demi-Ellipse *ate* avec les axes donnez *ae*, *nt*, laquelle coupera toutes les projections aux points $1^t 2^t 3^t 4^t$, où seront celles des divisions de la face de montée sur le plan de rampe, où elle produit l'effet du talud.

Pour avoir aussi la projection de la face de descente sur le même plan, on décrira une autre demi-Ellipse *bsd* par le moyen des diametres conjuguez *bd* & *nt* [par le Probl. 8. du 2.e Liv.] faisant entr'eux des angles égaux à ceux de la rampe RM, ou du milieu SN sur RG, laquelle demi-Ellipse *dsb*, coupera les projections des joints de lits aux points 1^s, 2^s, 3^s, 4^s, où seront celles des divisions de la face en ses voussoirs.

Quoique nous ne cherchions ici que les avances des faces de descentes & les reculemens de celle de montée à la doële, il faut en faire autant par l'extrados pour s'en servir à former les panneaux de lit, comme il a été dit ci-devant à la page 165.

Il ne s'agit plus que d'en trouver les hauteurs des divisions, ce que l'on peut faire de differentes manieres, 1.° par un profil de la face, comme dans les traits ordinaires des Livres de la Coupe des pierres, 2.° ou sans profil, suivant ma nouvelle maniere, qui est beaucoup plus simple, & dont le Trait est moins embarassé de lignes, on fera seulement le profil de l'arc-droit comme il suit:

Sur GR prolongée on portera NR en RI, du point I on abaissera sur RM la perpendiculaire IC^r, qui la coupera au point C^r, d'où comme centre & du demi diametre C*a* pour rayon on décrira un quart de cercle, L$2^r a^r$, sur lequel on portera les divisions *a*1, *a*2 en *a*,1^r, $a^r 2^r$, par lesquelles & par I on menera des paralleles à la rampe RM indéfinies *p* 1^r, *q* 2^r, IH^r.

On tracera ensuite du point C^x, milieu de FM pour centre la demi-Ellipse X*b*Y avec les diametres conjuguez, l'un *bd* pour la doële ou

Mk, pour l'extrados & l'autre LN pour l'extrados, ou deux *an* pour la doële inclinez entr'eux, suivant un angle *f*C^x H que nous allons chercher.

Par les points F & M on menera les lignes M*m*, F*f* paralleles à l'horisontale RO, puis lui ayant fait C^xH perpendiculaire, on ouvrira le compas de l'intervale *c*M pour l'extrados, ou *cb* pour la doële, & posant une des pointes en C^x, on fera avec l'autre de part & d'autre des arcs qui couperont F*f* en *f*, & M*m* en *m*; par les points *m* & *f* on menera *mf* qui est le diametre conjugué au demi-diametre C^r H.

Ainsi [par le Probl. 8. du 2e. Livre] on tracera cette demi-Ellipse rampante, qui sera l'arc de face auquel il ne manque plus que d'y marquer les divisions en voussoirs, correspondantes à celles de l'arc-Droit LC^r, qu'il sera très-facile de trouver; car si par les points *p* Q, où les projections verticales des joints de lit P*p*, Q*q* coupent le demi-diametre vertical C^x *b* on mene des paralleles au diametre *mf*, où pour la doële XY, elles couperont la demi-Ellipse X*b*Y aux points 1*f*, 2*f*, 3*f*, 4*f*, où sont les divisions demandées, par lesquelles & par le contre C^x on tirera les coupes des têtes 1*f* 1e, 2*f* 2e, &c.

Par le moyen ce ces paralleles qui sont des ordonnées, on auroit pû tracer l'arc de face par plusieurs points, en portant sur chacune les retombées prises sur la ligne *bd*, comme *c* 1^u en *p* 1*f* & *p* 4*f*; *c*2^u en Q2*f* & Q3*f*.

Si la face de descente étoit apparente, & qu'on voulût lui faire les coupes de tête suivant les régles des joints perpendiculaires à la courbe, on le pourroit, mais il faudroit alors changer la direction des joints de tête de l'arc-Droit, qui deviendroit sécondaire, comme nous l'avons dit ci-devant, pour que les lits ne soient pas gauches.

Il ne reste plus présentement qu'à former le ceintre de face de montée qui sera surhaussé, & dont les impostes seront de niveau, quoique celui de face ait été fait rampant.

Par les points R, *p*, *q* ayant tiré des perpendiculaires à RI, qui est le profil de cette face, on portera sur chacune les largeurs horisontales de l'arc-Droit à chaque division de voussoir, c'est-à-dire, les retombées, qu'on peut prendre sur le ceintre *abe*, au profil en *l*1^r *l*2^r.

Ainsi l'on portera C*a*, ou ce qui est la même chose, C^r *a*^r en RV, *l*1^r en P 1^n, *l*2^r en *q* 2^n, & par les points V 1^n 2^n L on tracera une demi-Ellipse, qui sera la moitié du ceintre de face à laquelle l'autre sera égale.

On pouvoit tout d'un coup tracer cette demi-Ellipse par le moyen

des demi-axes donnez ; sçavoir RL & C *a* doublez pour en faire les axes.

Le Trait étant ainsi fait, il est visible qu'on y trouvera toutes les mesures nécessaires pour former les panneaux.

Premierement, pour ceux de *Doële plate*, on a les longueurs des joints de lit, qui en sont les côtez sur le plan de rampe, par exemple pour le second voussoir $1^t 1^s$, $2^t 2^s$, & leurs avances ou reculemens de l'un à l'égard de l'autre se prendront par les distances de ces points au diametae *ae*, ou à la perpendiculaire F*k*, à l'égard des largeurs, qui sont l'intervale des côtez des panneaux. Nous avons tant de fois dit qu'elles se prennent à l'arc-droit, comme aux cordes $a^r 1^r$, $1^r 2^r$, qu'il semble inutile de le répeter.

Pour mettre sous les yeux la suite des panneaux de doële plate par un *dévelopement*, par exemple pour les angles des têtes de doële de face de descente, on peut, comme nous avons fait à la fig. 89. prolonger la perpendiculaire F*k* indéfiniment, sur laquelle on portera de suite les cordes de l'arc-Droit $a\,1^r$, $1^r\,2_r$, en f^d, 1^r, 2^r, 3^r, &c. par où ayant tiré des perpendiculaires à la directrice $f^d\ d^d$, qui sont des paralleles à la rampe RM, on lui menera par tous les points de la projection de la face $b\ 1^s\ 2^s\ 3^s\ 4^s$ des perpendiculaires qui les rencontreront aux points b^d, 1^y, 2^y, 3^y, 4^y, d^d, par lesquels si l'on mene des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le dévelopement de la partie des doëles plates, qui est vers la face de Descente.

On en usera de même pour les têtes de ces mêmes doëles plates à la face de montée, en prolongeant *ea* & lui menant par les points de la projection $1^t\ 2^t$ des paralleles à *ae* prolongées indéfiniment, puis ayant pris à volonté un point A^d sur *ea* prolongée, on portera de suite les cordes de l'arc-droit $a\,1^r$, $1^r\,2^r$, $2^r\,3^r$, &c. aux points o^1, o^2, o^3, &c. par lesquels on menera des paralleles à RM, qui couperont les perpendiculaires à la même ligne aux points $1^d\ 2^d\ 3^d$, &c. par lesquels menant des lignes droites de l'un à l'autre, on aura le dévelopement des têtes de doële à la montée que l'on cherche ; ainsi on aura les angles des doëles du haut & du bas.

On n'a plus à former que les panneaux de lit, comme il a été dit au trait précedent des descentes droites.

Les panneaux de tête sont donnez aux ceintres des faces de montée & de descente.

L'application du trait sur la pierre ne differe en rien de celle des descentes Droites, tracées suivant le même sistême, dont nous venons de parler, c'est-à-dire, que si elle se fait par panneaux, on commencera

par

par la doële plate, & par le moyen des biveaux de lit & de doële, pris à l'arc-droit, on formera pour fecondes furfaces celles du lit, aufquelles on appliquera leurs panneaux pour tracer les ouvertures des angles de têtes de defcente ou de montée.

On peut même s'épargner les panneaux de lit en cherchant les biveaux de tête & de doële, comme il a été dit au dernier Problême du 3.e Livre, en commençant par la tête & la doële.

Si on veut tailler les vouffoirs par équarriffement on le peut par cette méthode, & non pas par l'ancienne fans une longue operation & beaucoup de perte de pierre. Ici le plan de rampe fervant de plan horifontal on fera la defcente biaife comme un berceau biais en furplomb, & la montée droite comme un berceau Droit en talud, comme nous l'avons expliqué au trait précedent.

Explication Démonftrative.

Il y a une chofe de plus à confiderer dans ce Trait que dans les defcentes Droites, c'eft l'inégalité du niveau des impoftes de la face de defcente, dont on a déja donné la raifon en expliquant la fig. 87.

Puisque les impoftes de l'arc-droit font de niveau, & que le plan de cet arc-Droit auffibien que celui de rampe quoiqu'inclinez tous les deux à l'horifon, font fuppofez perpendiculaires à un plan vertical, leur commune interfection & toutes leurs paralleles feront des lignes horifontales; mais à caufe que le plan de la face de defcente, qui eft vertical & oblique, tant au premier vertical qu'à celui de l'arc-droit & à celui de rampe, leur commune interfection ne peut être parallele à la premiere; par conféquent elle ne peut être de niveau comme elle. La raifon en eft bien fenfible, car au deffus de la ligne F k, qui eft de niveau, la rampe continuë de monter jufqu'en M, quoiqu'elle ne change pas de hauteur en k; par conféquent la ligne Mk doit être inclinée à l'horifon d'une hauteur égale à la difference des points F & M, qui eft la même que celle des points *f* & *m*.

Si la face de montée étoit oblique à l'horifontale RO, il eft clair qu'elle feroit auffi rampante d'une impofte à l'autre, par la même raifon.

Remarque fur cette Difpofition.

Quoiqu'il fe trouve une difformité dans la face de defcente biaife, dont les naiffances de l'arc-droit font de niveau, en ce que le ceintre de cette face devient rampant, on ne peut difconvenir que ce ne foit

la difpofition la plus naturelle pour l'ufage interieur, parce que les impoftes fe fuivent à hauteurs égales fur les marches ou fur la rampe, & font de niveau entr'elles dans les parties directement oppofées; il arrive feulement qu'à l'entrée il faut faire un Palier de niveau dans l'efpace du triangle FMk, ou au moins des marches tournantes, parce que le feüil de la porte ne peut être rampant comme la ligne des impoftes.

Si au contraire les impoftes de la face étoient de niveau, il arriveroit que dans l'intérieur elles deviendroient d'inégale hauteur dans les parties diametralement oppofées, de forte que les marches en feroient plus près d'un côté que de l'autre, cependant pour ne pas faire une entrée difforme, on peut quelquefois faire une difpofition contraire à la précedente, telle que nous allons l'expliquer.

Seconde Difpofition de la Defcente Biaife, où le Ceintre primitif eft pris à la face de Defcente.

En Termes de l'Art.

Defcente Biaife par devant & droite par derriere, dont les naiffances du ceintre de face font de niveau.

Dans la difpofition précedente nous avons repréfenté la defcente biaife comme un demi-cylindre Droit, coupé obliquement par le plan de la face de defcente; ici nous faifons un cylindre fcalene, qui a pour bafe la face de defcente, lorfqu'elle eft en plein ceintre, & pour arc-Droit une demi-Ellipfe rampante par fes impoftes.

Fig. 90. Soit [*Fig.* 90.] le trapeze ABDE, le plan horifontal de la voute à la doële ou à l'extrados, & l'angle de rampe donné BAF. Pour ne pas embroüiller le deffein de trop de lettres & de lignes, nous fupprimerons ici l'épaiffeur des piedroits & de la voute en dedans.

Par le point D du piedroit le plus court, on tirera une perpendiculaire DG au côté AB, qu'on prolongera jufqu'à la rampe AF, qu'elle coupera au point F, par lequel on tirera FM parallele à AB, & égale à GB, & par le point M, on menera MR parallele à AF, qui rencontrera AE au point R, le trapeze AFMR repréfentera en profil le plan de rampe, qui eft doublement incliné à l'horifon, fçavoir, 1.° fuivant la direction de fes côtez paralleles AF, RM. 2.° Suivant fa direction tranfverfale de E en A, qui eft exprimée à fon profil par la hauteur verticale AR.

D'ou il fuit que le plan de cette rampe n'eft pas femblable au plan

horisontal dans les têtes de la face de montée, comme il l'étoit dans toutes celles des Traits précedens, que faisant la projection de la voute sur ce plan, les lignes verticales lui deviendroient inclinées, & qu'enfin si on fait la projection sur un plan incliné, mais supposé perpendiculaire au vertical passant par l'axe du berceau, on ne pourra prendre des mesures de largeur horisontale sur cette projection, comme aux autres Traits des descentes, où nous avons consideré le plan de rampe comme horisontal ; ainsi pour en faire cet usage nous prendrons le plan de rampe pour horisontal, & le plan vertical passant par l'axe pour incliné à l'horison; cela supposé :

Pour faire le plan de rampe dans toute son étenduë, ayant tiré par le point F une perpendiculaire à RM indefinie. Du point M pour centre & d'une ouverture de compas, égale à B D, on décrira un arc qui la coupera au point *d*, par lequel on menera *de* parallele & égale à FA; puis on tirera *e*R, le trapeze RM*de* sera la figure du plan de rampe dans toute son étenduë.

Presentement il faut tracer les avances du surplomb de la face de descente, & les reculemens de celle de montée.

Ayant divisé F M en deux également en *c*, on y élevera la perpendiculaire *cb*, qu'on fera égale à la moitié de B D; puis avec les axes, BD & FM, on décrira [par le Probl. 7. du 2.[e] Liv.] la demi-Ellipse F *b* M. *Profil de face.*

Ensuite du point *c* pour centre & *cb* pour rayon, on décrira le quart de cercle *bm*, ou si l'on veut une demi-Ellipse telle qu'on la voudra pour ceintre de face, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, &c. par lesquels on menera des paralleles à MF, qui couperont la demi-Ellipse F*b*M aux points 1*f*, 2*f*, 3*f*, 4*f*, où seront les hauteurs des divisions de la face en voussoirs sur son profil, par lesquels on menera des paralleles indéfinies à F*d*, pour en avoir les projections sur le plan de rampe par le moyen de ce profil ; ensuite on décrira sur M*d* un demi-cercle MH*d*, ou une demi-Ellipse telle qu'on a fait à la moitié du ceintre de face ci-dessus; puis l'ayant divisé en ses voussoirs, aussi comme ci-dessus *m*1, *m*2, aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera de chacun de ces points des perpendiculaires sur M*d*, lesquelles rencontrant les paralleles à F*d* donneront les points 1', 2', 3', 4', où seront les avances du surplomb ; ainsi la demi-Ellipse MS*d* représentera sur le plan de rampe la projection inclinée de son arête à la doële ou à l'extrados.

Par les points trouvez 1', 2', 3', 4' on menera des paralleles à la rampe RM, qui seront les projections des joints de lit sur le plan de

Reculemens en talud. rampe. Il reste présentement à trouver les reculemens du talud de la face de montée, & le ceintre de cette face.

PREMIEREMENT, pour le reculement ayant mené par tous les points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f des paralleles à la rampe, qui couperont EA prolongée aux points 1^m, 2^m, 3^m, 4^m, on menera par ces points des paralleles à F*d*, qui rencontreront les projections des joints correspondans aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, par lesquels on tracera la demi-Ellipse RT*e*, qui sera la projection de l'arête de la doële de la face de montée.

POUR trouver les angles des têtes des panneaux de lit, il faut chercher les avances de l'extrados sur ceux de doële à la face de descente, & les reculemens à la face de montée, comme il a été dit à la page 165.

Ceintre de montée. POUR tracer le contour du ceintre de cette face de montée dans toute son étenduë, sur BA prolongée, on prendra AK égale à AE, & l'on tirera KR, qu'on divisera en deux également en C^m, par où on élevera une perpendiculaire à AK, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées de l'arc *mh*, sçavoir P1 ou $c1^a$ en C^m 1, p 2 ou $c\,2^a$ en C^m 2^n, & ch en C^m I, puis par ces points on menera des paralleles à RK pour trouver les hauteurs des divisions des voussoirs au ceintre de montée, qui sera une demi-Ellipse rampante, qu'on pourra faire par le Probl. 8. du 2. Livre, par le moyen des diametres conjuguez, donnez KR, & deux fois *ch* demi diametre vertical, cette demi-Ellipse KIR coupera les lignes paralleles à KR, menées par 1^n-2^n, aux points 1∽4∽, 2∽3∽

ON remarquera que je propose toujours de tracer les ceintres comme les demi-Ellipses, par le moyen des diametres conjuguez, pour n'être pas obligé, comme les Auteurs des anciens Traits, de faire des sousdivisions de voussoirs en deux parties égales, nécessaires pour augmenter le nombre des points donnez, lorsque les voussoirs sont si larges qu'il reste un grand intervale de courbe d'une division de tête à l'autre, ce qui multiplie tellement le nombre des lignes d'une épure, qu'il est difficile d'en éviter la confusion.

ON peut aussi trouver ces mêmes points, & par conséquent aussi le contour du ceintre de montée, en menant par les points 1^m, 4^m, 2^m, 3^m, provenant des points 1^f 2^f 3^f 4^f, des paralleles à AK, qui couperont les précedentes, paralleles à KR aux mêmes points 1∽2∽3∽4∽

Ou bien on menera par les points p^1 p^2 des retombées du ceintre primitif MH*d* des paralleles à RM, qui couperont R*e* aux points l^1, l^2, l^3, l^4, on portera ensuite les distances de ces points au point R, sur le diametre rampant RK, comme Rl^1 en RL^1, Rl^2 en RL^2, &c. &

par les points L^1, L^2, &c. on menera des paralleles à $C^m I$, qui couperont les ordonnées passant par 1^n, 2^n, aux points $1t$ $2t$, &c. qu'on cherche.

Il ne nous reste plus présentement qu'à former l'arc-Droit, qui est aussi une demi-Ellipse rampante, mais moins exhaussée que celle du ceintre de montée, que nous venons de faire.

On a déja sur le plan de rampe un de ses diametres qui passe par les impostes, lequel est $g^r d$, & l'on trouve l'autre qui passe par la clef en menant par le centre c, du profil de la face, une ligne CX, parallele à la rampe RM, qui représentera l'axe du cylindre, & par un point C^r, pris à volonté sur cet axe, on lui menera une perpendiculaire, qui coupera ib au point O, la ligne $C^r O$ sera la moitié du diametre conjugué à celui qui doit passer par les impostes, dont il sera facile de trouver les angles de conjugaison, comme il suit.

Du point C^r pour centre & d'une ouverture de compas, égale à la moitié de $g^r d$, on fera de part & d'autre des arcs, qui couperont l'un la ligne AF en d^r, l'autre RM en g^r, l'angle $d^r C^r O$ ou son supplement $O C^r g^r$ sera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les longueurs des diametres donnez on décrira une demi-Ellipse [suivant les Probl. 8. ou 9. du 2.e liv.] laquelle coupera les paralleles des projections verticales des joints de lit provenant des divisions 1^f, 2^f, 3^f, 4^f aux points correspondans 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, par lesquels du ceintre C^r on tirera les joints de tête $1^r 5$, $2^r 6$, &c.

On peut encore trouver le diametre de l'arc-Droit, & son angle de conjugaison, d'une autre maniere, sans le secours du plan de rampe sur le plan horisontal. Ayant tiré par le point B, le plus avancé du biais, une ligne Br, parallele à celle de rampe RM, on lui menera par le point G une perpendiculaire Gq, qui la coupera en q; puis ayant porté la longueur Gq sur GB en GQ, on tirera la ligne QD, qui sera le diametre qu'on cherche, & l'angle GQD celui de la conjugaison du second diametre, qui passe par la clef de l'arc-Droit.

Si l'on veut tracer cet arc par plusieurs points sans avoir recours aux Problêmes citez, on peut en trouver plusieurs points, en menant par les divisions de la ligne cb, 1^a, 2^a, des paralleles à la rampe RM, jusqu'à la ligne $C^r O$, qu'elles couperont en a & b, par où on menera des paralleles au diametre $g^r d^r$, qui rencontreront celles qui proviennent des divisions du profil de la face de descente 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, par où on tracera la courbe rampante de l'arc-Droit, & le Trait sera achevé.

Presentement il est visible que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux, & tracer la pierre.

Premierement, les longueurs de ceux de doële sont données en deux endroits, sçavoir sur la projection verticale du profil, & sur le plan de rampe aux lignes $1^{t} 1^{r}$, $2^{t} 2^{r}$, &c. qui sont les joints de lit.

Les avances de surplomb & les reculemens de talud se trouvent aux mêmes points $1^{t}, 2^{t}$; $1^{r}, 2^{r}$, comparez par la distance à une perpendiculaire $g^{r} d$ qui les traverse tous; enfin leurs intervales de largeur sont donnez à l'ordinaire, par les cordes de l'arc-Droit $d^{r} 1^{r}$, $1^{r} 2^{r}$, &c. par conséquent toutes les figures des doëles plates sont faciles à décrire.

Les panneaux de lit se trouveront par les mêmes moyens en faisant une seconde épure d'avance de la face de montée, & de reculement de celle de descente, semblable à la premiere pour l'extrados, si l'on a commencé par la doële, comme il convient, ou pour la doële, si l'on avoit commencé par l'extrados, comme dans cette figure, ce qui a déja été répeté dans les Traits précedens.

Enfin les biveaux de lit & de doële plate sont aussi donnez à l'ordinaire aux angles de l'arc-Droit $u\,5\,1^{r}$, $1^{r}\,5\,6$, &c. Ainsi on peut tracer la pierre par panneau.

A l'égard de la maniere de tracer la pierre par équarrissement, qui est très aisée par notre nouveau sistême dans tous les Traits précedens, elle se trouve un peu plus embarassée dans celui-ci, à cause que la double obliquité du plan de rampe ne nous permet pas de le considerer comme un plan horisontal; parce qu'il est incliné suivant sa largeur, outre son inclinaison en longueur. Il faudroit pour l'équarrissement que les aplombs fussent perpendiculaires aux diametres supposez perpendiculaires à ses côtez, & ils ne le sont pas. Ainsi il faudroit faire une projection horisontale exprès, ce qui rendroit le trait trop composé.

Cependant on pourroit le faire en posant les retombées du ceintre primitif MHd sur des lignes paralleles au diametre de face Md, qui est horisontal, lesquelles sont par conséquent de niveau en œuvre; mais non pas sur d'autres diametres qui sont inclinez; ce qui n'est pas de difficile exécution; parce qu'il ne s'agit que de faire couler la fausse équerre ouverte de l'angle edM au long du côté ed du plan de rampe, & mesurer les retombées suivant le bras parallele à dM.

Explication démonſtrative.

Nous avons démontré au 2.e Livre, que les projections des cercles quelconques verticales, horiſontales ou inclinées étoient des Ellipſes, & que celles des Ellipſes étoient d'autres Ellipſes plus ou moins allongées ou reſſerrées, & quelquefois des cercles. Or toutes les baſes ou ſections des berceaux en deſcente, qui ſe font ici en trois endroits; ſçavoir, 1.° à la face de deſcente, 2.° à celle de montée, 3.° à l'arc-Droit, ſont des cercles ou des Ellipſes; donc les projections des faces inclinées au plan de rampe, ſont des demi-Ellipſes, qui ont été bien décrites par les axes ou diametres donnez, ou par des points trouvez par le moyen des diviſions proportionelles des axes & des diametres de la courbe projettée, & de celle de ſa projection, ce qui eſt viſible; parce que toutes ces diviſions ont été faites par des lignes paralleles entr'elles, ſuivant les loix de la projection énoncées au 2.e Liv. pag. 209.

Quant aux diverſitez des differentes diſpoſitions du ceintre primitif pris à des naiſſances de niveau à l'arc-Droit, ou à celui de montée, comme à la fig. 89. ou à la face de deſcente, comme à la fig. 90. nous en avons déja donné l'explication par celle des fig. 87. & 88. il reſte ſeulement à rendre raiſon de la pratique qui a été donnée pour trouver le diametre rampant des impoſtes de l'arc-Droit, & ſon angle avec le demi-diametre conjugué paſſant par le milieu de la clef.

Il faut ſe repréſenter [*Fig.* 90.] la ligne B*r*, comme abaiſſée, & tranſportée avec la même ouverture d'angle GB*r* égal à celui de rampe [par la conſtruction qui fait B*r* parallele à RM] dans un plan vertical ſur AB, alors la ligne G*r*, qui étoit couchée ſur l'horiſontal, deviendra verticale, & dans ce même plan elle n'y ſera plus repréſentée que par un ſeul point G; or comme l'arc-Droit doit être dans un plan perpendiculaire à la direction de la rampe *r*B, qui eſt parallele à l'axe du berceau, ſa ſection avec le premier vertical par AB ſera dans une perpendiculaire G*q*, qui coupe la rampe en *q* plus haut que le point *r*; ainſi le triangle G*q*D repréſente en racourci la partie du plan de l'arc-Droit, qui eſt audeſſous du plan horiſontal, paſſant par une impoſte D, & par un point G vis-à-vis, qui eſt au deſſus de l'impoſte de la longueur G*q*; mais comme ce triangle qui doit être rectangle eſt racourci par ſon côté *q*D, on a tranſporté G*q* en GQ, pour avoir l'angle Droit DGQ, que fait le plan de l'arc-Droit dans ſon interſection avec le vertical paſſant par AB, & l'interſection QD du plan de l'arc-Droit avec le plan de rampe, laquelle interſection eſt le diametre de l'arc-Droit; puiſque le plan de rampe coupe le cylindre par l'axe; par conſéquent par le centre de l'arc-Droit; donc ce diametre eſt bien trouvé. *Fig.* 90.

Il eſt auſſi viſible que le plan vertical paſſant par la clef & par l'axe eſt parallele au vertical paſſant par AB ou B*r* côté du cylindre; par conſéquent l'angle DQA eſt celui de la conjugaiſon des diametres de l'arc - Droit; *ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

La comparaiſon des hauteurs des naiſſances des voutes ſe fait naturellement du premier coup d'œil aux parties oppoſées perpendiculairement, qui ſont vis-à-vis les unes des autres dans les piedroits, & cette comparaiſon eſt d'autant plus facile, que les piedroits ſont longs & inégaux, c'eſt-à-dire, lorſque la voute eſt plus longue & plus biaiſe; ainſi cette derniere diſpoſition où les impoſtes de la face de deſcente ſont de niveau, entraine infailliblement une difformité dans l'intérieur, de ſorte qu'elle ne convient qu'à celles où l'on doit avoir plus d'égard à la décoration de l'entrée qu'à la régularité intérieure, comme aux deſcentes de caves.

La fig. 91. montre le dévelopement de la doële à la face de montée RK, qui eſt rampante; celui de la face de deſcente étant moins irrégulier, on ne l'a pas mis, faute de place, d'autant plus que la conſtruction en eſt la même qu'à la fig. 89.

Second cas des Deſcentes Biaiſes, lorſque les Faces ſont en Talud.

La difference que la nouvelle obliquité du Talud des faces cauſe entre cette voute & la deſcente ſimplement biaiſe, conſiſte 1.° en ce que la projection de la face de montée ſur le plan de rampe augmente le reculement en talud, & que celle de la face de deſcente diminuë l'avance du ſurplomb. 2.° En ce que la projection verticale racourciſſant au profil le talud de la face, il faut une préparation pour en trouver les meſures. Au reſte le trait eſt ſuſceptible des mêmes effets que produit le changement du ceintre primitif.

Premiere diſpoſition où l'on prend l'arc-Droit pour ceintre primitif.

En Termes de l'Art.

Deſcente Biaiſe en Talud, rampante par devant & droite & en Talud par derriere.

Fig. 92. Soit [*Fig.* 92.] le trapeze ABED le plan horiſontal de la deſcente, AM l'inclinaiſon de la rampe, & BM ſa plus grande hauteur.

On

On formera comme au trait de la descente biaise, page 173. le plan de la rampe A M $d e$, le ceintre primitif AHe avec les projections des divisions des voussoirs 1, 2, 3, 4 en $p^1 q^1$, $p^2 q^2$ prolongées, & l'arc-Droit C' T d' avec les projections verticales de ses divisions, comme à la fig. 89. qui couperont le profil de la face de montée AT aux points m^1 m^2 T, par le moyen desquels on tracera la projection en talud A$b'e$, comme à toutes les montées précedentes.

Jusqu'ici la construction a été la même qu'à la fig. 89. à cela près qu'on a pris l'inclinée AT au lieu de la verticale Au du profil de la face de montée.

Presentement il faut faire le profil de la face de descente, & chercher la valeur de son demi-diametre en talud hK, ce qui n'est pas si aisé; il y faut une préparation.

On fera dans une fig. † à part, l'angle aigu du biais horisontal abd, & par un point P, pris à volonté, une perpendiculaire PL au côté bd, sur laquelle on fera au point P l'angle du talud donné LPV; on tirera ensuite Pn parallele à $b a$, & par le point L une perpendiculaire hL à la même ab qui coupera Pn au point n. On fera nh égale à LV, & l'on tirera hP; enfin on fera au point n sur Pn l'angle P$n m$, dont le côté nm coupera Ph au point K. *Fig.* †

On divisera ensuite FM en deux également en K, & l'on portera la longueur Kn de la préparation de K en X, par où on fera Xh perpendiculaire à AB, laquelle coupera Th au point h, que l'on cherche, la ligne hK sera le profil du diametre de la descente, qui est encore racourci par la projection, c'est pourquoi il en faut encore chercher la valeur par la préparation, menant Ko parallele à np, & ayant porté $n o$ en Lg, on tirera gk parallele à LP, qui coupera VP en k, la longueur Vk sera le diametre du ceintre de face conjugué au diametre Md; il ne s'agit plus que de trouver les angles de leur conjugaison pour décrire la demi-Ellipse de face de descente en talud. *Fig.* 92. & *Fig.* †

Par le point h du profil on tirera une perpendiculaire à la rampe AM, qu'on prolongera jusqu'à la rencontre de Cs en s, par où on tirera la ligne QsH^2 perpendiculaire à Md; puis du point c, milieu de Md pour centre, & pour rayon ky, on fera un arc qui coupera QH^2 au point H^2, l'angle $d c$H^2 sera celui que l'on cherche, par le moyen duquel & les diametres donnez on décrira [par le Probl. 8. du 2.e Liv.] la demi-Ellipse MH^2 d, qui sera le ceintre de face de descente en talud.

Pour avoir au contour de ce ceintre les divisions des voussoirs, pro-

venant de celles du ceintre primitif de l'arc-Droit, il faut tirer par les points q^1 & q^2 des paralleles à cH^2, qui couperont l'arc de face aux points 1e, 2e, 3e, 4e qu'on cherche, ou bien tracer une demi-Ellipſe Msd avec les diametres conjuguez Md, & deux fois cs, faiſant entr'eux l'angle dcs; cependant comme les demi-Ellipſes très reſſerrées ſont ſujettes à des imperfections dans l'exécution, il convient mieux de chercher chaque avance par le profil. En effet ſi l'angle du talud eſt égal en profil à celui de la rampe, cette demi-Ellipſe devient infiniment étroite, enſorte qu'elle ſe confond avec le Diametre Md.

D'ou il ſuit que ſi ce même angle eſt plus ouvert, au lieu des avances en ſurplomb, la demi-Ellipſe de projection ſur la rampe paſſera en dedans du diametre Md, & ſe change ainſi en projection de talud.

Par tous les points q, où les projections des joints de lit coupent le diametre de face de deſcente Md, on menera des perpendiculaires à la rampe AM, qui la couperont aux points $Xxxx$, par leſquels on menera des paralleles à Kh, qui couperont les profils des joints de lit, provenant des points de l'arc-Droit 1^r 2^r aux points f^1, f^2, f^3, f^4 qu'on cherche, par leſquels tirant des perpendiculaires à la rampe, juſqu'aux projections des joints correſpondans, on aura les points s^1, s^2, s^3, s^4, par leſquels on tracera la demi-Ellipſe de ſurplomb MSd.

Si l'on n'avoit pas les diviſions du ceintre de face de deſcente, qui ont été trouvées par le moyen des ordonnées, comme nous venons de le dire, on pourroit les trouver en tirant par tous les points d'avance 1^s, 2^s, 3^s, 4^s des perpendiculaires au diametre Md, qui donneront les mêmes points 1e 2e 3e 4e; enfin tirant du centre c les joints de tête par tous ces points, on aura les panneaux de face de deſcente.

Les panneaux de lit & de doële ſe formeront, comme à toutes les autres deſcentes, par le moyen des longueurs des projections des joints de lit & de tête.

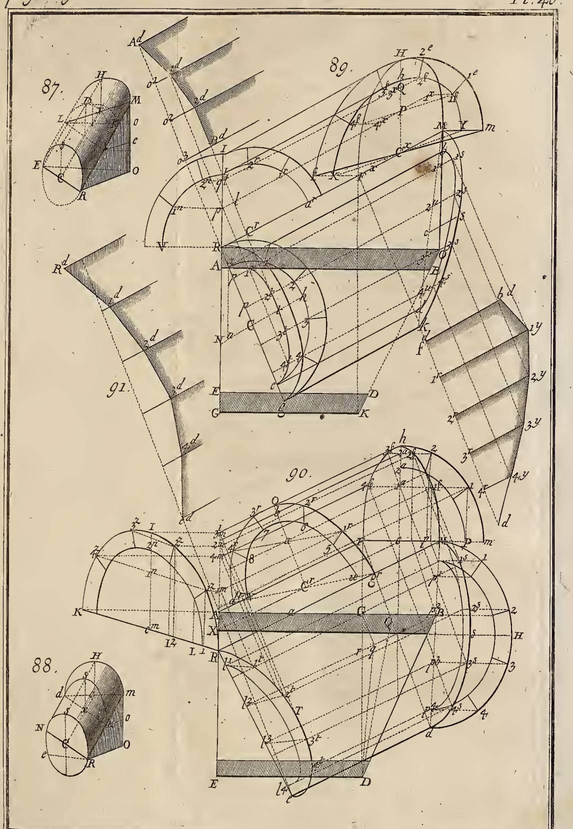
Les biveaux de lit & de doële ſe prendront auſſi à l'arc-Droit.

L'élevation de la face de montée Nt^nA ſe fera par le moyen des diviſions de la ligne de profil de talud AT, en faiſant $C^nt^n = AT$ $m1^n = Am^1$, $M2^n = Am^2$, &c.

Explication démonſtrative.

Il y a deux choſes à trouver dans le Trait de cette eſpece de voute de plus qu'aux deſcentes ſimplement biaiſes, comme étoient les précedentes.

Premièrement, l'inclinaiſon de la face en talud, que le profil ne


87.
88.
89.
90.
91.

donne pas exactement; parce qu'il la donne suivant la direction de la voute, elle doit être mesurée, comme nous l'avons dit au 3.e Livre, page 369. perpendiculairement à la commune interfection de la face, & du plan vertical passant par le diametre rampant M*d*, ce qui rend le talud L*k*V plus aigu que celui de l'angle *g*K*h* du profil; parce que la hauteur *zh* étant commune, ses angles sont entr'eux comme *nk* est à L*k* [par la construction] c'est-à-dire, comme la base *nk* du talud suivant la direction de la voute est à la base L *k* du même talud, pris sur une ligne horisontale, perpendiculairement au diametre BD dans sa projection.

Il est aussi clair, que le triangle L *nk* ayant ses trois côtez perpendiculaires aux trois côtez du triangle du biais NBD, il lui est semblable; par conséquent que pour avoir la position de la base L*k*, si on fait l'angle du talud hors de la position où on l'a mis, il n'y a qu'à ajouter à l'angle Droit VL*k* l'angle NDB, ou tout d'un coup faire cet angle égal à EDB.

Il reste à démontrer que l'angle des diametres conjuguez de l'arc de face de descente rampante a aussi été bien trouvé.

Il est clair par la construction & par les régles de la projection inclinée, que le point *s* représente le point *h* du profil; parce que *hs* a été faite perpendiculaire à CS, milieu du plan de rampe. Il est aussi visible par la même régle de projection, que le point Q, sur le diametre M*d* représente les points *s* & H^2, & que sa représentation peut être dans tous les points de la ligne QH^2, comme au point *s*, par où elle passe; mais un diametre quelconque doit passer par le centre de la section qui est en *c*; donc il doit passer en *c*H^2; par conséquent l'angle *dc*H^2 ou son supplement M*c*H^2 est celui de la conjugaison du demi-diametre *c* H^2 à l'égard du diametre M*d*, *ce qu'il falloit trouver* en second lieu.

Remarque sur le Trait des Descentes biaises, de face rampante.

Il y a une observation à faire dans ce Trait, qui est échapé au P. Deran, je ne parle pas de M. de la Rue, parce qu'il l'a passé sous silence, c'est que l'angle du biais ABD ou EDB ne doit pas être pris sur le plan horisontal sans une correction, qui mérite attention.

On menera par le point F de l'imposte inférieure du profil, une ligne FO parallele à AB, & par le point M une ligne MO parallele à

bk, qui rencontrera FO au point O; la ligne iO, qui excede l'aplomb du point M, sera la longueur qu'il faut ajouter au dehors du piedroit AB sur son allignement, en la portant de B en b, l'angle A b D sera celui du biais réformé au niveau de l'imposte inferieure; si la base AB ne peut être allongée, il faudra porter cette longueur iO en dedans, pour diminuer l'obliquité du biais de la quantité nécessaire, pour racheter par le talud la hauteur de l'imposte supérieure M de l'arc rampant.

La raison en est sensible si l'on fait attention, que le talud doit reculer le point M en dedans du point B, sur lequel il étoit aplomb; or comme le seüil de la baye de la descente doit être de niveau entre les piedroits de la voute, il suit nécessairement qu'un des piedroits soit plus haut que l'autre de la hauteur i M aplomb, de la distance MO mesurée en talud, par conséquent qu'il sera plus avancé en O que en M; puisque le talud couche le piedroit en dedans.

Seconde disposition de la Descente Biaise en Talud, où le Ceintre primitif est pris à l'Arc de face sur un Diametre horisontal.

En Termes de l'Art.

Descente biaise & en Talud, dont l'Arc de face est de niveau par ses impostes.

Ce Trait est si semblable à celui de la seconde disposition de la descente biaise sans talud, qu'on peut dire, qu'il ne s'agit que d'un peu plus ou moins d'avance de surplomb, & de reculement de talud sur le plan de rampe; parce que le talud de la face de descente diminuë l'avance du surplomb, & le talud de la face de montée augmente le reculement que produisoit déja la face de montée sur le plan avant que d'être en talud.

Fig. 93. Ou il faut remarquer que si le talud de la face de descente, pris en profil ACf, faisoit un angle droit avec la direction de la rampe RM ou ACf, ce qui peut arriver, quoique le plan de face de descente soit biais à cette direction, l'avance considerée comme surplomb sur le plan de rampe s'évanoüiroit, & la projection de la face de descente sur ce plan se confondroit alors avec la ligne Droite Md, il n'y a donc rien dans ce trait de plus qu'à celui dont nous parlons, que l'inclinaison des faces en talud, dont il faut trouver la projection sur le plan de rampe, comme on a fait au précedent, dont celui-ci est l'inverse.

Sur le milieu k de la projection horisontale de la face BD, ayant fait

la perpendiculaire kL, on fera l'angle LkV égal à celui du talud donné, puis on portera sur kV la longueur du demi-diametre CH du ceintre primitif MHd, qui donnera le point V, par lequel on menera VL perpendiculaire à Lk, qui donnera le point L, par lequel on tirera Lb perpendiculaire à AB prolongée indéfiniment, ensorte qu'elle rencontre la ligne MF au point X. On portera au dessus de ce point sur la même ligne prolongée la hauteur LV en Xb.

On tirera ensuite par k la ligne kC^f, qui coupera la projection verticale du diametre horisontal du ceintre primitif en C^f, par où & par le point b on tirera C_fb, qui sera le profil du demi-diametre CH.

Par le point b on tirera bT parallele à la rampe, jusqu'à ce qu'elle rencontre le profil AT du talud de la face de montée, le trapeze $ATbC^f$ représentera le plan de la section de la descente aplomb par la clef, sur lequel on trouvera toutes les hauteurs des joints de lit, comme il suit.

On tirera par les points pp des paralleles à dF, qui couperont FM, en des points f & f, par lesquels on menera des paralleles à C^fb. Ensuite ayant porté les hauteurs des retombées p^1, p^2 en ku kv, on menera par les points u & v des paralleles qui couperont LK aux points x & x, par lesquels on menera des paralleles à Lb, qui couperont C^fb aux points O & o. Enfin tirant par ces points des paralleles à cfb donneront en profil les points de division de l'arc de face 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, qui déterminent les avances de ces points sur le plan de rampe, ensuite par ces mêmes points on mene des paralleles à bT, elles couperont le talud de montée A T aux points 1^m 2^m 3^m 4^m, qui détermineront les reculemens des divisions de la face de montée à l'égard du plan de rampe.

On rangera ces avances & reculemens sur ce plan de rampe $RMde$ dans leur place, pour éviter la confusion des projections des joints de lit dans le profil, en menant des paralleles à Fd par tous les points 1^f, 2^f, 3^f, 4^f, jusqu'à la rencontre des perpendiculaires p^1, p^2, au diametre du ceintre primitif MHd, qu'elles rencontreront aux points s^1, s^2, s^3, s^4, par lesquels on tracera la demi-Ellipse MSd.

Par ces derniers points s^1, s^2, s^3, s^4, on menera des paralleles à la rampe RM, qui rencontreront les perpendiculaires à cette rampe, provenant des points 1^m 2^m, &c. aux points 1^1 2^2, &c. qui donneront le contour de la demi-Ellipse RT^me; qui détermine le reculement du talud de la montée.

L'Arc-Droit de ce trait se formera précisément de la même maniere qu'il a été dit à la page 181. pour les descentes biaises sans talud de la seconde disposition.

L'arc de face de montée se fera aussi de même, avec cette seule difference, que les lignes de niveau tirées du profil Rt de cette face, prendront leur origine sur des points t, 3, 2, 4, 1, trouvez sur Rt par des arcs de cercle faits du point R pour centre, & pour rayons les longueurs RT, $R3^m$, $R2^m$, &c.

Nous n'ajoutons rien ici touchant les biveaux, le dévelopement, la formation des panneaux, & l'application du Trait sur la pierre; parce que la maniere est la même que pour toutes les autres descentes.

Cette grande conformité nous dispense aussi d'une ample explication, il suffira de rendre raison de ce qu'il y a de particulier touchant le talud.

Explication démonstrative.

Dans la disposition précedente nous avions plusieurs choses à trouver pour la formation de l'arc de face de descente, sçavoir le demi-diametre conjugué à celui qui passe par les impostes, & l'angle qu'il fait avec le même, & l'inclinaison du talud; ici où l'arc de face de descente est donné, on n'a besoin de chercher que le plus ou le moins d'avance que son contour donne, au delà ou au deça de son diametre de niveau dans sa projection, inclinée sur le plan de rampe; & parce que l'inclinaison du talud se mesure toujours par une perpendiculaire au diametre de niveau de la face de descente, on a fait un profil du talud perpendiculairement à ce diametre, comme à la disposition précedente, pour trouver par son moyen les hauteurs des divisions des voussoirs, qui étoient données dans la disposition précedente par l'arc-Droit supposé ceintre primitif, de sorte que ce trait est l'inverse du précedent.

Nous n'avons supposé dans tous les traits des descentes, qu'une face biaise, qui est celle de la descente; parce que si la face de montée étoit aussi biaise, on retomberoit dans le même Trait, où il n'y auroit qu'un peu plus ou un peu moins d'obliquité dans un sens contraire, de sorte que si les biais étoient égaux les panneaux de l'une des faces serviroient pour l'autre, en ne faisant seulement que les renverser, pour avoir en talud à la montée, ce que la descente donne en surplomb à l'égard de l'axe du berceau.

REMARQUE.

C'est particulierement dans les Traits des descentes biaises & en talud, qu'on trouve occasion de faire usage des Problêmes du second Livre, pour la description des Ellipses par le moyen de leurs diametres conjuguez ; puisque trois sections du même berceau, sçavoir l'arc-Droit, l'arc de face de descente, & celui de montée, outre leurs descriptions dans toute leur étenduë, doivent encore être représentez par des projections horisontales, verticales & inclinées, ce qui peut produire neuf demi-Ellipses differentes, & au moins nécessairement cinq, y compris un demi-cercle, s'il s'en trouve un.

On peut s'épargner presque toutes ces descriptions, par la méthode de Desargues, dont nous allons parler ; mais selon moi on ne sçauroit représenter de trop de façons les ceintres des berceaux ; parce que rien n'éclaire plus l'esprit dans l'Appareil, & ne le conduit plus sûrement.

METHODE GENERALE,
Pour toutes sortes de Berceaux Droits & Obliqûes, tirée de Desargues.

Abraham Bosse, habile Graveur, plus curieux des pratiques tirées de la Geometrie, que de s'instruire de la connoissance de leurs principes, comme il semble en convenir lui-même *, a donné au Public en 1643, un livre sur la coupe des pierres, intitulé, *Pratique du Trait à preuves de M. Desargues*, qu'il a écrit d'un stile si diffus, avec des nouveaux termes, dont quelques-uns sont si impropres, que les Artistes, & même quelques Auteurs, l'ont regardé comme un galimatias inintelligible ; c'est ainsi qu'en parle M. de la Rue, dans sa Préface : *Il semble*, dit-il, *que Desargues, dont le Graveur Bosse a mis les Ouvrages au jour, ait eu envie de dérober aux autres la Science de la Coupe des Pierres, par les Principes même qu'il en donne*; *tant il a affecté de nouveauté dans ses Termes, & de singularité dans ses Traits*, à quoi il ajoute que *Jacques Curabelle a relevé exactement toutes ses fautes.* Je n'ai pas vû cette critique, & par conséquent je ne puis juger de son exactitude ; j'avancerai cependant, sans la craindre, que la Méthode de Desargues n'est du tout point à rejetter. Je conviens qu'il y a des difficultez, mais comme elles ne viennent que d'une faute d'explication du principe, sur lequel elle est fondée, & un peu aussi de la nouveauté des termes, je vais suppléer à ce qui manque au Livre de Bosse, qui ne pouvoit expliquer ce qu'il n'entendoit pas lui-même ; puisque son Maître ne lui

*Voyez son Avantpropos page 5.

disoit pas tout *; & qu'il s'en reposoit sur lui pour la justesse, comme il le dit dans son avantpropos *.

* *Ibid. pag.* 55.
* *Ibid. pag.* 5.
* *Je les ay reçûës pour être précises & je vous les donne pour telles.*

Explication & Sommaire, *De la Methode de Desargues.*

Il est constant, comme je l'ai fait voir dans tout ce Chapitre, que les differences des voutes en Berceau ne sont que des changemens de position, ou de section d'un corps cylindrique, qui n'alterent en rien la nature du cylindre, ni celle de ses sections. Desargues ayant senti cette vérité a réduit tous les Traits de la formation des Berceaux, Droits, Biais, en Talud, & en Descente, à un seul Problême, qui est de chercher l'angle que fait l'axe du cylindre avec un diametre de sa base, lequel est dans la section d'un plan passant par l'axe, perpendiculairement à celui de la base, c'est-à-dire, *à chercher l'angle de la plus grande obliquité de l'aissieu du Berceau avec le plan de la face*, dans laquelle est une ligne qu'il appelle *Sousessieu*, nom qui entraine une fausse idée de la chose, qu'il auroit été plus expressif d'appeller *le diametre de la plus grande obliquité.* Je ne sçai pas s'il y a voulu mettre du mystère, ou s'il a tiré ce nom de la conformité d'un pareil, comme celui de *soutangente*; il en donne d'autres aussi impropres aux perpendiculaires à ces deux lignes; celle qui l'est à l'essieu y est appellée *Traversessieu*, & celle qui l'est à la sousessieu *Contressieu.* Cette premiere devoit être appellée *le Diametre de l'Arc-Droit*, & l'autre *le diametre perpendiculaire à l'axe oblique.*

Tout le secret du Trait de Desargues consiste donc 1.° A trouver l'angle que fait l'axe ou essieu du berceau avec le diametre de sa face, qui lui est plus incliné que tous les autres qu'on peut tirer dans cette face, ou pour parler son langage, l'angle de *l'essieu* & de la *sousessieu*, pour avoir la plus grande obliquité du berceau sur sa face.

2.° A faire la projection des divisions de l'arc de face, divisé en voussoirs sur le *diametre de plus grande obliquité* [sousessieu] en quelque situation qu'il soit, de niveau, aplomb ou en pente, par des perpendiculaires à ce diametre, qu'elles diviseront en parties plus reserrées.

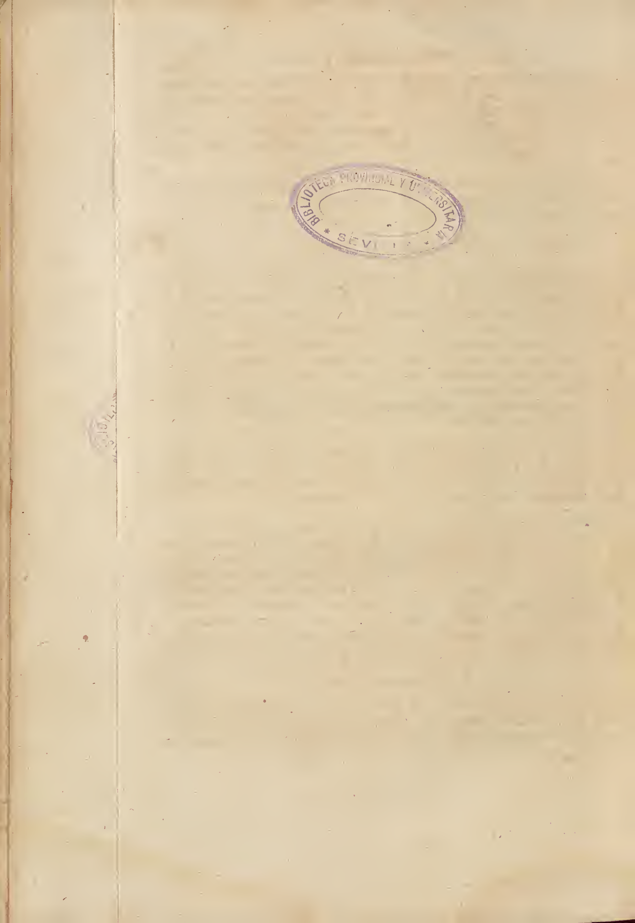
3.° A mener par chacune des divisions de ce diametre d'autres lignes perpendiculaires à l'essieu, pour avoir les hauteurs des retombées de l'arc-Droit sur l'essieu, & la projection de cet arc sur un de ses axes, & par ce moyen parvenir à sa formation.

4.° A porter dans les intervales de ces dernieres lignes perpendiculaires à l'axe, les longueurs des joints de tête ou des cordes des doëles

prises

92.

93.



prises sur l'arc de face, depuis la ligne correspondante ou issuë d'un joint, à celle qui correspond à celle d'en suite, pour avoir l'angle du joint de lit avec la tête de la doële plate, enfin à porter les joints de l'arc de face entre les lignes provenant des joints de doële & d'extrados, pour avoir les angles que font les joints de lit de la doële avec les joints de tête de l'arc de face.

Voila en deux mots tout le mystere de cette méthode éclairci, & les principes de sa pratique revelez & débroüillez, comme on le verra plus clairement dans les exemples ci-après.

I.° *Du Berceau Droit.*

La méthode de Desargues ne consistant qu'à chercher l'angle de la plus grande obliquité d'un berceau, elle n'a rien de particulier sur la maniere ordinaire lorsque le berceau est Droit; parce que tous les diametres de la face peuvent être pris en particulier pour sousessieu, & toutes les perpendiculaires à chacun de ces diametres pour essieu, & comme la ligne qu'il appelle *traversessieu*, qui est le diametre de l'arc-Droit, lui est perpendiculaire, il suit que la *Traversessieu* se confond alors avec l'Essieu, & la ligne qu'il appelle *contressieu*, qui ne sert pas de grand chose dans sa méthode, étant perpendiculaire à la sousessieu, se confond au profil avec l'Essieu.

Ou il faut remarquer que hors le cas du berceau Droit, jamais la *traversessieu* ne se confond avec l'essieu dans les obliques, n'étant pas dans le plan de la face, c'est-à-dire, de la base du cylindre, non plus qu'en certaines circonstances l'essieu & la *contressieu.*

La démonstration de ce que j'avance est claire par la 4.e du 11.e Liv. d'Euclide, qui dit, que si une ligne est perpendiculaire à deux autres qui se croisent, elle l'est à toutes celles qui sont dans le même plan, & se croisent au même point; or le berceau étant Droit son axe est perpendiculaire à la ligne de niveau, & à l'aplomb de la face; donc il est perpendiculaire à tous ses diametres; par conséquent ils peuvent tous représenter la sousessieu à l'égard d'une ligne qui leur étant perpendiculaire, passe par le centre, ou pour mieux dire, dans ce cas il n'y a point de *sousessieu.*

Corollaire.

D'ou il suit qu'il n'importe que cette face soit circulaire ou Elliptique; parce que le plus ou moins de longueur des côtez d'un angle ne fait rien à son ouverture; ainsi l'angle que l'essieu fait avec un diametre ne

ſera en rien alteré, s'il ſurvient de l'inégalité de longueur à ce diametre, comme aux faces Elliptiques où ils ſont inégaux; ce qu'il eſt à propos de remarquer pour ſentir, que dans les cas d'obliquité des berceaux ſur leurs faces, il n'eſt pas néceſſaire de faire attention à la courbe de leurs arcs de face.

2.°

Des Berceaux, dont la Direction horiſontale eſt Droite, c'eſt-à-dire, perpendiculaire au Diametre des Impoſtes de la face, ou à ſa projection horiſontale, mais dont le plan de face eſt oblique à ſon axe.

1.° *En Talud*, 2.° *En Surplomb*,
3.° *En Deſcente*, 4.° *En Montée*,
5.° *En Deſcente Droite & en Talud, ou en ſurplomb*,
6.° *En Montée Droite & en Talud, ou en Surplomb.*

Lorsque l'axe ou eſſieu du berceau eſt perpendiculaire au diametre horiſontal de la face, quoiqu'il ſoit incliné au demi-diametre du milieu qui paſſe par la clef, la méthode de Deſargues, à bien la conſiderer, n'eſt preſque pas differente de celles des autres Auteurs de la coupe des pierres; parce qu'alors la plus grande obliquité eſt dans l'angle que ce demi-diametre fait avec l'axe du berceau, lequel ſe trouve par le profil, qu'on a coutume de faire ſuivant leurs manieres, mais qu'on ne place pas au même endroit; ainſi dans tous ces cas où
Fig. 94. la ligne du milieu CH repréſente, ou peut repréſenter la projection verticale du plan vertical paſſant par l'axe, elle ſera priſe pour la *ſouſeſſieu*, & la projection de l'eſſieu à ſon égard ſera trouvée par le profil.

Soit [*Fig.* 94.] l'arc AHB la face d'un berceau de niveau, laquelle doit être en talud. Ayant prolongé la ligne du milieu HC vers K, on fera le profil de ce talud au deſſous du diametre des impoſtes AB, comme en KCT, ou ſeulement le complement du talud, qui eſt ſon inclinaiſon avec un plan vertical, repréſenté ici par AB, ſçavoir l'angle ACT, la ligne TCS repréſentera la poſition de l'axe à l'égard du diametre HK, qui eſt la *ſouſeſſieu*. Il eſt viſible qu'on auroit trouvé la même poſition en prenant le profil au deſſus de AB; mais on ne conſidere ici que le demi-diametre CT, qui eſt ſous AC, on en dira la raiſon ci-après.

2.° Si, à pente égale, la face étoit en ſurplomb, au lieu de cet angle il faudroit prendre ſon ſupplement à deux droits TCH ou KCS.

3.° Si le Berceau étoit en deſcente droite, au lieu de faire l'angle de ſon profil au deſſous du diametre horiſontal AB, on le feroit au deſſus, comme en SCB.

4.° Si au lieu de la deſcente on conſideroit la même inclinaiſon comme une montée, on feroit ſon profil au deſſous comme en ACM.

5.° Supposant toujours l'essieu perpendiculaire au diametre AB, mais incliné à l'horison en descente, & que de plus qu'au cas précedent, il fût incliné en talud; ayant fait les angles du talud & de descente de suite, & comme on vient de le dire, l'un dessus, l'autre dessous l'horisontale AB, on prendra sur le côté du talud CT, un point T à volonté, par lequel on lui menera la perpendiculaire TM, la ligne MC représentera l'axe, & l'angle MCH celui de l'essieu avec la sousessieu HK, c'est-à-dire, celui de la plus grande obliquité. *Fig. 96.*

6.° Si dans les mêmes circonstances on considere la pente de l'essieu, comme une montée à l'égard de la face, on fera l'angle de la descente en ACG; & du point T tirant sur le talud CT la perpendiculaire TG, la ligne GC représentera la position de l'axe ou essieu, à l'égard de la sousessieu HK, qui ne change point, & l'angle GCK sera celui de la plus grande inclinaison de l'axe du cylindre sur sa base. *Fig. 96.*

Nous pourrions encore ajoûter ici les cas des *surplombs* à ces deux derniers, où nous avons supposé des taluds, ce qui en feroit huit differens, dans les berceaux de direction perpendiculaire au diametre horisontal de la face.

En effet il y a huit combinaisons d'obliquitez; sçavoir deux inclinaisons opposées de la face à l'égard d'un axe horisontal, l'une en l'autre talud & surplomb, deux de l'axe à l'égard d'une face verticale, de montée & descente, deux de face en talud à l'égard d'un axe incliné, & deux de face en surplomb, à l'égard d'un axe de pareille situation, ce qui fait huit cas, où la sousessieu est toujours dans le milieu de la face en HK, & dont l'angle avec l'essieu se trouve par le profil ordinaire.

Explication démonstrative.

Premierement, pour le berceau Droit en talud, si l'on suppose la ligne KC du profil KCT, dans le plan horisontal, & que l'on fasse mouvoir cet angle au tour de son côté KC, jusqu'à ce qu'il soit dans une situation aplomb, il est évident, par la construction, que le côté TC représentera exactement l'inclinaison de la face, comme on peut se le représenter en faisant mouvoir le demi-cercle AHB autour de son diametre horisontal AB, jusqu'à ce qu'il soit couché sur la ligne TC, qui dans cette supposition est en l'air; or parce que l'angle HCS est égal à TCK, si l'on suppose aussi la ligne CS dans un plan horisontal passant par AB, ensuite l'angle HCS tourné perpendiculairement à ce plan AB, cette ligne CS alors sera représentée par la ligne C*u*, comme TC l'est par *t* C, & la ligne C*u* partie de CH, qui paroît en élevation dans une *Fig. 94.*

ſituation verticale ſera inclinée en ſurplomb, comme T C à l'égard de CK l'eſt en talud.

Secondement, ſi au lieu de ſuppoſer la même CH couchée en talud ou en ſurplomb, on la ſuppoſe aplomb, il eſt viſible que l'angle HCS reſtant le même, la ligne SC repréſentera une inclinaiſon en montée; de ſorte que ſuppoſant cette ligne MS tourner ſur ſon milieu C, juſqu'à ce qu'elle ſoit perpendiculaire au diametre AB, le point M tombera ſur m, & le point S ſur u, & alors toute la ligne MS ſera repréſentée par la hauteur mu, qui eſt la difference du niveau des points M & S, & les perpendiculaires Mm, Su ſeront les ſinus droits de l'angle SCu ou MCm, qui exprime la plus grande obliquité de l'axe ſur la baſe du cylindre, c'eſt-à-dire, de l'eſſieu ſur le plan de la face AHB.

Fig. 96. *Troiſiémement*, ſi le berceau eſt en deſcente & en talud, comme on le ſuppoſe à la montée de la gauche de la fig. 96. il ſera facile de reconnoître que le talud diminuë l'obliquité de l'eſſieu avec la face en deſcente; par conſéquent qu'il rend l'angle du profil moins obtus, & au contraire plus aigu avec la face en montée; c'eſt pourquoi dans la conſtruction l'angle du talud ACT eſt ajouté à celui de la deſcente MCA, & qu'au contraire, il eſt retranché de celui de la montée GCA, ce qui donne l'angle de la deſcente MCH plus grand que GCK, ou ce qui eſt la même choſe i C K = à ſon oppoſé au ſommet HCd plus aigu que HCM de la quantité de l'angle dCM égal à celui du talud ACT.

Pour s'en convaincre, ſoit tirée HV parallele à MC, & les lignes VT & uC ſuppoſées aplomb & perpendiculaires à TC, qu'on prend pour horiſontale. Soient de plus les angles VMb uCH égaux à ceux du talud, il eſt viſible que la ligne bM repréſente le talud de la face de deſcente à l'égard de l'aplomb VM, & uC le talud de la face en montée à l'égard d'un aplomb H C, ou d'une horiſontale CB; alors on reconnoîtra que l'angle du talud VMb diminuë l'obliquité de l'axe CM ſur la face MV, & qu'il augmente celle du même axe à l'égard de la face C u. C'eſt-à-dire, qu'il rend leur angle MCu plus aigu, & ſon ſuplément uCx, qui eſt l'angle de montée, plus obtus.

Ou il faut remarquer que la ligne du milieu HC a toujours une ſituation aplomb en apparence dans les élevations où AB eſt horiſontale; parce qu'étant la projection du plan vertical perpendiculaire à AB, elle ſe confond avec toutes les lignes qu'on peut tirer dans ce plan, telle eſt celle du talud; ainſi on eſt obligé de ſuppoſer une autre ligne verticale Cu, pour exprimer l'angle du talud uCH, & par conſéquent de ſuppoſer une autre horiſontale CT, qui lui eſt perpendiculaire, à

laquelle tirant la perpendiculaire TM ou TV, on a une parallele à C*u*, qui est par conséquent aussi verticale devant la face supérieure, comme C*u* l'est sur l'inférieure ; auquel cas, si sans changer la base horisontale TC on vouloit exprimer une montée de face en talud, il faudroit encore retrancher l'angle *u* C *y*, & la ligne HC qui représentoit un aplomb sur l'horison AB, représenteroit alors un surplomb sur l'horison TC, ce qui est assez clair pour qu'il ne soit pas necessaire de s'y arrêter davantage.

3.°

Du Berceau simplement Biais.

Dans tous les cas précedens nous avons trouvé que la sousessieu, ou diametre de la plus grande obliquité étoit sur le milieu de la face; ici nous la trouverons à la ligne de niveau AB dans une seule supposition, que le berceau soit horisontal, & sa direction oblique sur le diametre AB ; alors comme dans le premier cas du berceau Droit, la méthode de Desargues n'a rien de particulier ; car la projection de l'arc de face se fait à l'ordinaire sur le diametre horisontal AB, & l'angle de l'axe avec la face est donné par le plan horisontal.

Soit, par exemple, la moitié de la Fig. 95. la face AHB, dont le diametre AB horisontal est biais sur la direction du piedroit du berceau MB, ou de sa parallele par le milieu LC qui est l'axe, il est clair que l'une & l'autre de ces lignes étant dans le plan horisontal, elles sont placées l'une à l'égard de l'autre sans aucun changement causé par la projection; ainsi AB est sans contredit le diametre de plus grande obliquité, & HK perpendiculaire au plan horisontal, sur lequel il n'est représenté en projection, que par le point C, sera la *Traversessieu*, qui est le diametre Droit sur l'axe oblique ; ce qui est l'inverse des cas précedens, où AB étoit le Droit sur l'axe oblique, & HC celui de la plus grande obliquité ; mais ce cas est unique, car s'il y a du talud ou de la descente, l'obliquité ne se trouvera plus ni dans l'un ni dans l'autre de ces diametres. *Fig. 95.*

Des Berceaux à double obliquité.

1.° *Biais & en Talud ou en Surplomb.*

2.° *Biais & en Descente ou en Montée.*

C'est proprement dans ces sortes de Traits & les suivans, que la méthode de Desargues est intrinséquement differente de l'ordinaire des Auteurs de la coupe des pierres ; mais bien loin de la trouver ridicu-

le comme eux, je lui donnerois la préference sur toute autre, si elle présentoit un peu plus distinctement à l'idée les avances & les reculemens des surfaces des panneaux, dont les figures sont un peu difficiles à trouver & à reconnoître dans leur place; c'est la seule raison qui m'a empêché de la suivre.

Fig. 95. Soit [*Fig. 96.*] ABFV le plan horisontal d'un berceau biais, dont la face AHC doit être inclinée en talud suivant un angle donné TOX, ayant pris à volonté sur la ligne du milieu CQ, qui représente l'axe, un point X, on tirera de ce point une perpendiculaire XO sur le diametre AB, qu'elle coupera en O, d'où on tirera la ligne OT égale à OX, faisant l'angle XOT égal à celui du talud, ou AOT égal à son complement.

Du point X on tirera sur OT une perpendiculaire X*p*, qui coupera O T en *p*, on portera O *p* en O *t* sur OX, & par le point *t* & le centre C on tirera le diametre DI, qui sera celui de la plus grande inclinaison, appellé par Desargues la *sousessieu*.

Cet Auteur la cherche d'une autre maniere, il fait OT égal à OX, & par le point T mene à OX la perpendiculaire T *t*, qui la rencontre en *t*, par où & le centre C il tire la sousessieu, ce qui revient au même, comme il est facile de le démontrer; car à cause des triangles semblables T O *t*, X *p* O rectangles, l'un en *t* & l'autre en *p*, qui ont l'angle TOX commun, & TO = OX, par la construction; donc *p* O = *t* O, *ce qu'il falloit démontrer.*

Presentement pour avoir l'angle que fait ce diametre avec l'axe du berceau ou *l'essieu*, on fera un triangle CE*t* avec les trois lignes CX, qui est partie de l'axe horisontal, X*p* & *t* C, ou suivant Desargues, on élevera au point *t* sur C*t* la perpendiculaire *t* E égale à *t* T, & l'on aura le point E, par lequel & le centre C on tirera EC, qui donnera l'angle EC*t* qu'on cherche.

Si au lieu du biais & en talud on avoit eu un biais & surplomb, on prendroit le suplément de l'angle ECI, qui est ECD.

Si au lieu du biais & talud on avoit eu du biais en descente, la construction seroit la même que pour le biais & surplomb, on auroit mis l'angle de la descente au dessus de A B, au lieu qu'on a mis celui du talud au dessous; & au contraire, si on avoit eu du biais en montée on auroit operé tout comme pour le talud.

Explication Démonstrative.

Puisque le diametre de la plus grande obliquité est la section de la base d'un cylindre par un plan passant par son axe perpendiculairement à cette base, il doit passer par la ligne CX, qui est l'axe horisontal, & la ligne X*p* perpendiculaire au talud O T, qui a été tracé sur le plan horisontal; parce qu'on ne peut représenter une ligne en l'air sur ce plan.

Presentement pour concevoir plus facilement la raison de cette construction, il faut supposer que le demi-cylindre du berceau est mis dans une situation differente; au lieu qu'on supposoit l'axe dans l'horison, nous y supposerons la base ou face du berceau, & l'axe incliné élevé au dessus; alors la ligne du profil OT sera exactement la même que l'ordonnée OX avec sa division en *t*, qui étoit en *p*, & parce que *p*X lui est perpendiculaire, cette ligne *p*X ne sera représentée en projection horisontale que par le seul point *t*, lequel consideré élevé en l'air d'un intervale de hauteur *p*X sur le plan de la base, représentera aussi le point X de l'axe CX, & *t*C représentera cette portion d'axe; par conséquent la seule ligne *t*C pourra être considerée comme la projection d'un triangle égal à *t*CE; puisqu'on doit imaginer sur *t* une verticale égale à PX = T*t* = *t*E par la construction, qui est la hauteur d'un point E de la circonference de la base sur le plan horisontal, & dans notre changement de position, celle du point K de l'axe sur la face en talud, couchée sur le plan horisontal, de sorte que CE = CX représente cette portion d'axe dans son étenduë, laquelle a aussi sa projection en *t*C, qui est partie d'un demi-diametre CI; donc l'angle ECI ou son égal ICK sera celui de l'axe avec le diametre de l'intersection des plans de la face en talud, & celui qui lui est perpendiculaire passant par l'axe, puisqu'il passe par CK & par E*t* ou *p*X, c'est-à-dire, que cet angle est celui de la plus grande obliquité de l'axe sur la base du cylindre, & suivant le langage de Desargues, celui de l'essieu avec la sousessieu, *ce qu'il falloit démontrer.*

On auroit pû expliquer cette construction sans imaginer un changement de situation du cylindre, mais avec un peu plus de difficulté; car il faut concevoir que le triangle rectangle C*t*K ou son égal CE*t*, se meut autour de son côté C*t*, que par cette révolution le point K étant parvenu en *g*, se trouve dans le plan vertical passant par l'axe CX, & qu'alors le triangle *t*C*g* est la projection de la partie du plan incliné à l'horison, mais perpendiculaire à la base passant par l'axe, comprise entre cet axe CX & le diametre EC représenté par *t*C; or par la supposition de la révolution autour de *t*C, *tg* représente *t*K, ou

$tE = tT = pX$, Cg repréſente CK ou CE, & tC eſt commun au triangle de la projection horiſontale tCg & à ſa valeur tCE; mais à cauſe que Xp eſt perpendiculaire à TO, par la conſtruction, & à tC, comme nous l'avons démontré ci-devant, la ligne tg ſera la repréſentation d'une ligne perpendiculaire aux deux tO, tC; par conſéquent au plan de la baſe, dans laquelle eſt un point de l'axe g, repréſentant E ou K ou X, & le point C de cet axe étant immuable, il ſuit que tCg repréſente l'angle de la plus grande obliquité, dont la valeur eſt donnée en tCE, *ce qu'il falloit démontrer.*

Du Biais en Deſcente.

Nous venons de donner la conſtruction des doubles obliquitez du biais & talud, ou biais & ſurplomb. Toutes inclinaiſons égales dans le biais en deſcente, on trouvera par le même moyen la même *ſouſeſſieu* & la même *eſſieu* qu'on a trouvé dans la figure précedente pour le biais en talud.

Fig. 95. Soit [*Fig.* 95.] l'angle BCL, l'obliquité de la direction horiſontale du berceau ſur le plan de la face, que nous ſuppoſerons premierement verticale ſur le diametre AB, ayant tiré d'un point L, pris à volonté la perpendiculaire indéfinie LO ſur ce même diametre, on fera au point O où elle le coupe, l'angle GON égal à celui de la deſcente; puis ayant fait OG égal à OL, on élevera ſur AB prolongée au point G la perpendiculaire GN, qui coupera le profil de la deſcente NO au point N; enſuite on portera la hauteur GN en On ſur Lf, pour y avoir le point n, par où & par le centre C, on tirera le diametre ID, qui ſera la *ſouſeſſieu.*

Pour trouver l'eſſieu on fera comme au cas précedent nS perpendiculaire ſur DI & égale à Nn, qui donnera le point S, par lequel & par le centre C, on tirera la ligne SE qui ſera l'eſſieu, & l'angle DCS ou ſon oppoſé au ſommet ICE, celui de la plus grande obliquité de l'axe ſur la baſe du cylindre.

La démonſtration eſt évidemment la même qu'au cas précedent; puiſqu'il n'y a d'autre difference de conſtruction, que de placer ici au deſſus de l'horiſontale ce qu'on avoit placé au deſſous; parce qu'il eſt évident que ſi l'on avoit un berceau horiſontal en ſurplomb, & qu'on inclinât ſon axe en deſcente, la face qui étoit en ſurplomb deviendroit aplomb, comme nous l'avons expliqué ci-devant.

Ce que nous diſons du biais en deſcente s'applique auſſi très naturellement au berceau biais & en montée, en faiſant le contraire, c'eſt-à-dire,

à-dire, en mettant l'angle de la montée ſous l'horiſontale, comme on a fait pour le biais en talud. En effet ſi l'on incline en montée l'axe d'un berceau biais & en talud, on pourra ſans aucun changement que cette inclinaiſon, mettre aplomb la face qui étoit en talud.

5.°

Des Berceaux à triple obliquité.

1.° *Biais en Deſcente & en Talud ou Surplomb.*

2.° *Biais en montée & en Talud ou en Surplomb.*

Soit [*Fig. 96.*] la face AHB celle d'une deſcente, dont l'obliquité ou biais horiſontal eſt l'angle LCB, ayant tiré comme ci-devant par un point L, pris à volonté ſur la projection LC de l'axe en deſcente, une perpendiculaire L*n* à ſon diametre horiſontal AB, on fera ſous ce diametre au point O l'angle du talud LOP, ou ſon complément POB, & au deſſus de la même ligne, le profil ou angle de deſcente BON; puis ayant fait OP = OL, on tirera ſur OP la perpendiculaire PN, qui coupera le profil de la deſcente en N, par où menant N*n* parallele à AB, qui coupera L*n* au point *n*, on tirera par *n* & le centre C la ligne DI, qui ſera la *ſouſeſſieu* ou diametre de plus grande obliquité.

Ensuite pour trouver la poſition de l'eſſieu à ſon égard, on lui fera au point *n* la perpendiculaire *nq* égale à *n*N, & par ſon extrémité, & le centre C on tirera la ligne ES*q*, qui repréſentera *l'eſſieu*.

Si au lieu de deſcente il s'agit de *montée biaiſe & en talud*, ſuppoſant la même obliquité LCB & le même talud BOP, on fera l'angle ou profil de la montée BOF ſous l'horiſontale AB, comme le talud; puis ayant fait OP égale à OL, on menera au point P la ligne PF perpendiculaire à OP, qui coupera le profil de la montée FO au point F, par où on tirera F*f* perpendiculaire à L*n*, qu'elle coupera au point *f*, la ligne *id* menée par ce point *f*, & le centre C ſera la *ſouſeſſieu*, ou diametre de plus grande obliquité.

La poſition de l'eſſieu à ſon égard ſe trouvera comme à l'ordinaire, en faiſant au point *f* une perpendiculaire *fſ* à *di*, & tirant par les points *ſ* & C la ligne *ſe*; il eſt clair que quand même la montée ſeroit égale à la deſcente, les angles d'obliquité ne ſeroient pas pour cela égaux, par les raiſons que nous avons donné au 2.e article, que le talud de la deſcente diminuë l'angle de l'obliquité de l'axe avec la face, & qu'au contraire il l'augmente dans la face en montée & en talud, ſoit qu'il y ait du biais ou qu'il n'y en ait pas.

Il n'eſt pas néceſſaire d'ajouter une démonſtration aux précedentes; puiſque cette augmentation d'obliquité n'eſt qu'une compoſition de celles que nous avons expliqué en particulier, & dont nous avons démontré la juſteſſe de la conſtruction.

Application & Uſage des Angles de plus grande obliquité & de leurs côtez.

Ayant fait la diviſion du ceintre de face en ſes vouſſoirs à l'ordinaire, on fera la projection de ſes diviſions, non ſur le diametre de la face, comme on a coutume de faire dans la maniere ordinaire, mais ſur la ſouſeſſieu, laquelle ne ſe confond avec ce diametre que lorſque le berceau eſt Droit, encore peut-on la mettre en toute autre poſition; puiſque tous les diametres peuvent être pris pour la ſouſeſſieu; parce qu'ils ſont tous perpendiculaires à l'axe; ainſi en quelque ſituation que ſoit un diametre, aplomb, de niveau, ou incliné, il fait toujours le même angle avec ſon axe.

C'est pourquoi 1.° *dans le Berceau Droit* [*Fig.* 94.] on prendra, ſi l'on veut, AB pour ſouſeſſieu, & ſa perpendiculaire CH pour eſſieu, non qu'elle ſoit en réalité dans la même ſurface, puiſqu'elle lui eſt perpendiculaire, mais on l'y tranſporte pour y tracer l'épure, & parce qu'elle n'y eſt pas néceſſairement, il ſuit qu'on peut faire l'épure ſéparement de l'élevation de la face, il ſuffit d'avoir l'ouverture de l'angle des lignes d'eſſieu & de ſouſeſſieu, & la projection des diviſions de la face ſur la ſouſeſſieu.

Il eſt donc clair que deux lignes à l'équerre ſuffiſent pour faire l'épure d'un berceau Droit, comme [*Fig.* 94] AB & HK, & qu'on peut faire la projection des diviſions 1, 2, 3, 4 ſur la ligne AB, ou ſur la ligne CH; puiſque ſi l'une eſt priſe pour ſouſeſſieu, l'autre ſera priſe pour l'eſſieu. Cette projection étant faite, on s'en ſervira pour faire les panneaux, ſuivant la méthode ordinaire; car dans le cas du Berceau Droit, celle-ci n'en differe en aucune façon.

Fig. 94. 2.° Dans les berceaux Droits, mais en talud, ſurplomb, montée, ou deſcente, où la ſouſeſſieu ſe trouve dans une ligne aplomb KH, & où l'eſſieu ne lui eſt pas perpendiculaire, mais incliné comme MS, les projections des diviſions doivent ſe faire par des horiſontales 1 *u*, 2 V ſur HC; puis des points *u*, V, où ces lignes rencontrent la ſouſeſſieu, on abaiſſera des perpendiculaires *u r*, VR ſur l'eſſieu MS, leſquelles ſont les hauteurs des retombées de l'arc-Droit; parce qu'elles ſont des ſections des plans paſſans par les diviſions 1 & 2 perpendi-

culairement à l'axe ; & au lieu que dans la maniere ordinaire elles sont toutes dans un plan coupant le berceau perpendiculairement à l'axe ; dans celles-ci elles sont dans la situation du parallelograme par l'axe.

Cette seconde instruction de pratique doit s'entendre non seulement pour les cas que je viens de nommer, mais encore pour les autres de double & de triple obliquité ; il suffit d'avoir trouvé la sousessieu placée dans l'arc de face, & ensuite l'angle que cette ligne fait avec l'axe du berceau.

Comme il arrive que la sousessieu DI est souvent inclinée au diametre horisontal AB, les projections des divisions de l'arc de face se font de part & d'autre de cette ligne, comme on voit à la figure 97. où la partie de l'arc A6D est au dessus de ID, & la partie DB au dessous ; ainsi on tirera d'un côté les perpendiculaires *a*F, 1P, 2*p*, 3R, & de l'autre côté *bq*, 4*q*, ce qui fait un mélange de divisions sur la ligne ID, qu'il faut avoir soin de distinguer par les chiffres de leur origine, faute de quoi cette maniere fournit de fréquentes occasions de se tromper. *Fig. 97.*

Il est visible qu'on doit en user pour l'extrados A6D comme pour la doële *a*2T, & pour D8B comme pour T4*b*.

Pour la seconde operation on tirera par toutes les divisions que la projection inclinée a donné sur la sousessieu DI, des perpendiculaires sur l'essieu ES, comme PQ, *u*V, R*r*, G*g*, F*f*, qui donneront les hauteurs des retombées de l'arc-Droit, non pas sur un plan horisontal ; mais sur le plan d'une section par l'axe perpendiculaire à celui qui passe par l'essieu & la sousessieu.

Elles donneront de plus les angles des têtes des panneaux de lit & de doële, en les prolongeant au delà de l'essieu ES.

Premierement, pour les panneaux de doëles, elles expriment les avances & reculemens d'une division de voussoir à la suivante ; ainsi puisque les points Q & *r* provenans des divisions 2 & 3, marquent l'intervale, dont un de ces joints 2 avance plus que l'autre 3, sur le plan passant par l'axe, & le diametre de plus grande obliquité ; il est clair que l'angle que fait le joint de lit, qui est toujours parallele à l'axe, avec la corde 2 3 de la doële plate, sera toujours égal à celui qui se fera à l'axe même avec cette corde, placée entre les avances Q & *r* ; c'est pourquoi on prendra avec le compas la corde 2 3, & plaçant une de ses pointes en Q, provenant du point 2, on fera avec l'autre pointe un arc, qui coupera la ligne R*r* prolon-

gée [laquelle provient du point 3] en un point *z*, par lequel menant une ligne *zn* parallele à QS on aura pour le panneau de doële la fig. SQ*zn*.

SECONDEMENT, pour les panneaux de lit on en usera de même, en plaçant entre les paralleles *p*Q & V*u*, provenant des divisions 2 & 6 de la doële 2, & de l'extrados 6, la longueur 2 6 du joint de tête de l'arc de face; ainsi on trouvera le point Y par l'intersection d'un arc fait du centre Q, & de l'intervale 2, 6, pour rayon avec la ligne VY qu'il coupera en Y, par où si l'on mène une parallele Y*o* à l'axe ES, on aura le trapeze OQY*o* pour le panneau de lit de la seconde division, qui est le lit de dessus du second voussoir, & celui de dessous du troisiéme.

POUR ne pas embroüiller l'épure de trop de figures, & séparer celles de differente espece, comme les lits & les doëles, qui s'y trouveroient mêlez, & causeroient de la confusion, on peut les ranger ensemble dans une figure à part, comme on voit à la figure 98. où l'on a mis les lits d'un côté & les doëles de l'autre. *Fig.* 98.

AYANT tiré deux lignes DI & ES, qui se croisent perpendiculairement en M, on portera de ce point M les largeurs des doëles d'un côté & des lits de l'autre, prises perpendiculairement à la ligne ES de la fig. 97. comme *n* S, O*o* &c., qui donneront sur la ligne D, I des points 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera autant de paralleles à ES, comme *z*T, *zu*; puis si les voussoirs sont égaux sur l'arc de face; du point M pour centre & de l'intervale d'une doële *a* 1 de la figure 97. on fera un arc de cercle, qui coupera toutes les paralleles V*z* aux points *z*; de même si l'on prend pour son arc le rayon du joint de tête 1 5 de la fig. 97, il donnera tous les points *yy* de la figure 98.

ON tirera plus commodément & sans confusion toutes les largeurs de doële & de lit, en formant l'arc-Droit comme il suit:

Fig. 97. ON tracera par le centre C une perpendiculaire 7K, à l'essieu ES, sur laquelle on renverra les divisions de la sousessieu, provenant des joints de tête 1, 2, 3, 4 par des perpendiculaires à K7, ou, ce qui est le même, des paralleles à l'essieu, sur lesquelles on portera les longueurs des perpendiculaires tirées par les divisions de l'arc de face à la sousessieu.

Fig. 99. POUR ne pas embroüiller la figure d'une trop grande quantité de lignes, il est à propos d'en faire une à part, comme on voit à la fig. 99.

Ayant tranſporté les lignes ES & DI *di* en EM, de la fig. 97. faiſat entr'enlles le même angle, on prendra ſur la ligne DI toutes les diviſions provenantes des perpendiculaires, tirées à cette ligne par les joints des vouſſoirs, qu'on portera en *di.*

Ensuite on tirera par le centre C une ligne D 1ʳ perpendiculaire à l'eſſieu ES, & par les diviſions de la ſouſeſſieu *efghiklmnop*, on menera des paralleles à l'eſſieu ES, qui couperont la ligne D 1ʳ aux points A, *a*, 5, 1, 2, 6, 3, 7, &c. deſquels points, comme termes, on portera ſur les paralleles à l'eſſieu les longueurs des ordonnées à la ſouſeſſieu, priſes à la figure 97. ſçavoir GA en A A, F*a* en *fa*, *b*5 en 55ʳ, P 1 en 1 1ʳ, ainſi de ſuite, & l'on aura les points *a*ʳ 1ʳ 2ʳ, 3ʳ, 4, &c. pour les diviſions de la doële, par leſquels on tirera les droites *a*ʳ 1ʳ, 1 2ʳ, 2 3ʳ, qui donneront un poligone formé par la ſuite des doëles plates de l'arc-Droit.

La même choſe ſe fait pour l'extrados.

Presentement, il eſt clair que l'on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les vouſſoirs ſur la pierre; car on a les panneaux de lit & de doële & les biveaux de lit & de doële à l'arc-Droit, comme dans les Traits de la maniere ordinaire.

Explication Démonſtrative.

Nous avons rendu raiſon de la juſteſſe de l'operation pour trouver l'eſſieu & la ſouſeſſieu dans toutes les circonſtances de biais, talud & deſcente données, il reſte préſentement à montrer que l'arc-Droit eſt bien trouvé.

Puisque la ſouſeſſieu eſt le diametre de la plus grande obliquité, il ſera auſſi le plus grand de tous les diametres, ſi la face du berceau étoit Elliptique; parce qu'il en ſeroit le grand axe, & ſuppoſant que le berceau ait la face circulaire, comme lorſqu'il eſt moitié du cylindre ſcalene, ce diametre de ſouſeſſieu, quoiqu'égal à tous les autres, ſera toujours plus grand que celui de la ſection perpendiculaire à l'axe, puiſqu'il lui eſt incliné; mais les lignes perpendiculaires au plan par l'axe, & ce diametre de ſouſeſſieu ſeront toutes égales à leurs correſpondantes dans l'arc de face & dans l'arc-Droit; c'eſt pourquoi on a porté les longueurs des ordonnées à la ſouſeſſieu comme AG, *a*F perpendiculairement au diametre de l'arc-Droit en AAʳ, *aa*ʳ, &c. parce que l'axe n'eſt pas incliné à toutes les lignes, qui ſont perpendiculaires au plan paſſant par la ſouſeſſieu; mais il l'eſt à toutes les lignes paralleles ou inclinées à cette ſouſeſſieu; c'eſt pourquoi dans cette

méthode, en quelque situation que la face soit à l'égard du berceau, on n'a aucun égard ni au talud, ni à la descente ; parce que les lignes tirées des divisions au diametre sur lequel se fait la premiere projection de l'arc de face, ne sont pas comme dans les autres méthodes, des aplombs, ou des lignes inclinées dans un plan vertical, qui peuvent changer de rapport & d'inclinaison à l'égard de l'axe ; dans celles-ci elles sont toujours egales à la largeur du berceau, à toutes les sections des lits ; parce qu'elles sont toujours perpendiculaires au plan par l'axe, qui est perpendiculaire, par la construction, à celui de la face ou base du cylindre. Ingénieuse invention de Desargues, qui auroit dû lui faire honneur, s'il n'avoit pas affecté de la rendre mysterieuse, & difficile à deviner ; il auroit mieux fait d'en inferer l'explication & la démonstration dans le Livre de Bosse, que ce pitoyable extrait des Régistres de la Communauté des Maîtres Massons de Paris, pour prouver que Charles Bressi n'avoit pas été refusé pour avoir voulu faire son chef-d'œuvre suivant la nouvelle méthode, & prendre querelle avec un Critique ignorant, qu'il auroit terrassé par la seule démonstration.

CHAPITRE VI.

DES VOUTES CONIQUES.

En Termes de l'Art.

Des Trompes & Voutes en Canoniere.

ON connoît ce genre de voute en Architecture sous differens noms. Celles qui sont des moitiez de cônes continuées jusqu'au fond de sa pointe, c'est-à-dire, de son sommet, s'appellent *Trompes* ; celles qui ne sont que des moitiez de cônes tronquez, dont les impostes se reserrent sans se joindre, s'appellent *Voutes en Canonieres.*

Cette difference de nom n'en cause aucune au Trait de l'épure, ni à l'exécution ; car on est obligé de réduire tous les voussoirs des trompes à des portions de cône tronqué ; parce que la fragilité de la pierre ne permet pas qu'on puisse la tailler en angle aussi aigu que le seroit leur pointe vers le sommet du cône, s'ils y aboutissoient. Pour obvier à cet inconvénient, & pour la beauté de l'apareil, on fait le fond de la trompe d'une seule piece, qu'on appelle *Trompillon*, au tour duquel les voussoirs s'arrangent en rayon, & s'appuyent sur les côtez, & quelquefois en partie sur un lit de tête, dont la surface est assez gran-

de pour qu'elle ait une ſolidité capable de réſiſter aux coups des outils, dont on ſe ſert pour tailler la pierre, & aux chocs ou aux efforts des outils en la poſant.

Pour donner une juſte idée de cette eſpece de voutes, nous en allons expliquer la generation.

Tout le monde ſçait que la ſurface d'un cône eſt la trace d'une ligne Droite SA, immobile ſur une de ſes extrémitez S, qui parcourt en A une courbe circulaire ou Elliptique AHE appellée baſe, & que la ligne SC, menée du point immobile au centre C du cercle ou de l'Ellipſe s'appelle *l'axe* du cône. *Fig.* 100.

Comme il ne s'agit pas ici ſimplement d'une ſurface de cône, mais d'une voute ſolide, compriſe entre deux ſurfaces, l'une concave, l'autre convexe, nous devons expliquer la generation de la trompe Droite par le *mouvement d'un trapeze AB* s *S, immobile ſur ſon côté* s *S, au tour duquel il fait la moitié d'une révolution.*

Si ce trapeze fait partie d'un triangle rectangle ACS, qui ſe meut ſur ſon côté SC, il formera cette eſpece de ſolide qu'on appelle *Trompe Droite*, qui eſt compris par deux ſurfaces de cônes, l'une concave, qui eſt la doële, l'autre convexe, qui eſt l'extrados, leſquelles ont une partie de leur axe *s*S commun, & une partie du diametre de leur baſe, que nous appellons *l'Arc de face.*

Corollaire.

D'ou il ſuit 1.o qu'en quelque ſituation que ſoit le triangle ACS, horiſontale, verticale ou inclinée, le trapeze AB*s*S, qui eſt la ſection de la voute, appellée *Lit*, ſera toujours dans le plan qui paſſe par l'axe S C.

2.o Que ſes côtez reſtant à même diſtance entr'eux dans ce mouvement, marqueront un intervale toujours égal entre les deux ſurfaces de la doële & de l'extrados, ſuppoſant la voute d'égale épaiſſeur.

3.o Qu'un des côtez de ce trapeze, qui eſt à la ſurface de la baſe du cône appellée la *Face* de la trompe, tendra toujours au centre C de cette face, qui eſt néceſſairement circulaire; ſuivant cette generation, laquelle eſt perpendiculaire à la trompe droite circulaire. Mais comme il y a des trompes, dont la face quoique perpendiculaire à l'axe, n'eſt pas circulaire, mais Elliptique, & d'autres dont la face, quoique circulaire, n'eſt pas perpendiculaire à l'axe, d'autres enfin ou elle n'eſt ni perpendiculaire à l'axe ni circulaire; il faut toujours en

revenir à la generation du cône pour chacune des deux surfaces, qui comprennent l'épaisseur de la voute, ou bien, en supposant le trapeze ABsS, considerer que ses angles changent d'ouverture à mesure qu'il fait sa révolution, que ses côtez s'alongent & se racourcissent, comme ceux d'un cône scalene, lorsque la base qu'il parcourt n'est pas perpendiculaire à l'axe SC, & que lorsqu'elle lui est perpendiculaire, & de contour Elliptique, ce trapeze ne se meut pas au-tour d'un axe, mais perpendiculairement à la tangente de chaque point de l'Ellipse, qu'il parcourt par sa tête mobile; cela supposé, nous allons commencer par la Trompe droite circulaire, c'est-à-dire, par le cône Droit.

PROBLEME. XIII.

Faire une Voute Conique de face plane, qui soit portion d'un Cône Droit circulaire, ou d'un Cône scalene, consideré comme Droit sur une base Elliptique.

En Termes de l'Art.

Faire une *Trompe Droite* dans un angle rentrant *en plein ceintre*, *surhaussée ou surbaissée*, ou bien *une Voute en Canoniere.*

Fig. 101. PAR le mot de *Trompe Droite* nous entendons celle dont l'axe & les impostes sont de niveau, & la face aplomb à l'équerre sur le milieu de la trompe, ce qui comprend deux cas, l'un où la face est circulaire, qui fait ce que le P. DERAN appelle la *trompe fondamentale*, représentée en perspective à la figure 101. l'autre où la face est surhaussée ou surbaissée.

Premier cas, *de la Trompe Droite Circulaire.*

PAR l'explication que l'on a donné de cette trompe dans sa generation, il est visible qu'elle est très uniforme dans ses parties.

CAR si la division de la face en ses voussoirs est faite de parties égales, un seul voussoir représente tous les autres. Les panneaux de tête, de lit & de doële ne souffriront aucun changement d'un voussoir à l'autre.

1.o Les têtes seront des portions de couronnes de cercles égales, Par la construction.

2.o Les panneaux de doële plate seront des triangles isosceles égaux.

3.o Et les lits des trapezes aussi égaux, dont les angles aigus sont de 45. degrez, si l'angle rentrant, dans lequel on fait la trompe est Droit, & les obtus de 135. cela supposé. SOIT

94.
95.
96.
97.
98.
99.
Doeles lits

Soit [*Fig.* 102.] le triangle ASE le plan horifontal de la Trompe, & la figure ASED*s*B celle de fon épaiffeur à fes impoftes, qu'on fuppofe de niveau. Soit auffi la portion de couronne de cercle AHE, D*b*B l'arc de face de la trompe, divifé en fes vouffoirs à l'ordinaire par des joints de tête, qui tendent à fon centre C. Ayant abaiffé de chacune de ces divifions 1, 2, 3, 4 des perpendiculaires au diametre AE, qui le couperont aux points *p* P, &c. on tirera de chacun de ces points des lignes au fommet *s* de l'angle B*s*D de la doële, lefquelles feront les projections des joints de lit, qui ne peuvent fervir, comme dans les voutes cylindriques, à en prendre les mefures; parce que toutes ces lignes, excepté celles des impoftes AS, ES, font des repréfentations de lignes inclinées à l'horifon, qui font par conféquent racourcies dans cette projection; mais elles ferviront dans les autres cas pour trouver les veritables longueurs des panneaux de lit & de doële.

Je dis dans les autres cas; parce que fuppofant la trompe Droite circulaire, la valeur de chacune de ces projections eft égale à *s*D, longueur du côté à l'impofte. Ainfi pour former les panneaux de doële plate tout eft donné; il ne s'agit que de faire un triangle ifofcele C*d* d^4 où l'on voudra, qui ait deux côtez égaux à *s*D, & le troifiéme égal à la corde de l'arc D4, ce que l'on a fait dans la fig. 103. en faifant du point C pour centre & *s*D pour rayon un arc *d* d^4, dans lequel on infcrit la corde 4 D. *Panneau de Doële.*

2.° *Les panneaux de Lit* font donnez dans le plan horifontal, parce qu'ils font tous égaux au trapeze d'une impofte *s*DES ou AS*s*B, par la raifon de la generation de cette trompe.

3.° Les panneaux de tête font auffi donnez fur l'élevation; puifque ce font les portions de couronnes de cercle AB15, 1265, &c. qui font égales entr'elles, fi les vouffoirs ont été faits à tête égales.

Il ne refte plus à trouver que les biveaux de lit & de doële, comme nous l'avons dit au Probl. 14. du 3.[e] Livre, dont nous allons faire l'application à cette trompe, par exemple, au deuxiéme ou quatriéme vouffoir, il n'importe pour lequel dans la trompe Droite à têtes égales, où l'angle de ce biveau eft toujours le même.

Ayant prolongé la corde 3 4 jufqu'à la rencontre du diametre A E au point O, on tirera à ce point, par le fommet *s* de la doële, une ligne *s*O, qui fera la fection de la quatriéme doële plate prolongée avec l'horifon. *Biveau de Lit & de Doële plate.*

On prolongera auffi la projection *s*P du lit, dont il s'agit indéfiniment vers x^3, & fur cette ligne on tirera par le point P une perpen-

diculaire Pp^3 qu'on fera égale à la hauteur de la retombée 3P. On tirera du point s la ligne sp^3, sur laquelle on fera une perpendiculaire $p^3 Y$, qui coupera la projection sx^3 au point Y, par lequel on lui menera une seconde perpendiculaire yz, qui coupera la ligne s O prolongée au point z, & la diagonale de l'angle BsD, ligne du milieu de la trompe en y, on portera la longueur Yp^3 en Yx^3, & l'on tirera les lignes $x^3 z$, & $y\,x^3\,i$ l'angle Lx^3i sera celui que l'on cherche.

Presentement, si l'on veut trouver le biveau de *doële plate & de tête*, pour se dispenser de faire des panneaux de lit & abreger ainsi l'ouvrage, on operera comme il suit:

A l'extrémité 3 de la corde 3, 4, on lui fera une perpendiculaire 3Q, qui coupera le diametre AE au point Q, par lequel on menera Qu parallele à l'axe Cs jusqu'à ce qu'elle rencontre la section Os de l'horison & de la doële au point u; ensuite ayant porté la longueur 3Q sur le diametre EA prolongé en QQ^3, on tirera la ligne uQ^3, l'angle uQ^3i sera celui du biveau que l'on cherche, lequel est moins obtus que celui du panneau de lit sDE, comme on va le voir.

Lorsque la trompe Droite est de face circulaire, on peut abreger cette operation, l'uniformité du cône Droit, dont elle est une moitié, fournit un moyen plus simple, qui ne convient pas aux autres.

Il ne s'agit que de tirer la corde de l'arc d'une tête, par exemple, 4D à la doële, & sur le milieu l la perpendiculaire lf, dont on portera la longueur de D en x, on tirera xs, l'angle sxE sera celui du biveau que l'on cherche.

REMARQUE.

Quoique cet angle soit peu different de celui du lit à l'imposte sDE, il ne convient pas de prendre celui-ci sDE pour le biveau de doële plate & de tête comme fait M. de la Rue, page 68. c'est le biveau de doële creuse & de tête; or celui de la doële plate est manifestement moins obtus; car puisque l'angle sDE est extérieur à l'égard du triangle xDs, il est plus grand que l'angle sxD. cette erreur devient d'autant plus sensible, que la tête du voussoir comprend un plus grand arc de cercle, enfin elle peut aller de pair avec celle que cet Auteur reproche aux panneaux des voutes sphériques, suivant l'ancienne méthode; par conséquent elle mérite attention chez les amateurs de l'exactitude.

Il nous reste à dire quelque chose des joints de doële transversaux, comme sont ceux des têtes des voussoirs, dont le rang est fait de plusieurs

pieces, & lorſqu'il eſt d'un ſeul vouſſoir, celui de la tête inferieure qui s'appuye ſur le trompillon.

La plûpart des Appareilleurs font les joints de doële & les lits de tête plans & paralleles au plan de la face, apparemment parce que cette méthode eſt la plus ſimple, par conſéquent la plus commode, en ce qu'il ne s'agit que de retrancher des panneaux de doële & de lit des parties paralleles aux lignes de tête de face, pour faire une ſurface plane, cependant elle n'eſt pas la meilleure, parce que les arêtes des têtes en joints contiguës ſont l'une obtuſe l'autre aiguë; celle du trompillon eſt obtuſe de 135 degrez à la trompe droite circulaire, & celle du vouſſoir qui ſe poſe deſſus fait un angle de 45 degrez, qui eſt trop foible pour qu'on puiſſe en conſerver l'arête vive ſans riſquer de la caſſer, pour peu que la pierre ſoit fragile.

Il conviendroit mieux de faire les têtes intérieures coniques de portions de cônes tronquez, tournez en ſens contraire de celui de la trompe, telles ſont G*eg*, qui ont leurs ſommets en *e* & *e* [*Fig.* 100.] ſur l'axe SC formez par les lignes G*i* & *gi* prolongées, leſquelles par leur révolution autour de l'axe S C de G en *g* forment autant de de cônes, dont les ſurfaces ſont celles des joints en lit tranſverſaux de la trompe.

La raiſon eſt que, par cette conſtruction, la tête inférieure du vouſſoir s'appuye pleinement ſur celle de l'inférieur; ainſi elle décharge les piedroits d'une partie de la pouſſée, au lieu que lorſque les têtes ſont aplomb, l'effort du poid du vouſſoir ſe fait preſque tout ſur les lits collateraux, & par conſéquent ſur les piedroits qui les ſoutiennent, d'où il ſuit qu'ils ont beſoin d'une bonne épaiſſeur, pour ne pas être écartez par cet effort; nous donnerons les deux manieres de faire les lits en joints tranſverſaux, plans & coniques.

Pour les premiers, ayant déterminé la poſition du joint dans la projection, comme en TN, on portera la longueur SN de la figure 102. en C*n* de la fig. 103. & l'on menera N4^t parallele à dd^4 pour le premier vouſſoir, & du point 4^t une autre parallele $4^t 3^t$ à la tête du panneau d^4 d^3, ainſi des autres, & après avoir déterminé la tête de la doële plate, on fera la tête inférieure du panneau de lit, comme N*e* de la fig. 102. parallele à DE, pour former par le moyen des deux & trois lignes données une ſurface plane, ſur laquelle on appliquera le panneau de tête de l'arc de trompillon 4^nN pour le premier vouſſoir, 4^n 3^n pour le ſecond, &c. & appuyant la régle ſur le contour de cet arc & de celui de tête de face, on formera la doële creuſe du vouſſoir.

Si la trompe eſt ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, on décrira ſur l'axe TN une demi-Ellipſe ſemblable à celle de face B1°*b*, dont les diviſions 1", 2" ſeront déterminées par les perpendiculaires *q* 1", *q* 2" élevées ſur les points *q*, *q*, des interſections du diametre TN, avec les projections des joints de lit $p^1 q$, $p^2 q$, &c. comme il a été fait pour la partie circulaire LN.

Secondement, pour faire les têtes en lits coniques, il n'y a point de changement à faire au panneau de doële plate dans la poſition du joint de doële; mais bien dans le panneau de lit, où au lieu de prendre N*e* parallele à DE, il faut tracer ſur le lit une ligne N*r*, perpendiculaire ſur le joint ND, puis par le moyen d'un panneau flexible, formé en arc d'un cercle, qui ait pour rayon C'*n*, on tracera ſur la doële creuſe un arc *n* 4' pour le premier vouſſoir, ou 4' 3' pour le ſecond, & on abatra la pierre ſuivant une équerre, dont une des branches qui ſera ſur la doële creuſe, ſera toujours dirigée au ſommet du cône, par les moyens que nous avons donnez pour former cette ſurface au commencement de ce Livre; ainſi on formera une ſeconde ſurface conique creuſe perpendiculaire à celle de la doële qui ſera la tête en lit concave, qu'on doit appliquer ſur la tête en lit convexe du trompillon, ou d'un vouſſoir contigu, en continuation de la doële. Suivant cette conſtruction il eſt viſible que les arêtes des têtes ſeront à l'équerre, au lieu que dans la précedente elles étoient l'une aiguë, l'autre obtuſe: ſecondement que par cette diſpoſition la tête convexe ſert d'appui à la tête concave, au lieu que dans l'autre elle ne ſert qu'à l'arrêter pour ne pas trop avancer vers le trompillon.

Application du Trait ſur la Pierre.

On commencera par former la pointe de la Trompe d'une ſeule pierre appellée Trompillon, après avoir dreſſé un parement pour ſervir de lit, on y appliquera le panneau de l'angle donné T*s*N, ſur lequel on tracera la diagonale *sm*; on fera enſuite un ſecond parement d'équerre au premier, ſur lequel on y tracera le demi-cercle TLN, prenant pour ſon diametre TN; puis on abatra la pierre à la régle, tournant ſur le point *s* immobile par un bout, & faiſant mouvoir l'autre partie de la régle ſur l'arc donné TLN, on formera la ſurface creuſe d'un demi-cône complet, qui fait la naiſſance de l'angle de la trompe, en occupant la place de toutes les pointes des vouſſoirs, qui devroient aboutir au point *s*.

Pour former les autres vouſſoirs qui ſont des portions de cônes tron-

quez, on peut s'y prendre, comme pour les berceaux, de deux manieres, ou par les angles des lits & de la doële, ou par ceux de doële & de tête, cette derniere étant plus expéditive, parce qu'elle dispense de faire les panneaux de lit, nous la préferons à l'autre.

Apres avoir dressé un parement pour servir de doële plate, on y *Fig.* 103.
appliquera le panneau qui convient, lequel sera égal pour tous les voussoirs, si la division de leur tête de face a été faite égale, & après en avoir tracé le contour, par exemple, $4^s d^4 dn$, on prendra le biveau de doële & de tête $e Q^s i$, suivant lequel on abatra la pierre le long du côté $d d^4$, pour former un second parement, sur lequel on
posera le panneau de tête $4^s 8 ED$, posant la corde 4D sur l'arête du *Fig.* 102.
côté $d d^4$ pour en tracer le contour, puis avec l'angle du supplément & 103.
à deux droits du biveau $e Q^3 A$, on formera la petite tête inférieure, sur laquelle on appliquera un panneau de l'arc $e N 4^n$ du trompillon; ainsi ayant les deux appuis de la régle à chaque tête on la fera couler sur ces deux arcs opposez, en abatant toute la pierre qui l'excéde, comme il a été dit au commencement de ce Livre, pour la formation des surfaces coniques.

Presentement pour former le lit, on fera couler la régle sur les lignes de joint de tête, & l'arête de lit & de doële ou sur la coupe de tête inférieure $4^n 3^n$; l'autre lit se fera de même, & le voussoir sera achevé, s'il n'y a pas d'extrados; au cas que la voute soit extradossée, il sera facile d'en former la surface convexe de la même maniere que pour la concave.

Si l'on s'étoit servi du biveau de lit & de doële, après avoir formé les surfaces destinées pour les lits, il auroit fallu y appliquer les panneaux de lit pour avoir la position des arêtes des têtes supérieure & inférieure.

Remarque sur des Erreurs du P. Deran.

Il faut remarquer que pour former la surface creuse de la doële, on doit bien se garder de suivre la pratique du P. Deran, qui dit, qu'il faut se servir de la cerche circulaire, formée sur l'arc du secteur, qui est le dévelopement du cône, le posant *quarrément* sur la doële; car il est évident que la section perpendiculaire à une doële conique de trompe Droite est une Ellipse, & non pas un cercle. Il faut encore autant éviter sa pratique de faire servir la même cerche à la petite tête comme à la grande, & tout au long du voussoir; car il n'est pas moins évident, que plus les sections Elliptiques ou circulaires approchent du sommet, plus leurs arcs sont courbes dans des intervales égaux.

Il fait une troifiéme faute dans l'ufage de la cerche formée fur l'arc de face en la pofant obliquement. De quelque façon qu'elle foit pofée elle ne peut convenir qu'à la bafe du cone, qui eft la face de la trompe, & nullement plus près du fommet, par la raifon que nous venons de dire, laquelle eft auffi fondée fur ce Lemme, du commencement de ce livre, qui dit que les cordes égales des arcs de cercles inégaux foutiennent un arc d'un moindre nombre de degrez dans les grands que dans les petits; or les cordes des doëles coniques doivent foutenir des arcs de cercles égaux en nombre de degrez; parce que les fections droites des cônes coupent proportionellement les obliques qui font paralleles entr'elles; donc cette pratique eft condamnable.

Nous avons fuppofé dans ce Trait que les têtes inférieures doivent être planes, fi l'on vouloit que les têtes intérieures des vouffoirs fuperieurs fe pofaffent quarrément fur les inférieurs, il faudroit abatre la pierre à l'équerre fuivant l'arc de cercle de la doële creufe, & l'on formeroit des furfaces coniques comme nous l'avons dit ci-deffus, l'une convexe à la tête en lit de la pierre inférieure, l'autre concave à la tête inférieure du vouffoir fuivant, pour s'adapter fur la convexe.

Second Cas des Trompes Droites, lorfqu'elles font furhauffées ou furbaiffées.

Il y a plufieurs differences du cas précedent à celui-ci, la premiere à l'égard de la Géometrie, c'eft que la trompe Droite à face circulaire eft un cône Droit proprement dit, & que la trompe droite furhauffée ou furbaiffée eft intrinféquement un cône fcalene coupé perpendiculairement à fon axe, dont la fection circulaire, qui eft inconnuë, mais qu'on peut trouver par le Probl. 33 du 2.e Livre, eft oblique à ce même axe.

A l'égard du trait de la Coupe des pierres, cette trompe differe de la *fondamentale* en quatre chofes.

1.° Dans le contour du ceintre de face, lequel eft furhauffé ou furbaiffé, au lieu que dans celle-là il eft circulaire.

Fig. 102. 2.° Dans la direction des joints de tête, qui ne doivent pas tendre au centre C, mais être perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de chaque divifion de vouffoir, comme nous l'avons dit des berceaux de face Elliptique; ainfi le joint de tête 5° 1° aboutit fur le diametre AE au point x, & le joint 6° 2° prolongé tend au point y.

3.° Dans la longueur des joints de lit qui ne font pas égaux entre

eux, mais qui s'alongent ou se racourcissent, en s'élevant depuis le niveau des impostes à la clef, selon que le ceintre est surhaussé ou surbaissé.

4.° De cette inégalité de lits suit celle des angles des têtes de leurs surfaces, qui sont aussi inégaux entr'eux, au lieu que dans la trompe précedente les lits & leurs têtes sont égaux en tout.

Soit [*Fig.* 102.] à la gauche, la moitié d'une face surhaussée A*ab*B, élevée sur le même diametre AE, & sur le même angle rentrant ASE que dans la trompe précedente. L'ayant divisé en ses voussoirs, & abaissé des perpendiculaires 1° p^1, 2° p^2, on tirera les projections des joints de lits $p^1 s$, $p^2 s$ au sommet de l'angle *s*, lesquelles seront plus serrées du côté du piedroit B*s*, qu'elles n'étoient à la trompe circulaire; ce qui les alonge un peu plus.

Par le moyen des projections & des aplombs 1° p^r, &c. on cherchera les vraies longueurs des joints de lit par des profils, comme nous l'avons dit au 3.e Livre.

Ayant porté sur une ligne BC, placée où l'on voudra [*Fig.* 103.] les longueurs des projections de la Fig. 102. comme sp^1 en C p^1, de la Fig. 103. sp^2 en C p^2, on élevera sur ces points p^1 p^2 des perpendiculaires p^1 1*f*, p^2 2*f* égales aux hauteurs des retombées p^1 1°, p^2 2°, & l'on tirera les hypoténuses 1*f* C, 2*f* C, qui seront les vrayes longueurs des joints de lit, qui étoient racourcies dans la projection; parce que les lits ne sont pas paralleles au plan horisontal, comme dans plusieurs berceaux. *Fig.* 103.

Par le moyen de ces vraies longueurs des joints de lit, on fera facilement les *panneaux de doële plate*, qui sont des triangles scalenes, lesquels ont pour côtez deux de ces joints, & pour tête la corde de l'arc de face, qui est entre les deux lits. Ainsi ayant pris à volonté une longueur B^d C égale à celle du piedroit SB, pour la premiere doële du même point C pour centre, & C 1*f* pour rayon, on fera un arc d^1 9, & du point B^d pour centre & pour rayon la corde B 1° de la fig. 102. on fera un autre arc qui coupera le précedent au point d^1, par lequel tirant les lignes d^1 B^d & d^1 C on aura le triangle B^d d^1 C, qui sera le panneau de doële plate du premier voussoir, ainsi des autres qu'on voit de suite à la gauche de la figure 103.

Mais parce que nous avons remarqué ci-devant, que cette doële entiere deviendroit si aiguë en C, qu'on ne pourroit tailler la pierre sans la casser, il faut en retrancher une partie *t* 1 C, semblable au grand triangle, en menant par un point *t*, qui a été déterminé au plan horisontal en T, à une distance de C prise à discretion suivant

la grandeur qu'on veut donner au trompillon TN ; ainſi ayant porté sT de la figure 102. en $C^s t$ de la figure 103. on tirera par t une ligne t 1 parallele à $B^d d^1$, qui coupera $C^s d^1$ au point 1, enſuite par ce point trouvé 1 on tirera 12 parallele à $d^1 d^2$, qui donnera le point 2, les triangles t 1 C^s, 1 C^s 2 feront les parties des doëles plates, qu'il faut retrancher des panneaux, qui ſe réduiſent par cette generation à des trapezoïdes $B^d t$ 1 d^1, d^1 1 2 d^2, le reſtant de la figure eſt la moitié de la clef, qui eſt toujours un trapeze iſoſcele; parce que les deux côtez de la clef étant à même hauteur & diſtance du milieu, ſont égaux.

Il faut préſentement former les panneaux de lit, qui ne feront plus, comme dans la trompe Droite circulaire, perpendiculaires au plan de la face verticale, mais inclinez à ce plan auſſi bien qu'à l'horiſon ; parce
Fig. 102. les joints de lit [*Fig.* 102.] doivent tendre au centre C, & le plan paſſant par le joint de tête 5° 1° x, doit couper celui de la face, ſuivant une ligne 1° x, d'où il ſuit que le triangle 1° Cx fera la projection verticale du plan de lit dans le vuide conique de la trompe ; par conſéquent il n'eſt pas perpendiculaire au plan vertical ; par ce que la projection d'un tel plan ne feroit qu'une ſeule ligne Droite, comme nous l'avons démontré au 2.e Livre. Telle eſt C 8 à la tompe Droite circulaire.

On prendra donc la valeur des trois côtez de ce triangle pour en former un qui repréſentera exactement la grandeur de ce plan dans le vuide, ſçavoir la ligne 1° x, qui eſt dans ſa meſure ſans alteration: Secondement la diſtance $x\,s$ ſur le plan horiſontal, qui eſt la valeur de xC où eſt la ſection du plan de lit avec l'horiſon ; enfin la longueur du joint de lit $C^s d^1$ de la figure 103. pour troiſiéme côté, dont on fera à part le triangle XOS, dont le côté X O prolongé fera avec la ligne SO l'angle SOZ, que l'on cherche pour former le panneau de lit, qu'on a tranſporté à la figure 103. en $C^s d^1 z$ Z ſur la place qu'il doit occuper au dévelopement compoſé.

Comme la diviſion du ceintre de face en parties égales donne des vouſſoirs de longueurs inégales à la doële, ſi l'on vouloit qu'ils y fuſſent égaux, meſurez tranſverſalement à diſtance égale du ſommet S, il faudroit chercher la ſection circulaire par le Propl. 33. du 2.e Livre, & la diviſer également ; alors les têtes des vouſſoirs de la face deviendroient plus grandes vers la clef que vers les impoſtes.

A l'égard des biveaux de doële & de tête, de lit & de doële, on les cherchera par la même méthode generale, qui a ſervi à la trompe Droite circulaire, qui ſert d'exemple pour les deux, obſervant que le même biveau de lit & de doële ne peut ſervir pour d'autres

vouſſoirs

voussoirs, que pour les deux égaux à même hauteur, à droite & à gauche au dessus de l'imposte, & même qu'il en faut deux à chaque voussoir, un pour le lit de dessus, l'autre pour celui de dessous, au-lieu qu'à la trompe Droite circulaire le même sert pour tous.

L'application du trait sur la pierre est aussi, en tout, la même que celle de la trompe Droite circulaire, il n'y a de difference qu'en ce qu'il n'est pas indifferent de faire usage des arcs de face & de trompillon d'un voussoir à l'autre; parce que ces arcs sont aussi toujours inégaux, il en faut observer la position, comme nous l'avons dit en parlant des berceaux surhaussez & surbaissez.

Explication Démonstrative.

Pour parvenir par gradation à la formation de la surface courbe du cône, nous commençons par y inscrire une pyramide, qui a autant de côtez qu'il y a de cordes dans l'arc de face, que l'on réduit en polygone, & cette pyramide est encore subdivisée en d'autres quadrilateres par les sections des plans des lits, qui doivent tous se croiser à l'axe, si la trompe est circulaire; si la pyramide étoit pleine, les divisions de ces plans formeroient des parties de pyramides triangulaires; mais comme l'espace au dedans de la doële est vuide, il reste dans l'épaisseur des parties pyramidales quadrilateres, qui sont les voussoirs compris par deux triangles, l'un de la doële & l'autre l'extrados, & deux parallelogrames, qui sont les lits.

Or comme leurs côtez sont tous inclinez au plan horisontal, ils sont aussi tous racourcis dans la projection; c'est pourquoi il faut en chercher la valeur par le moyen de la hauteur de la projection horisontale, comme il a été expliqué au troisiéme Livre, & les biveaux ou angles de ces solides, comme il a été dit au même Livre.

Comme on ne peut rassembler les pointes de plusieurs voussoirs en un même sommet de cône, on en retranche la partie du trompillon, qui réduit les triangles des doëles à des trapezes. Et parce que la section du trompillon est parallele à la face, il suit que le ceintre de sa tête est toujours semblable à celui de la face en petit. Si la face est circulaire sa tête sera un petit demi-cercle, & si elle est Elliptique, elle sera une demi-Ellipse, dont les axes seront proportionels à ceux de la face.

PROBLEME XIV.

Faire une Voute Conique de face plane quelconque Circulaire ou Elliptique, oblique à un axe horisontal.

Ce Problême comprend plusieurs cas de biais, talud ou surplomb, simple ou composé de deux obliquitez, lesquelles causent les mêmes effets dans les voutes coniques que dans les cylindriques, dont nous avons parlé en traitant des berceaux.

1.° L'obliquité de la face qui est verticale sur la direction horisontale de l'axe de la trompe ou voute conique, alonge les doëles & les lits d'un côté, & les racourcit de l'autre.

2.° L'obliquité du simple talud racourcit ces mêmes parties des voussoirs vers la clef, & celle du surplomb au contraire, les alonge à mesure qu'elles s'élevent au dessus des impostes jusqu'à la clef.

3.° Enfin l'obliquité composée du biais & du talud a aussi de doubles effets.

Nous ne comptons pas ici les voutes à triple obliquité, où l'axe est incliné à l'horison; parce que nous les mettrons à part, comme nous avons fait des descentes en berceau.

Il s'agit dans les traits dont nous parlons, de trouver les sections triangulaires & Elliptiques des cônes, dont l'axe est incliné à la face, soit que le cône soit scalene sur une base circulaire ou sur une Elliptique, ce qui peut comprendre le cône Droit coupé obliquement. D'où l'on tire differens moyens de faire les trompes biaises, comme nous allons le dire.

Premier Cas.

Trompe conique biaise de face plane quelconque, circulaire, surhaussée ou surbaissée sans talud.

Premiere Disposition,

Où l'Arc de face est pris pour ceintre primitif.

Fig. 104. Soit [*Fig.* 104.] le triangle B*s*D le plan horisontal du vuide de la trompe, dont les piedroits sont A*s*, *s*E, & le ceintre de face de la doële B*b*D avec son extrados AHE, que nous supposerons, pour la facilité de l'exemple, circulaire, quoique la construction puisse convenir au surhaussé ou surbaissé.

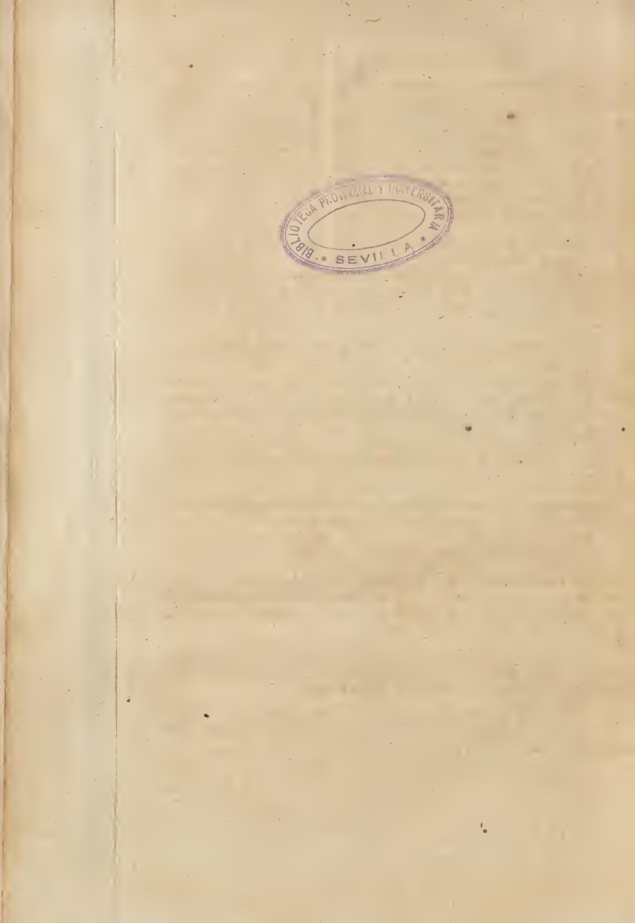
L'ayant divisé en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé à

100.

101.

102.

103.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
* SEVILLA *

l'ordinaire des points de ces divisions des perpendiculaires à son diametre AE, qui le rencontreront aux points P & p, on menera par ces points des lignes droites au sommet de l'angle s, qui exprimeront les projections des joints de lit, dont on cherchera la valeur, comme au Trait précedent, par des profils, pour chacun en particulier, qu'il sera facile de faire en prenant chacune de ces projections pour base du profil, & en élevant à chacun des points P p une perpendiculaire égale à la hauteur de l'aplomb correspondant $p^1 1$, $p^2 2$, &c. pour tirer l'hypotenuse, qui est la valeur cherchée du joint de lit.

On peut aussi faire ces profils en prenant pour côté ces mêmes aplombs, & en portant les longueurs des projections sur la ligne AE prolongée, qui leur est perpendiculaire; ainsi portant Ps en PO, & tirant 4O, on aura la valeur de la projection Ps; de même si l'on porte la projection $p^3 s$ en $p^3 o^3$, on aura $3 o^3$ pour la valeur de $p^3 s$ qu'on cherche.

L'une & l'autre de ces manieres sont bonnes; mais lorsqu'il y a plusieurs voussoirs, elles causent de la confusion dans l'épure.

Il convient mieux de faire ces profils dehors, par exemple, sur une base Gg, passant par le point s du sommet de l'angle, puis tenant une des pointes du compas immobile en ce point, on l'ouvrira successivement des intervales sp^1, sp^2, &c. qu'on portera sur la base de profil aux points b^1 b^2 d'un côté, & b^3 b^4 de l'autre, ce qui est indiqué par des arcs de cercle ponctuez $p^1 b^1 p^2 b^2$, pour en indiquer les origines.

Ensuite par les points marquez on abaissera des perpendiculaires $b^1 1$, $b^2 2$, $b^3 3$, &c. égales aux aplombs du ceintre de face $1p^1$, $2p^2$, &c. puis tirant les lignes 1Ys, 2Ys, 3fs, 4fs, on aura toutes les longueurs des joints de lit, sans confusion à part.

Si l'on veut les valeurs des diagonales des lits du sommet s, aux extrados 5, 6, 7, 8, on prendra du même centre commun s les longueurs $s\,5p$ $s\,6p$, &c. & l'on trouvera leur valeur, comme on a fait à la doële, $5^e s$, $6^e s$, &c.

Les longueurs réelles de chacun des joints de lit à la doële étant trouvées, il sera aisé de former les panneaux de lit & de doële plate, comme nous l'avons dit pour les trompes droites.

Les doëles sont des triangles scalenes, formez par trois lignes données, sçavoir, deux joints de lit & une corde de l'arc de tête d'une division à l'autre.

Mais comme leur pointe doit être émoussée pour la place du trompillon, il faut aussi chercher par le profil la longueur qui doit être retranchée de chaque joint; ainsi ayant déterminé au plan horisontal la projection de la face du trompillon *b d* parallele à la face *bd*, ou si l'on veut perpendiculairement à l'axe SC de la trompe, on posera une des pointes du compas en *s*, & ouvrant l'autre de l'intervale des points de section des projections des joints de lit *s* P *s p* avec cette ligne *b d* ou TN, on portera les intervales *sy*, *sy* en *st*, *st*, où l'on tirera des perpendiculaires à G*g*, qui couperont les profils aux points Y¹, Y², les longueurs *s* Y¹, *s* Y², *s* Y³, *s* Y⁴, qui sont toutes inégales, seront les parties qu'il faut retrancher de chaque doële, à commencer à la pointe, ce qui est exprimé à la figure 105. où l'on voit la suite des doëles plates hachées, & la pointe supprimée de chacune pour le trompillon laissée en blanc, ce qui fait voir d'un coup d'œil le dévelopement de la pyramide tronquée, inscrite dans le cône scalene, qu'on se propose de faire.

Les panneaux de doële étant faits on fera ceux de lit, comme nous l'avons dit pour la trompe Droite surhaussée ou surbaissée, par le moyen des triangles, qui sont les sections des plans des lits dans le vuide intérieur de la trompe, dont les trois côtez sont donnez, sçavoir, 1.° l'intersection à l'axe du cône CS, où tous les plans se croisent, si la face est circulaire, comme dans cet exemple, laquelle longueur CS sert pour tous les triangles; ainsi on l'a transportée en S*f* C*f* à côté pour base de tous les profils.

2.° L'on a tous les rayons C1, C2, C3, C4, qui sont égaux entr'eux si la face est circulaire; ainsi du point C*f* pour centre & d'un même rayon on décrira un arc indéfini 3, 4, 2, 1.

3.° L'on a toutes les longueurs des joints de lit à la doële, trouvez aux profils en *s*1*f*, *s*2*f*, *s*3*f*, *s*4*f*, avec lesquels pour longueur de rayon & du point S*f* pour centre, on décrira des arcs successivement, qui couperont le premier fait du centre C*f* aux points 3, 4, 2, 1, par lesquels & le centre C*f* on tirera des lignes 3, 7; 4, 8; 2, 6; 1, 5, qui donneront les angles *sf* 3 7; *sf* 4 8; *sf* 2 6; *sf* 1 5, qui sont ceux des têtes des lits à la face.

Enfin du point S de l'extrados, pris au plan horisontal de l'intervale S*s*ᵉ porté en *s*S, on tirera des paralleles à chaque joint de doële pour avoir sa largeur à l'extrados, ce qui donnera les trapezes S*sf* 3 7, & les autres de suite, qu'on voit à la figure distinguée par des petites hachures, pour marquer qu'ils sont les uns devant les autres.

Tels seroient les lits s'il n'y avoit pas de trompillon; mais com-

me il eſt de néceſſité indiſpenſable d'en faire un, il faut retrancher de chacun la même partie du profil des joints de lit, que nous avons retranché à la doële, ſçavoir $s\,Y^1$ pour le premier, $s\,Y^2$ pour le ſecond, portez en $sf\,t^1$, $sf\,t^2$, &c. & mener par les points trouvez t^1, t^2 des paralleles aux têtes de coupe 3, 7; 4, 8, &c. le parallelograme $t^1\,7$ ſera la figure du premier lit; ainſi des autres, ſuppoſant que la face du trompillon ſoit aplomb. Si on vouloit la faire en coupe de ſurface conique convexe, au lieu de la parallele t^3, e^3, il faudroit tirer une perpendiculaire tT au lit $s^f\,3$, comme il a été dit au Trait précedent.

Il reſte à tracer le ceintre de tête du trompillon, qui ſert auſſi pour toutes les têtes en lit des vouſſoirs, qui ſe poſent ſur le trompillon.

Premierement, ſi la tête du trompillon eſt faite parallele à la face, comme *b d* à BD, il eſt viſible, que ce ceintre ſera un demi-cercle, dont *bd* eſt le diametre, ſur lequel les interſections des projections des joints de lit $s\,p^1$, sp^2, donneront des points de diviſion des vouſſoirs, ſur leſquels les perpendiculaires élevées dans le demi-cercle donneront les hauteurs des retombées des têtes inférieures, qui s'appuyent ſur le trompillon.

Mais ſi au lieu de faire la tête du trompillon biaiſe on vouloit la faire Droite ſur l'axe, alors le centre de cette tête ſeroit une demi-Ellipſe, dont TN eſt un diametre; pour trouver ſon conjugué on le diviſera en deux égalément en *m*, par où on menera *bd* parallele à BD, puis on prendra une moyenne proportionelle entre *bm* & *md*, qui donnera *mz* pour le demi-diametre que l'on cherche, ſuppoſant la face Bd & ſa parallele *bd* circulaire.

Mais ſi la face n'eſt pas circulaire, comme ſi elle étoit ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, alors il faut mener par tous les points *y y*, où les projections des joints de lit $s\,p^1$, $s\,p^2$ coupent le diametre TN; des paralleles à la ligne *s* C juſqu'à la rencontre du diametre BD aux points *ii*, par leſquels on élevera des perpendiculaires au même diametre, qui couperont les lignes 1 C, 2 C, 3 C, 4 C aux points x^1, x^2, x^3, x^4, les hauteurs $i\,x^1$, $i\,x^2$, $i\,x^3$, &c. ſeront celles des retombées des têtes inférieures des vouſſoirs, leſquelles étant arrangées de ſuite perpendiculairement ſur le diametre TN aux points *yy*, donneront des points au contour de l'Ellipſe qu'on cherche, qui ſera le ceintre de face du trompillon Droit; on verra ci-après cette conſtruction inverſe, qui ſervira d'explication à ce qu'on pourroit n'avoir pas bien entendu dans celle-ci.

On peut auſſi trouver toutes ces mêmes hauteurs de retombées,

par les profils des joints de lit, en portant du centre *s* tous les intervales *sy*¹, *sy*² en *st*, *st* sur la base de profil *g*G les perpendiculaires sur cette base *t* Y¹, *t* Y² feront celles que l'on cherche, qui doivent être arrangées sur les divisions trouvées *yy* du diametre T N de la face du trompillon, ou d'une division transversale de têtes en lits, lorsque les voussoirs sont trop courts, pour occuper toute la longueur depuis la face au trompillon.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la maniere de trouver les biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële; parce que celle que nous avons donné pour la trompe droite est génerale pour tous les autres biaises, soit que le ceintre soit circulaire ou surhaussé ou surbaissé, avantage que n'ont pas la plûpart des autres méthodes données par les Auteurs; telle est celle du profil d'une section transversale que donne M. de la Rue, laquelle ne peut servir que pour le cône intrinséquement Droit circulaire, ou tel ou coupé obliquement, & non pas pour celui qui est intrinséquement scalene, sans plusieurs correctifs, en ce que dans celui-ci les biveaux sont inégaux à chaque lit à distances inégales des impostes.

Seconde Disposition, où l'on prend une Courbe de Section Droite pour un Ceintre primitif.

Dans la construction précedente où nous avons pris le ceintre de face biaise pour ceintre primitif, nous avons cherché celui de la section Droite, pour former la tête du trompillon Droit, & les joints transversaux de la doële. Ici par une méthode inverse nous supposons une section Droite, ou au dedans de la trompe comme celle du trompillon, ou une section imaginaire hors de la trompe prolongée, pour en tirer la Courbe du ceintre de face biaise.

Lorsqu'on suppose une section Droite dans le cône donné, on appelle cette méthode *par inscription*; lorsqu'on la suppose au dehors, on l'appelle *par circonscription*.

Il est évident que puisque toutes les sections du cône, qui sont paralleles entr'elles sont semblables, il importe peu pour la justesse de l'operation, qu'on se donne un ceintre au dedans ou au dehors du cône donné.

Fig. 106. Le P. Deran, & après lui M. de la Rue operent par *Circonscription*, en prolongeant le plus petit côté de la trompe, jusqu'à ce qu'il devienne égal à l'autre, pour réduire la trompe biaise en Droite, de laquelle ils retranchent ensuite les parties qui excedent la biaise; ainsi leurs panneaux se font par la soustraction, au lieu que la prenant au dedans, ils se font par addition des parties excedentes.

L'une & l'autre de ces méthodes a quelques inconvéniens, qui ne se trouvent pas dans la premiere disposition, où le ceintre de face est primitif; le premier est, que le ceintre de face devenant secondaire, n'est connu que lorsque l'operation est faite, de sorte que suivant le plus ou le moins de biais, il est plus ou moins surbaissé, & quelquefois couché en forme de rampant, le milieu de la clef n'étant pas aplomb sur le milieu du diametre passant par les impostes, au lieu que formant l'arc de face primitif, sur le diametre du biais de face, on lui donne tel contour qu'on juge à propos.

Le second inconvénient est, que l'arc de face secondaire perd non seulement la régularité du ceintre primitif de section Droite, qu'on s'est donné, mais encore celle de l'épaisseur apparente des têtes de ses voussoirs, laquelle est moindre dans la partie la plus courte que dans la longue, comme on peut le voir à la figure 107. à commencer aux impostes, dans le raport des lignes, qui sont les têtes des piedroits AB & DE, de la fig. 106. ce qui méritoit l'attention des Auteurs citez, qui n'ont pas parlé de la premiere disposition. *Fig.* 107.

On peut aussi dire en faveur de leur méthode, que si l'arc de face est moins régulier le contour intérieur de la doële le paroît davantage; faisant donc plus d'attention à la doële qu'à la face, on pourra operer de deux façons, qui reviennent à la même.

Premiere Pratique, par Circonscription d'un cône Droit à un cône oblique.

Ayant prolongé le côté SE jusqu'en e, ensorte que Se soit égal à SA, on tirera la ligne Ae, qui représentera le diametre de la base d'un cône Droit, sur lequel on décrira tel ceintre que l'on jugera à propos, nous le supposerons premierement circulaire, auquel cas on peut se servir du trait du P. Deran, qu'à suivi M. de la Rue; mais si le ceintre est surbaissé ou surhaussé, il n'est plus juste, & par conséquent d'aucun usage.

Le voici: Ayant décrit le demi-cercle $b\,h\,d$, & son concentrique pour l'extrados AHE, on le divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on abaissera à l'ordinaire des perpendiculaires au diametre Ae, qui le couperont aux points p^1, p^2, &c. par lesquels & le point s sommet du cône, on tirera des lignes $p^1 s$, $p^2 s$, qui couperont le diametre donné BD, aux points y^1, y^2, y^3, &c. qui donneront les divisions de ce diametre, sur lesquels on élevera les perpendiculaires des hauteurs des retombées, dont il faut chercher la longueur, comme nous l'avons fait au trait précedent.

Par tous les points y on tirera des paralleles aux lignes 1p^1, 2p^2,

qui couperont les rayons 1C, 2C, &c. en des points x^1, x^2, x^3, x^4, par lesquels on tracera une demi-Ellipse, comme on voit à la figure 106; mais à cause de la multiplicité des lignes, il convient de la tracer à part, comme on voit à la figure 107. Où les intervales B*q* sont égaux à ceux de B*y* de la figure 106. & les hauteurs qx^1, qx^2, &c. égales à celle de qx^1, qx^2 de la figure 106.

Cependant comme la méthode des Auteurs citez donne de grands intervales d'un point à un autre, par où il faut faire passer une demi-Ellipse, ils sont obligez de faire des sousdivisions pour trouver des points de l'Ellipse entre deux, ce qui allonge l'operation, & embroüille le Trait d'un grand nombre de lignes.

Fig. 106. & 107. Il est plus simple & plus court de chercher le demi-axe conjugué au donné BD, il ne s'agit que de mener par le milieu *m* de BD une parallele à A*e*, qui est LO, & prendre une moyenne proportionelle entre L*m* en *m*O, c'est-à-dire, de la moitié de L*o* pour rayon, & du point près de C, où elle coupe l'axe pour centre, faire un arc de cercle, qui coupera *mz* en *z*; cette ligne *mz*, sera le demi-axe qu'on cherche, par le moyen duquel on tracera tout d'un coup [par le Probl. 7. du 2.e liv.] la demi-Ellipse B*b*D pour la doële, qui coupera les perpendiculaires indéfinies, élevées à tous les points *q* aux points x^1, x^2, &c.

On en fera de même pour l'extrados, en prenant le milieu de AE en C^e^, & traçant la demi-Ellipse AH^t^E pour l'extrados excentrique à la premiere [par le Theor. I. du premier livre]

Pour tracer le biais des têtes des panneaux de doële, lorsque le cône est Droit & circulaire, ayant mené des paralleles au diametre A*e*, par tous les points *y*, qui couperont SB, côté de la trompe, aux points 1, 2, 3, 4, on aura la suite du racourcissement de chaque joint de lit; ainsi supposant les divisions des voussoirs égaux au ceintre primitif, on portera la corde *b*1 en *br* & l'on tirera *sr*; puis du point *s* pour centre, & pour rayons les côtez inégaux *s*1, *s*2, *s*3, *s*4, *s*B on fera des arcs, qui couperont *sr* en des points u^1 u^2 u^3 u^4, par lesquels & par les côtez immédiatement plus longs on tirera les lignes biaises 1u^1 2u^2 3u^3, &c. qui feront les têtes des voussoirs de doële plate.

Pour tracer celles des joints de lit, il n'y a qu'à tirer du point C pour centre par les points *ooo*, où les paralleles passant par les points *y*, coupent le côté *sd* des lignes *o*1e, *o*2e, *o*3e, qui feront les têtes des joints de lit; mais cette pratique comme je l'ai dit n'est pas generale, elle est particuliere au cône Droit circulaire; ainsi lorsque l'arc de face sera surhaussé ou surbaissé, il faut chercher les valeurs des pro-

jections

jections des joints de lit, comme aux traits précedens. & operer de même pour la formation des panneaux de doële & de lit.

Il est clair, 1.° que si l'on fait la tête du trompillon TN, de la fig. 106. parallele au biais AE, que le ceintre de cette tête sera une demi-Ellipse, semblable à celle de la face, qu'on trouvera par conséquent de la même maniere. *Fig. 106.*

Secondement, que si l'on vouloit faire le trompillon Droit, son ceintre seroit aussi semblable au ceintre primitif, fait sur le diametre *b d*, sçavoir un demi-cercle; si le cône est Droit circulaire, coupé obliquement par AE, & Elliptique surhaussé ou surbaissé, semblable à celui de face supposée par la construction; auquel cas l'axe conjugué à celui de la section oblique AE ne se trouve plus par une moyenne proportionelle, comme nous l'avons dit, mais par un profil fait sur la projection de la ligne du milieu de la clef passant par *smg*, dont *sg* & *gi* étant mis à angle Droit, en portant *gs* en *g*X, l'hypotenuse *i*X sera le côté du cône Droit Elliptique; puis portant *gm* en *g*M, & tirant MY parallele à *gi*, qui coupera *i*X en Y, la ligne MY sera le demi-diametre que l'on cherche.

On voit que la suite de cette operation jette une grande irrégularité dans la division des têtes des voussoirs de la face, mais que la doële en est plus réguliere dans le fond de la trompe, où les voussoirs deviennent d'égale largeur mesurez transversalement.

Seconde Pratique, par l'inscription *d'un Cône Droit de Base Circulaire ou Elliptique dans le Cône Oblique.*

Il est visible que cette pratique est l'inverse de la précedente, qu'il faut prendre le cône Droit au-dedans de la face oblique, & ajouter l'excès de l'obliquité, au lieu que dans la précedente on retranchoit l'excès du cône Droit sur le cône oblique. *Fig. 106.*

Ainsi on prendra sur les côtez *s*B, *s*D des longueurs égales, comme *s*I, *s*K, & l'on tirera IK pour diametre du ceintre primitif, qu'on fera circulaire ou Elliptique, comme on le jugera à propos, puis l'ayant divisé en ses voussoirs, & abaissé des perpendiculaires, qui couperont le diametre IK au point *nn*, on menera par ces points & le sommet *s*, les projections des joints de lit, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'elles rencontrent le diametre de face BD aux points *yy*.

Puis on fera des profils sur les hauteurs du ceintre primitif pour avoir les valeurs des joints de lit par le moyen de leur projection, lesquels joints étant prolongez jusqu'aux perpendiculaires, élevez sur

les projections aux points *yy*, donneront les hauteurs des retombées nécessaires pour former le ceintre de face de la figure 107. ce qui est assez clair pour ne pas s'y arrêter plus long-tems.

REMARQUE.

De quelque maniere qu'on fasse les trompes biaises extradossées, on ne peut éviter tous les inconvéniens de l'obliquité, nous en avons trouvé deux dans celles où le ceintre primitif est imaginaire Droit, l'un dans l'inégalité de la division des têtes des voussoirs, l'autre dans l'excentricité de l'arc de face de doële à celui de l'extrados, dont les intervales sont inégaux d'une imposte à l'autre, par le Theor. I. comme on voit à la figure 107. Si au contraire on fait l'arc de face primitif, de deux arcs de doële & d'extrados concentriques, il en résulte une inégalité d'épaisseur dans les piedroits; & dans l'épaisseur de la voute, si elle est extradossée, comme on le voit à la figure 104. où l'épaisseur BF est plus petite que DG, suivant le plus ou le moins d'obliquité de la trompe, ce qui seroit contraire à la solidité de la construction, si l'on examinoit la chose en elle-même; mais comme cette inégalité d'épaisseur n'est pas apparente, & qu'on peut ordinairement y suppléer, cet inconvénient est plus facile à lever que celui de la difformité de la face des ceintres secondaires excentriques & de divisions inégales; ainsi c'est à l'Architecte à choisir; s'il veut une face réguliere, il faut y prendre le ceintre primitif, s'il veut la doële réguliere, il faut supposer une section Droite circulaire, & operer par inscription ou circonscription.

Explication démonstrative.

Pour concevoir la raison de toutes ces differentes constructions, il faut se rapeller ce que nous avons dit au commencement du premier Livre, touchant les sections des cônes coupez par des plans. 1.° Que toutes celles qui passent par le sommet sont des rectilignes, que nous pouvons subdiviser en deux especes; sçavoir celles qui passent par l'axe, & celles qui n'y passent pas.

Lorsque la trompe est Droite & sa face circulaire ou biaise, de face aussi circulaire, tous les lits sont des sections triangulaires de la premiere espece; parce qu'étant prolongez dans le vuide de la voute, ils s'entrecoupent tous dans l'axe. C'est de cette Theorie que nous avons tiré la pratique de la figure 104. pour tracer les angles des têtes des lits; parce que les triangles dans le vuide ont tous pour côté commun l'axe SC, & un autre côté aussi égal dans toutes les sections circulaires, lequel est le rayon de la base; or ayant les angles internes dans le

vuide de la trompe s 1 C, s 2 C, on a leur ſupplément à deux droits sf 15, sf 26, &c. qui ſont ceux des têtes des panneaux de lit.

Les ſections triangulaires de la ſeconde eſpece, qui ne paſſent pas par l'axe ſont celles des plans, ſuppoſez dans le vuide de la voute paſſant par les aplombs 1 p, 2 p hC de la face, leſquelles, à cauſe qu'elles ſont perpendiculaires au triangle par l'axe ASE, qu'on ſuppoſe encore perpendiculaire au plan de la face du cône, ſont diviſées par ce plan en deux triangles rectangles, qui n'ont point de côtez communs ni égaux, comme dans les ſections perpendiculaires; c'eſt pourquoi il faut les former chacun à part; or dans ces rectangles on connoît les deux jambes, ſçavoir la projection du joint de lit & la hauteur de la retombée ou aplomb ſur le diametre de la face; par conſéquent on en trouve facilement l'hypotenuſe, comme nous avons fait à la figure 104.

A l'égard des ceintres primitifs & ſécondaires des faces biaiſes & des Droites ſur l'axe, il eſt viſible que l'on a toujours un diametre donné ſur le plan horiſontal, qui eſt un axe, & que l'autre ſon conjugué eſt proportionel à celui du ceintre primitif.

Si le cône eſt Droit, l'axe de la baſe oblique eſt une moyenne proportionelle entre Lm & mO; ſi le cône eſt ſcalene il ſera proportionel à la perpendiculaire g' ſur le point g, provenant de la projection smg, & l'on aura $sg = Xg : gi :: sm : mz$.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la conſtruction des panneaux de doële plate, il eſt clair que nous inſcrivons dans le cône une pyramide, dont les côtez des ſurfaces triangulaires ſont donnez.

A l'égard des biveaux nous renvoyons au 14.e Probl. du 3.e Livre l'explication de leur conſtruction.

Corollaire I.

De la conſtruction de la trompe ſimplement biaiſe, on peut tirer celle de toutes les autres trompes de differentes obliquitez ſimples, comme du talud, ſurplomb, ou deſcente, & même celles dont les faces ont une double obliquité, comme nous l'avons fait pour les Berceaux, en ſuppoſant que la ſimple biaiſe eſt tournée ſur ſon axe, ou changée de poſition à l'égard de l'horiſon.

1.° Si un cône oblique qui repréſente une trompe biaiſe ſans talud, dont le plan horiſontal eſt le triangle ASE [*Fig.* 108.] & la ligne AE le diametre de ſa face, eſt ſuppoſé tourner ſur ſon axe SC, enſorte qu'il faſſe un quart de révolution de E vers A, alors le point E, qui *Fig.* 108.

ſe meut dans un plan ET, perpendiculaire à l'axe SC, viendra ſe placer en l'air ſur le point T, & le cône ainſi tourné aura ſa face couchée en talud, comme elle eſt repréſentée en DTFM de la figure 108. & en AxE de la figure 111. ainſi l'on a dans cette ſituation une *trompe Droite en Talud.* Nous diſons *Droite*; parce que le diametre MT s'étant placé en DF eſt devenu perpendiculaire à l'axe S C.

2.° Si au lieu de faire tourner le cône de E vers A, on lui fait faire un quart de révolution en ſens contraire de A vers E, le point A tombant ſur le point M en-delà du centre C, la moitié ſuperieure de ce cône ſera l'image d'une trompe Droite en ſurplomb. Nous diſons *Droite*; parce que le même diametre MT, qui n'étoit repréſenté en projection que par un point C, s'eſt placé à angle Droit ſur l'axe S C.

3.° Si au lieu d'un quart de révolution, on en fait un peu plus ou moins, comme en G *h*, il eſt clair que l'obliquité ne s'évanoüira pas, comme dans les quarts de révolution; parce que le diametre A E ne parviendra pas au plan vertical par l'axe M C; il eſt auſſi clair que l'inclinaiſon de la face ne s'évanoüira pas, comme dans le ſimple biais; parce que le même diametre AE, que nous avons ſuppoſé dans un plan vertical, en eſt ſorti; puiſque le point A a été tranſporté en *h*, & le point E en G, & qu'il ne peut revenir au même plan vertical, qu'après une révolution complete, ou dans un autre plan vertical differemment tourné B, après une demi-révolution; ainſi il eſt clair que la face aura pour lors une double obliquité, l'une de direction, exprimée par *h*M ou GT, l'autre d'inclinaiſon ſur le diametre horiſontal DF, exprimée par *h*K. Que cette inclinaiſon ſoit en talud ou en ſurplomb, ce ſera toujours la même en ſens contraire. On appelle les trompes qui ſont dans ce cas, *Trompe biaiſe en talud ou en ſurplomb*, & ſi les impoſtes ne ſont pas de niveau, on les appelle de plus *rampantes.*

4.° Si dans une de ces ſituations on incline l'axe, que nous avons ſouppoſé horiſontal, ſans le tourner vers A ni vers B, on aura l'image d'une trompe en deſcente ou rampante, comme ſont pluſieurs de ces ouvertures évaſées, qu'on appelle *Abajours en deſcente Droite.*

5.° Enfin ſi en panchant l'axe on le tourne vers A ou vers B, on y ajoute la circonſtance de la *deſcente biaiſe.*

Il eſt donc clair par cette expoſition des differentes ſituations d'un cône oblique, que les differences des trompes ne ſont que des differentes poſitions de la trompe ſimplement biaiſe, qu'on doit regarder

comme la fondamentale, à laquelle toutes les autres obliquitez peuvent se raporter.

Corollaire II.

Il suit encore qu'elle est non seulement l'élement des trompes obliques à une face, mais encore de celles qui en ont deux ou plusieurs, faisant des angles saillans ou rentrans, comme sont les *trompes sur le coin*, qui ont deux faces, & les *trompes à pans*, qui en ont trois ou plusieurs.

En effet on peut considerer la trompe sur le coin de la figure 122. à la Planche 47. comme deux moitiez de trompes biaises adossées, tournées en sens contraire, telles sont BNS, DNS. Si leurs faces sont circulaires, ce sont deux quarts de cônes scalenes, si elles sont Elliptiques, surhaussées ou surbaissées, ce sont deux quarts de cônes obliques sur une base Elliptique, & si elles sont paraboliques, c'est une moitié de cône Droit circulaire, coupé obliquement de deux sections contraires.

Il importe peu que les faces des trompes, qui sont en saillie, soient égales ou inégales, l'une plus, l'autre moins biaise, ou l'une plus grande, l'autre plus petite; ce ne sont que des accidens de sections du cône, qui ne doivent rien changer à la surface intérieure de la doële; parce que si on vouloit se fixer à une courbe de ceintre de face à chaque pan en particulier, il arriveroit que la doële ne seroit plus une seule surface cônique suivie, mais composée de deux interrompuës par un angle vers la clef, ou par plusieurs, si la trompe étoit à plusieurs pans.

Remarque.

Il suit de cette observation, que l'on peut appliquer aux trompes la méthode generale de Désargues, en ce qui regarde la recherche de la plus grande obliquité de la face à l'égard de l'axe du cône, qui est suivant son langage, l'angle de la *sousessieu* avec l'*essieu*. Mais le reste des pratiques tirées de cette méthode ne convient plus si bien aux trompes qu'aux berceaux, l'Auteur s'est un peu embroüillé par la multiplicité des essieux.

Premierement, en ce qui regarde l'arc-Droit, il est clair que l'objet est tout changé.

Secondement, il a été obligé de multiplier les essieux à chaque voussoir, lorsque les faces des trompes sont Elliptiques; mais ce qu'il appelle essieu n'est plus celui du cône que par hazard, c'est la section

d'un plan horifontal par la prolongation du lit. Pour avoir le vrai effieu, il auroit dû chercher la fection circulaire de ces fortes de trompes, lefquelles, quoique Droites, c'eft-à-dire, dont l'axe eft perpendiculaire à la face, font des demi-cônes intrinféquement fcalenes, dont on peut trouver la bafe circulaire, par le Probl. 33. du fecond Livre, & par conféquent le feul & véritable *effieu* du cône; car on ne peut appeller de ce nom la fection du plan du lit prolongé avec le plan de l'horifon, lorfque le lit n'eft pas dirigé à l'axe du cône, comme dans les trompes de face Elliptique, dont les têtes font en bonne coupe, puifqu'alors il ne tend pas à l'axe de la trompe.

USAGE.

Les trompes biaifes fontquelque fois un très bon moyen de racorder les parties angulaires, qui fe trouvent dans les bâtimens, lorfque la place eft naturellement irréguliere, ou que dans un édifice régulier il fe trouve des parties de Tour Ronde adoffées à des murs en ligne droite, qui laiffent néceffairement des angles mixtes, qu'on doit corriger en les rendant rectilignes par une addition d'épaiffeur au mur convexe; parce que ces angles font defagréables à la vûë. Je fçai bien qu'un bon Architecte trouve le moyen de les cacher, & de les employer à donner des commoditez à l'habitation; mais il arrive des cas où il ne convient pas d'en ufer ainfi, comme lorfqu'on y veut ménager quelques ouvertures de communication, tel eft celui où je me fuis mis par la compofition du *Plan* de l'Hôpital Militaire que je bâtis actuellement à Landau fur mes Deffeins, pour mille Malades.

Les Sales aboutiffent à une Chapelle en Rotonde, qui en occupe le milieu, & pour y ménager des portes & des fenêtres de communication, qui expofe l'intérieur de la Chapelle à la vûë des Sales, j'ai racheté & vouté les quatre angles rentrans par autant de trompes, lefquelles quoique biaifes d'un pied fur une face de près de neuf, & furbaiffée, font un effet agréable à la vûë, à laquelle elles préfentent à chaque côté des Sales un objet, où l'on n'apperçoit aucune irrégularité fenfible, & au travers duquel on voit la Chapelle & une autre Sale d'un bout à l'autre.

TROMPE DROITE EN TALUD.

Premiere maniere, par une nouvelle Tranfpofition.

De même que nous avons tracé les berceaux Droits en talud, en les confiderant comme biais fans talud, nous pouvons faire l'épure de la trompe Droite en talud, comme celle d'une biaife fans talud, dont

104.

105.

106.

107.

l'obliquité de la face fur fon axe feroit égale à celle du talud fur le plan horifontal.

Soit [*Fig.* 110.] le triangle SCH la fection verticale par l'axe de la trompe Droite en talud, prife au lieu de plan horifontal. *Fig.* 110.

Ayant fait HT perperdiculaire fur l'axe SC, la ligne CT repréfentera le reculement du talud au milieu de la clef, que l'on fuppofe connu, pour déterminer l'inclinaifon de la face, dont CH eft le profil, fur lequel on fera CA perpendiculaire à CH, & égale au demi-diametre de la face, c'eft-à-dire, à CH, fi le ceintre eft circulaire, plus grande ou plus petite, s'il eft furbaiffé ou furhauffé; nous le fuppoferons premierement circulaire.

Du point C pour centre, & avec le rayon donné on tracera le quart de cercle B1*h*, pour la doële & fon concentrique A5H, pour l'extrados, & l'ayant divifé en parties égales à la moitié du nombre des vouffoirs de toute la face comme ici en deux & demi pour cinq vouffoirs, aux points 1, 2, *h*, on abaiffera par ces points des perpendiculaires fur CH, comme 1F, 2*f*, & d'autres 1P, 2*p* fur AC.

Par le fommet *s* de la trompe on tirera aux points F & *f* les lignes *s*F, *sf*, qui feront les projections verticales des joints de lit, dont on trouvera les vrayes longueurs, comme ci-devant aux autres trompes, en les portant fur une bafe de profil *sg*, fçavoir *s*F en *s*G, & *sf* en *sg*, enfuite on fera les perpendiculaires *g*2*f*, G1*f* égales à *f*2, F1, & l'on tirera du fommet *s* les lignes *s*2*f*, *s*1*f*, qui feront la valeur des joints de lit que l'on cherche.

Les vrayes longueurs des joints de lit étant connuës, il eft clair que dans ce Trait comme dans les précedens, on a tout ce qui eft néceffaire pour faire les panneaux. 1.° Ceux de doële plate feront faits en triangles fcalenes, formez de deux de ces joints & d'une corde 12 de l'arc de face, le dévelopement de ces panneaux fera la petite moitié de la figure 110 repréfentée pour chaque côté de la clef.

2.° Les panneaux de tête font donnez à l'élevation en AB15, &c.

3.° Ceux de lit fe trouveront par le moyen des joints de lit & des rayons de la face, comme à la trompe biaife à la figure 106.

Les biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête, comme à la même trompe.

La *Démonftration* de cette operation eft toute comprife dans la remarque, où nous avons montré que la trompe biaife tournée fur fon axe d'un quart de révolution en fait une en talud ou en furplomb.

Seconde maniere, par la projection ordinaire.

On peut faire le Trait de la Trompe en talud, comme toutes les obliques, de deux manieres, 1.o par inscription ou circonscription d'un cône Droit sur une base circulaire ou Elliptique.

2.o En formant immédiatement un cône scalene, si l'on veut faire la face circulaire.

Le P. Deran la fait suivant la premiere méthode, en prenant pour ceintre primitif un arc vertical sur le diametre de la face en talud.

M. de la Rue au contraire a pris pour ceintre primitif l'arc de face, qu'il place en situation verticale pour le contour, ensuite par un profil il le couche sur le talud donné, comme le P. Deran a fait dans le trait des Berceaux en talud.

La seconde maniere paroît préferable en ce qu'elle ne change point le ceintre primitif qu'on a choisi, au lieu que la premiere l'altere par l'obliquité du talud; en effet si le plan vertical est circulaire, la face en talud devient Elliptique; mais il faut bien se garder d'imiter ce dernier Auteur cité, dans l'exemple qu'il donne de la trompe en talud surbaissée, au lieu de faire une demi-Ellipse sur son grand axe, il fait un segment de cercle, dont il met le centre au dessous de l'imposte; car il en résulte infailliblement un jarret à la naissance de la voute.

Nous allons donner un exemple plus régulier de ceintre surbaissé, qui servira pour les surhaussez & circulaires, ce dernier étant encore plus simple.

Fig. 111. Soit [*Fig.* 111.] l'angle rentrant BSD, qu'on doit vouter en trompe en talud surbaissée.

Sur B D, comme grand axe d'une Ellipse, & C *b* pris à volonté pour petit axe, ayant décrit [par le Probl. VII. du 2.e Livre.] la demi-Ellipse B*b*D, on la divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera les perpendiculaires 1*p*, 2*p*, sur le diametre BD, au delà duquel on les prolongera un peu, pour servir à la projection du talud.

On prolongera aussi DB pour y prendre un point A à volonté, sur lequel ayant tiré une perpendiculaire AL, on y fera l'angle du talud donné LAT; on prendra aussi successivement les hauteurs C*b*, *p*2, P1, pour les porter sur la ligne AT en A*b*ᵗ, A2ᵗ, A1ᵗ, d'où on menera des paralleles à AD, qui rencontreront les perpendiculaires *b*C, 1P, 2P, &c. prolongées au dessous de AB en X, 1ᵗ, 2ᵗ, 3ᵗ, 4ᵗ, qui seront des points de la projection de la face, par lesquels on pourra la

tracer

tracer à la main, ou ſi l'on veut par un mouvement continu, ſuivant le Probl. VII. du 2.e Livre; parce qu'elle eſt une demi-Ellipſe, dont le grand axe BD, & CX moitié du petit, ſont donnez.

Si du ſommet *s* on tire des lignes droites aux diviſions de cette projection 1' 2', &c. on aura les projections des joints de lit.

La projection de l'arc de face d'extrados, ſi l'on en fait un, & celle de ſes joints de lit ſe trouvera de la même maniere que pour la doële.

Presentement il faut tracer les joints de tête 15, 26, non du centre C, comme font les Ouvriers, mais perpendiculairement à l'arc Elliptique, ſuivant la pratique que nous avons donné au Probl. X. de ce 4.e Livre, en parlant des berceaux ſurhauſſez ou ſurbaiſſez; parce que nous ſuppoſons que cette face doit être apparente. Ces joints, qui ſeront les lignes 51, 62, étant prolongez, couperont le diametre AE aux points O & *o*, d'où par les points 1' 2' on tirera les lignes O 1' 5', O 2' 6', qui ſeront les projections des ſections de la face par les plans des lits.

On cherchera enſuite la vraye longueur & inclinaiſon des joints de lit à la doële à l'ordinaire, en portant ſur une baſe de profil *s*D les longueurs des projections horiſontales *s* 1' *s* 2' aux points G & *g*, où on élevera des perpendiculaires G 3*f*, *g* 4*f*, qu'on fera égales aux hauteurs du profil du talud 1'*i*, 2'*k*, puis on tirera les lignes *s* 4*f*, *s* 3*f*, qui ſeront les longueurs & les inclinaiſons cherchées.

Par le moyen de ces profils de joints de lit on pourra faire le ceintre du trompillon comme on le jugera à propos, ou en talud parallele à l'arc de face, ou aplomb.

Si on le fait parallele à la face, il eſt viſible qu'il faut faire en petit ſur un diametre pris à volonté, ce qu'on a fait en grand pour la face antérieure.

Mais ſi on veut faire ce ceintre dans un plan vertical, il en réſulte un changement de courbe; car ſi celui de la face eſt circulaire, celui du trompillon ſera Elliptique ſurhauſſé, & ſi elle eſt ſurbaiſſée, celui du trompillon le ſera moins.

Soit [*Fig.* 111.] RN le diametre du trompillon, dont on veut faire la face ou tête verticale, par tous les points *p*'' P'' ou les lignes *s* 1', *s* 2', qui ſont les projections des joints de lit coupent ce diametre, on élevera des perpendiculaires *p* 1'', P 2'', dont on cherchera les hauteurs par le profil de chaque joint de lit, on portera les longueurs *s* P'' *s p*'' *Fig.* 111.

en $s\,d^1$ & $s\,d^2$, puis sur le point d^1 d^2 on élevera des perpendiculaires à sD, qui couperont les profils des joints de lit $s3^f$ $s4^f$ aux points 4° 3°, les longueurs $d^1 4^o$, $d^2 3^o$ feront les hauteurs des aplombs des joints, qui aboutissent au trompillon du côté de la clef, & les mêmes en sens contraire serviront pour l'autre côté du ceintre. Par les points de leurs extremitez on tracera la courbe R1234N, qui sera le ceintre qu'on cherche; ou bien on se contentera de chercher le demi-axe vertical mu, lequel étant doublé donnera le grand axe, par le moyen duquel & le petit RN donné ou pris à volonté, on décrira la demi-Ellipse du ceintre de tête du trompillon, dont les parties R1^n, 12, 23, &c. feront les têtes inférieures en lit des voussoirs.

Presentement on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de doële, de lit & de tête.

1.o Les panneaux de doëles plates feront des triangles formez de deux joints de lit & d'une corde de tête de face, duquel triangle on retranchera la pointe qui coupe le trompillon; ainsi pour la seconde & quatriéme doële plate; par exemple, ayant formé un triangle des trois lignes $s\,1f = s\,4^f$, $s\,2^f = s\,3^f$, & de la corde 12 ou 34 on portera vers la pointe les longueurs $s\,1^o = s\,4^o$, $s3^o$, sur les joints de lit correspondans, pour en retrancher un triangle, qui réduit la doële plate naturellement triangulaire en un trapezoïde, comme à la figure 113. $1^d 2^d 2^n 1^n$.

2.o Les panneaux de lit se trouveront par la maniere generale pour toutes les trompes, qui a été expliquée ci-devant à la figure 102. & 103. qui en fera l'inverse, dans cet exemple, à cause que les triangles dans le vuide de la trompe, qui augmentent vers la clef, diminuent dans celui-ci. Le premier panneau, qui sert aussi pour le quatriéme, se formera avec les lignes O1, Os, O1; le second avec les lignes $o2$, os, $o\,2^t$, & les supplémens des angles en 1^t 2^t, faits par la prolongation des côtez, venans des points O & o, donneront les têtes des panneaux de lit, comme on a vû à la fig. 104. de la Planche 44. & ici à la fig. 114.

On retranchera aussi de ces panneaux de lit la pointe, qui coupe le trompillon, & pour avoir l'angle du panneau de lit de ce côté, il faudra faire pour cette tête inférieure la même operation que pour la face; parce que la face étant en talud, & la tête du trompillon aplomb, les panneaux de lit ne sont pas terminez par des lignes paralleles.

3.o Les panneaux de tête sont donnez à l'arc de face & à celui du trompillon.

4.° Les biveaux de lit & de doële, ou de tête & de doële se trouveront par la méthode generale expliquée au Probl. 14. du 3.e Livre

en rangeant trois surfaces de suite; mais de ces trois surfaces, il n'y en a que deux de données, sçavoir une doële plate & un lit, la troisiéme sera celle qui passe par la diagonale de la tête.

On peut aussi se servir de la méthode génerale par la projection que nous avons donné aux trompes précedentes; mais comme la face de celle-ci est en talud, il faut y faire quelque attention particuliere.

Supposons, par exemple, qu'on cherche le biveau de lit & de doële du second voussoir. Ayant prolongé la corde 21 jusqu'à ce qu'elle rencontre l'horisontale EA prolongée en O^r, on tirera à l'ordinaire au sommet s la ligne $O^r s$, qui sera la section du plan de la doële avec l'horison; mais à cause que la ligne $2O^r$ est inclinée au plan vertical, puisqu'elle est en talud, il faut en prendre la projection en tirant $O^r 2^t$ pour avoir la hauteur verticale du point 2^t au profil du talud TAL en $2^3 k$, & la ligne $O^r s$ sera la section du lit avec l'horison; ainsi on trouvera le biveau de lit & de doële par la maniere ordinaire du Probl. 14. du 3.e Livre.

L'Application du trait sur la pierre n'a rien de different de celle des Traits précedens.

Explication Démonstrative.

On peut reconnoître ici une partie du Trait des berceaux en talud, la ligne AL représente en projection un plan vertical perpendiculaire à la face AE, dans lequel est l'angle du talud donné LAT, qu'on est obligé de coucher sur le plan horisontal; parce qu'on ne peut le représenter en l'air, & comme on le suppose se mouvoir sur son côté AL, perpendiculaire à AE, il ne résulte aucun changement de cette difference de position pour les distances des points des hauteurs couchées T, h^r, 2^3, 1^4, ni pour les hauteurs aplomb, qui sont toujours comprises dans l'angle TAL perpendiculairement à la base AL; ainsi les lignes Tx, $h^r X$ menées parallelement à AE représenteront des plans verticaux, passans par les points Hh, qui rencontrent la ligne du milieu CH à certaine distance horisontale, qui est l'intervale Xx, ainsi des autres paralleles à AE, qui donnent les projections des points 1, 2, 3, 4 aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, lesquels sont à la circonference d'une demi-Ellipse BXD, ainsi que tous les reculemens de toutes les divisions possibles de la face BbD.

Cette demi-Ellipse racourcit aussi toutes les projections des joints de lit $s\,1^t$ $s\,2^t$, &c. lesquelles ne sont pas continuées, comme dans les trompes précedentes, depuis le sommet s jusqu'au diametre AE; &

leur direction est aussi changée, en ce qu'elle n'est pas tirée du sommet *s* aux aplombs P*ppp*, tombant des divisions 1, 2, 3, 4, mais à leurs projections 1*t*, 2*t*, 3*t*, 4*t*.

La raison en est bien sensible, si l'on fait attention que la face AHE, qui est représentée pour la commodité du trait en situation verticale, doit se mouvoir autour de son diametre AE, pour se coucher suivant le talud TA, supposé en l'air; dans ce mouvement tous les points des divisions 1, 2, 3, 4 seront toujours dans des plans verticaux 1 1*t*, 2 2*t*, qui sont exprimez par les perpendiculaires 1 1*t*, 2 2*t* au diametre AE.

La raison de la construction n'a rien de particulier, qui n'ait été expliqué dans les traits des trompes précedentes.

A l'égard du changement de figure qui se trouve entre le ceintre de face & celui du trompillon, il est visible, puisque les sections des cônes, par des plans qui ne sont pas paralleles, ne sont pas semblables, excepté le cas de la section soucontraire. Si l'on fait la tête du trompillon couchée en talud d'un angle égal à celui de la face, les deux ceintres seront parfaitement semblables, il ne s'agira que de répeter en petit, ce qui avoit été fait en grand pour la face.

Troisiéme Cas,

Des Voutes Coniques Biaises & en Talud.

Ce que nous avons dit de la construction de la voute conique *Droite en Talud*, par la voye de la projection horisontale de la face, s'applique si facilement à la *Biaise & en Talud*, dont l'arc de face est pris pour ceintre primitif, qu'il ne paroît pas nécessaire d'en donner un exemple, il suffit d'avertir, que le profil du talud doit être fait comme aux berceaux biais & en talud, ayant égard à la double obliquité.

Pour ne pas donner dans les répetitions, & cependant ne rien laisser à désirer, nous mettrons ici un exemple de l'inverse du Trait, c'est-à-dire, d'une voute conique *biaise & en talud*, dont le ceintre de face n'est que sécondaire, prenant pour primitif une section Droite ou même biaise, qui ne seroit pas parallele à la face, telle est, par exemple, une *Canoniere biaise & en talud, dont le ceintre du collet est donné* circulaire ou Elliptique.

Fig. 112. On doit considerer une canoniere ADFGEB [*Fig.* 112.] comme une voute composée de deux trompes, qui se pénetrent sur un axe commun, & dont les bases sont tournées en sens contraire, comme les

cônes de la fig. 83. & 84. du premier Livre ; & parce que nous ne traitons encore que des voutes simples, ce n'est pas ici le lieu de parler de la rencontre de ces deux cônes, & par conséquent d'une canoniere complete. Nous ne considererons qu'un des cônes ASB, dont la face est en talud, & dont la partie retranchée DSE peut être regardée comme le vuide du trompillon. L'autre cône FKG, dont la face FG n'est pas supposée en talud, tombera dans le cas de la trompe biaise, dont l'arc de face n'est que sécondaire ; ainsi l'angle des deux embrasemens intérieur & extérieur sera la somme de ceux des panneaux de lit de deux cônes, coupez aplomb sur la ligne DE.

Ou il faut remarquer en passant que si le ceintre du collet D*h*E, n'étoit pas primitif, mais que ceux de face le fussent, chacune pour son cône, celui du collet ne seroit plus une courbe plane, mais à double courbure, à moins que par un hazard extraordinaire ils ne fussent tels que nous les allons trouver.

Soit le triangle ASB, le plan horisontal de la trompe ou voute cônique, qui fait l'embrasure extérieure de la Canoniere, dont l'axe SK, qui exprime sa direction, est oblique sur la face AB, avec laquelle il a une double obliquité ; sçavoir celle de la direction horisontale, qui fait des angles inégaux de suite AKS, BKS, & celle de l'inclinaison de la face, avec laquelle il fait aussi des angles inégaux, l'un au dessus, l'autre au dessous de l'horison, celui du talud étant aigu.

Supposant que le ceintre du collet D*h*E est donné en demi-cercle, & perpendiculaire à la direction SK, la voute de cette embrasure sera une portion de cône Droit coupé obliquement par la face en talud A*x*B. C'est le cas ordinaire d'une embrasure bien tournée.

On commencera par chercher la projection horisontale de l'arc de face en talud, pour trouver par le moyen des projections des joints de lit & des hauteurs des retombées la vraye longueur de ces joints, comme on a fait aux trompes Droites en talud.

Par un point B pris à volonté sur AB, on tirera BR perpendiculaire à ce diametre AB, sur laquelle on fera l'angle du talud RBT, & par le sommet S du cône une parallele au même diametre, qui coupera BR au point R ; ensuite par tous les points p^1 p^2, &c. des projections des divisions du ceintre primitif D*h*F, on menera des paralleles à AB, prolongées indéfiniment au-delà de BR, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées du ceintre primitif p^1 1, p^2 2, &c. suivant leur ordre aux points 1", 2", 3", 4". Par tous ces points & le point R, on tirera des lignes qui couperont le profil du talud B T aux

points 1^m, 2^m, 3^m, 4^m, par lesquels on menera des paralleles à AB, qui couperont les projections des joints de lit aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t que l'on cherche, par lesquels on tracera à la main la courbe A*x*B, qui sera la projection du talud de la face.

On pourroit trouver ces points avec moins de profils, ayant seulement élevé la hauteur *cb* sur le milieu de *ed*, pour avoir le point le plus élevé T, par où ayant tiré T*x* parallele à BA, qui auront coupé SK en *x*, la ligne C*x* tirée du milieu C, de BA au point *x*, étant doublée, auroit donné le diametre conjugué à la ligne AB, pour décrire par le Probl. 8. du 2.e Livre une demi-Ellipse A*x*B, qui auroit coupé toutes les projections des joints de lit aux points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t, que l'on cherche pour deux usages; premierement, pour avoir les projections des joints de lit; secondement, pour décrire l'arc de face en talud dans toute son étenduë, comme il suit:

Par tous les points 1^t, 2^t, 3^t, 4^t on tirera des perpendiculaires sur AB prolongées indéfiniment au-delà, sur lesquelles on portera au dessus de AB les longueurs du profil B1^m en $r1^c$, B2^m en $r2^c$, &c. & par les points trouvez 1^c, 2^c, 3^c, on tracera la demi-Ellipse AXB, qui sera l'arc de face, qu'on peut aussi tracer par le Probl. 8. du 2.e Livre, sur les diametres conjuguez donnez AB & deux CX.

Par les divisions de la face & le point K de l'axe, on tirera les joints de têtes qui seront en fausse coupe, quoiqu'ils donnent une bonne coupe au ceintre primitif du collet D*b*E, ce qui convient mieux dans les ouvrages, comme sont des embrasures, que de faire les têtes plus régulieres au dehors & les coupes gauches ou faussées au dedans en D*b*E; cependant il sera au choix de l'Architecte de faire les divisions & les coupes sur le ceintre de face, si c'est dans une exposition apparente; parce que les divisions des têtes des voussoirs deviennent fort inégales en grandeur du côté A, où le biais éloigne le plus la face du ceintre primitif D*b*E.

Les projections des joints de lit étant données; & les hauteurs des retombées de l'arc de face, on aura tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de lit & de doële, comme on a fait à la trompe précedente en talud, & aux autres, ce qui est inutile de répeter.

Les biveaux de lit & de doële se trouveront aussi de la même maniere qu'aux autres trompes, par le moyen des sections de la doële plate avec l'horison, & de la hauteur de la retombée prise perpendiculairement sur le plan horisontal, au lieu de celle en talud sur le diametre de la face.

Ou bien si l'on veut par une autre voye fort simple expliquée au Probl. 12. du 3.e Livre. On fera un dévelopement d'une Pyramide imaginaire, comprise 1.° par la doële plate, 2.° une moitié de lit, & 3.° une moitié formée, par exemple, pour le second voussoir par la diagonale $1^e 6$, tirée du point de la division 1e à un autre 6 pris à volonté dans le joint de tête $2^e 6$, lequel dévelopement consistera en trois triangles rangez de suite, comme on voit à la fig. 113. sçavoir, celui de la doële plate $s^d\ 1^d\ 2^d$, secondement une moitié de lit $s^t\ 26$ [*Fig.* 114.] formée par la diagonale $s^t\ 6$, transporté en $s^d 2^d 6^d$, troisiémement, le triangle de la division imaginaire passant dans l'épaisseur du voussoir par le sommet du cône S, & la diagonale de tête $1^e\ 6$, qui est le triangle $s^d d^t 1^d$, dont les trois côtez sont donnez, sçavoir $s^d\ 1^d$ commun à la doële, $s^d\ d^t$ égal à la diagonale du lit $s^d\ 6^d$, enfin $d^t\ 1^d$ égal à la ligne $1^e\ 6$ de la fig. 112.

Ces trois triangles étant rangez de suite comme on voit à la figure 113. on prendra sur le joint de lit & de doële $s^d\ 2^d$ un point a à volonté, par lequel on lui tirera une perpendiculaire bE, qui coupera $s^d\ 1^d$ au point b, & $s^d\ 6^d$ au point E, on portera la longueur s^dE en $s^d e$ sur $s^d\ d^t$, & l'on tirera eb; puis du point b pour centre, & be pour rayon, on décrira un arc vers x, & du point a pour centre, & aE pour rayon, on fera un autre arc, qui coupera le précedent en x, l'angle obtus bax sera celui du biveau que l'on cherche, pour former la surface du second lit.

Explication Démonstrative.

Nous avons dit au 3.e Livre que les angles des plans doivent être pris sur des lignes perpendiculaires à leur commune intersection. Or la direction SK de l'axe de la trompe étant oblique à la ligne AB d'intersection du plan de face en talud & de l'horisontal, on ne peut prendre la mesure de l'angle du talud suivant la direction de l'axe, ni des projections des joints de lit, qui sont obliques à l'égard de AB; c'est pourquoi du point S on tire une ligne Sq, ou, pour ne pas embroüiller la figure on lui tire une parallele BR hors du cône, pour servir de base du profil du talud RBT, lequel, quoique couché sur le plan horisontal, produira les mêmes effets que s'il étoit élevé en l'air en situation verticale, pour marquer les reculemens des hauteurs des points de division des voussoirs; parce qu'en supposant la ligne inclinée BT se mouvoir autour de BR, sans changer d'ouverture d'angle, il est clair que le point T du plus grand reculement, & tous les autres, déterminez sur cette ligne, demeureront toujours à distance égale du plan vertical, qui passeroit par AB; par conséquent toutes les lignes me-

nées par les points T 1^m, 2^m, 3^m, 4^m, peuvent repréſenter des plans verticaux, qui couperont le contour de la face en talud, & la projection de ſes joints de lit en des points 1^t 2^t, qui repréſentent les diviſions des vouſſoirs.

Et parce que la projection du talud, par le Theorême 3. du premier Livre, doit être proportionelle à l'Ellipſe de la face, dont elle eſt la projection, & avec laquelle elle a un axe commun AB; il ſuit que toutes les ordonnées à cet axe doivent être prolongées à angle Droit; quoique les deux plans de la face & de l'horiſon faſſent un angle aigu entr'eux par le talud; & conſerver toujours le raport de Bv à BT, ce qui a été fait pour déterminer le reculement des diviſions de la face ſur les projections horiſontales des joints de lit, par le moyen deſquelles on trouve leur valeur, & les meſures néceſſaires pour former les panneaux de lit & de doële, comme dans les autres trompes.

USAGE.

Les voutes coniques en talud, Droites ou biaiſes, ſont fort fréquentes dans les Fortifications, où il y a des Cazemates ou places ſouterraines, comme dans les Tours baſtionnées de M. de Vauban, & particulierement dans les Forts Maritimes, bâtis ſur les rochers, voutez pour battre à fleur d'eau, elles ſervent à couvrir les *Embraſures* où l'on place le Canon, d'où leur eſt venu le nom de *Canoniere*, qui n'eſt plus gueres en uſage; & comme l'objet ſur lequel on doit tirer ne ſe préſente pas toujours en face directement, mais un peu de côté, les voutes biaiſes & en talud ſont preſque plus uſuelles que les Droites.

Il eſt viſible qu'une Canoniere & une Trompe ne different qu'en ce qu'en celle-ci le demi-cône eſt complet, & qu'à la Canoniere il eſt tronqué vers le ſommet, telle ſeroit une trompe, dont on ſupprimeroit le trompillon; ainſi le Trait de l'une convient à l'autre à la réſerve de l'angle du collet, qui eſt plus ouvert que celui du vuide, que feroit la tête inférieure avec le trompillon; nous en parlerons à la deuxiéme partie, lorſqu'il s'agira des voutes compoſées.

Quatriéme Cas,

Des Voutes Coniques en Deſcente.

J'ai déja donné au 3.e Livre deux manieres de faire les voutes coniques en deſcentes, l'une par les projections verticales & les perpendiculaires aux élevations des faces, l'autre par les diagonales des projections des vouſſoirs.

Je

Je vais présentement montrer, qu'on peut faire les descentes coniques, suivant le même principe que j'ai employé pour les cylindriques; cependant avec un peu plus de composition du Trait; parce que l'on ne peut trouver les mesures des joints de lit sur aucune projection de plan, il faut nécessairement les chercher chacune en particulier par un profil.

Lorsqu'une voute conique est élevée en fenêtre sur des piedroits courts, au dessus de la hauteur d'apui, on l'appelle *Abajour ébrasé.*

Lorsque la voute se referme par en-bas, comme un trou rond, on l'appelle *Abajour en O ébrasé.* Nous choisissons ici pour exemple celui qui comprend toutes les obliquitez qu'on peut rencontrer dans l'usage ordinaire, pour éclairer des souterrains, afin qu'il serve pour tous les cas.

Abajour en O biais Ebrasé & en Talud.

Soit ABED la projection horisontale de l'ouverture qu'on se propose de faire dans un mur, laquelle ne peut marquer que l'obliquité de sa direction horisontale, & *ab*ED la projection verticale, qui marque la hauteur C*m*I de la face extérieure sur l'interieure, & l'intervale oblique de leurs diametres *a b* & DE. Plan. 46. Fig. 115.

Sur AB du plan horisontal comme diametre on décrira le demi-cercle ou demi-Ellipse AHB pour ceintre primitif renversé, qu'on divisera en ses voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on tirera à l'ordinaire des perpendiculaires au diametre AB, qui le couperont aux points P*p*, au-delà desquels on les prolongera un peu pour y marquer le reculement du talud.

On fera ensuite un profil suivant la section perpendiculaire au mur CI, & un autre suivant la direction du trait du milieu *r* C. Ayant tracé à part une ligne verticale V*u*, sur laquelle on prendra un point M pour centre du profil, on fera avec cette ligne le complement de l'angle du talud VMF. Sur MF on portera successivement les longueurs 1 P[1], 2 *p*[2], HC de l'arc de face en M 1, M 2, MF, & des points F, 2, 1, on tirera des perpendiculaires, qui rencontreront la verticale VM aux points V,*l*,*l*. On portera ensuite les intervales horisontaux FV, 2 *l*, 1 *l*, au plan horisontal en CT *p t*[2], *p t*[1], &c. pour avoir des points de la demi-Ellipse ATB, qui sera la projection de l'arc de la doële & de la face. Fig. 116.

Il faut présentement prolonger les côtez DA, EB, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en *s*, où sera le sommet du cône en projection, & de ce point *s*, & par tous les points *p* & *t* de la projection de la face, tirer

des lignes pq, to, qui couperont le diametre DE, de la face intérieure, aux points q & o.

Si le point s se trouvoit trop loin & hors du plan, sur lequel on trace l'épure, on auroit recours au Probl. 1. du 3.e Livre.

Par tous les points o on élevera des perpendiculaires indéfinies sur DE, & par les mêmes o & t d'autres perpendiculaires sur les lignes so, so, comme TV, tl, qu'on fera égales aux hauteurs correspondantes au profil Ml^{r}, Ml, MV; puis du point s, par les points V & l, on menera des lignes qui se rencontreront sur les points o, aux points Y & y; les longueurs oY & oy portées sur les perpendiculaires à DE, donneront les hauteurs des joints de face intérieure & inférieure Db^{n}E, par le moyen desquelles ayant les points 1^{n}, 2^{n}, b^{n}, 3^{n}, 4^{n}, on tracera la demi-Ellipse, qui est le ceintre de cette face, *qu'il falloit trouver.*

Jusqu'ici nous n'avons consideré dans ce Trait que la projection horisontale du plan, & la verticale du profil, pour avoir les reculemens des panneaux de doële, il faut y considerer une projection inclinée, faite sur le plan de rampe, dont il faut chercher l'étenduë par un profil; parce qu'elle est racourcie dans le plan horisontal.

Ayant porté la hauteur c^{m}I du diametre extérieur de la face sur l'intérieur DE, & mené une horisontale GR perpendiculaire à Vu, on portera la distance horisontale rC, qui est la projection du trait du milieu en GR, & l'épaisseur du mur IC en Gi, puis on tirera les lignes iMx & RM, qui seront les vrayes longueurs des *traits milieu*, l'une iM de l'épaisseur, l'autre RM de la rampe.

On prendra avec le compas la longueur RM du profil, & on la portera au plan horisontal, posant une pointe en r, & faisant avec l'autre une section sur la ligne IC prolongée, qu'elle coupera en m, par où on menera une ligne a^{n} b^{n} parallele & égale à AB, qui donnera de part & d'autre de m les points $a^{m}b^{m}$, par où & par les points D & E on menera les lignes Da^{m}, Ea^{m}, le trapeze Da^{m} b^{m}E sera la vraye étenduë du plan de rampe, & une portion de triangle par l'axe du cône, dont on aura le sommet X en prolongeant les côtez Da^{m}, Eb^{n} jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en X, où doit aussi aboutir la ligne du milieu rm.

Presentement il faut faire sur ce plan les projections des deux faces, lesquelles changeront d'espece, celle de la face antérieure, qui étoit en talud, y sera représentée en surplomb, & celle de la face inférieure, qui étoit aplomb, y sera représentée en talud.

Pour trouver les points de la face en surplomb, par les points F,2,1,

108.

109.

110.

111.

112.

113.

114.

du profil, on tirera des perpendiculaires sur *iMs*, qui rencontreront cette ligne aux points s^1, s^2; s^3, & donneront les avances M1, M2, Ms, qu'on portera au plan de rampe en $m^1 s$, $m^2 s$, $m^3 s$, $m^4 s$; & par les points *sss*, &c. on tracera la demi-Ellipse $a^m\, s\, b^m$, qui sera la projection inclinée de la face en surplomb sur le plan de rampe.

Pour avoir la projection inclinée de la face inférieure sur le plan de rampe, on menera par le sommet X du plan de rampe, & par les points *s*, *s*, *s*, des lignes Droites, qui rencontreront les perpendiculaires abaissées des points *o*, qui sont les premiers $1^n o$, $2^n o$ prolongées, en K*x* & *x*, par lesquels on tracera la demi-Ellipse DKE, qui sera la projection de l'arc de face intérieure, laquelle étant supposée aplomb, étoit représentée au plan horisontal par la seule ligne DE, mais qui devient en talud en prenant le plan de rampe pour le plan horisontal.

On peut présentement trouver en même tems, & les vrayes longueurs des joints de lit, & les angles des têtes des panneaux de lit, par exemple, pour le second joint de lit.

On portera sur la ligne intérieure du profil N*i* les hauteurs trouvées *o*Y, *oy*, *oy* en *i*N, *iy*, *iy*, & par les points N*yy*, on tirera des perpendiculaires sur *i*M, qui la couperont aux points K*xx*, on fera un triangle rectangle avec les deux lignes données Xx^2 sur le plan de rampe, & la perpendiculaire $y k^2$, l'hypotenuse X*z* sera le côté du joint, duquel on retranchera la longueur qui sera donnée pour reste d'un autre triangle rectangle, en élevant sur le point *s* une perpendiculaire ss^a, qui coupera le joint entier X*z* en s^a, la longueur zs^a sera celle qu'on cherche.

Presentement il sera aisé de former les *panneaux de lit* par la méthode generale aux voutes coniques, faisant un triangle des trois côtez donnez, sçavoir de l'axe X*r* du demi-diametre de la face intérieure $r\,2^n$, & du joint trouvé X*z*. Et pour la face antérieure de l'axe XC, du rayon CA & du joint trouvé Xs^a.

Les panneaux de doële se feront comme ceux de lit, en faisant deux triangles avec les longueurs des joints de lit, jusqu'à la face inférieure, & d'une corde de cette face, puis de deux joints de lit dans le vuide de la partie tronquée & de la corde de la face supérieure, dont le triangle qui sera plus petit que le premier étant retranché, donnera pour le second lit un trapeze, tel qu'on le voit à la figure 118. aux chiffres où est le 2^d.

Les biveaux de lit & de doële se trouveront suivant la méthode ge-

nerale, dont l'application a été faite aux voutes coniques biaises & en talud, à quoi se réduit celle-ci considerée sur le plan de rampe, comme sur un plan horisontal.

L'application du trait sur la pierre est la même aussi que pour cette espece de voute conique.

Explication démonstrative.

Puisque tous les côtez des cônes sont inclinez au triangle par l'axe DSE, consideré comme horisontal, ils sont tous differens de la vraye longueur, qu'on représente en projection; c'est pourquoi on est obligé de faire autant de triangles rectangles qu'il y a de joints de lit, par la même raison le triangle, qui est la projection d'un cône incliné, étant encore diminué de longueur, il faut élever sur cette projection des perpendiculaires, qui donnent une vraye longueur inclinée; or comme le diametre DE de la base du cône Db"E, & cette base même sont communs aux deux cônes, sçavoir à celui de la projection horisontale, & à l'incliné en descente; il est clair qu'ayant trouvée, par la supposition d'un cône horisontal, cette base, elle sera aussi trouvée pour le cône incliné; mais si cette base, qui a été considerée comme immobile à l'égard de ces deux cônes, restant toujours dans une situation verticale, est supposée se mouvoir au-tour de son diametre DE, jusqu'à ce qu'elle prenne la place du plan incliné de la rampe, qui est le triangle par l'axe du cône incliné; il est clair que les lignes verticales, qui passent par les joints de tête 1" 2" h" 3" 4", seront inclinées suivant la même inclinaison que le plan de rampe, lequel alors deviendroit horisontal; ainsi la face verticale aura pris la place d'une face en talud, dont la projection des divisions sera bien faite par des verticales représentées 2"x, b"k, &c. ce qu'il falloit faire pour la face inférieure. La même transposition n'est pas moins claire à l'arc de face supérieure, qui devient en surplomb quoiqu'il fût en talud.

USAGE.

Les abajours ébrasez sont très fréquens dans les bâtimens où il y a des souterrains, on en trouve même dans les Fortifications modernes, comme à celles de Manheim dans le Palatinat; mais comme l'intérieur de la voute est de moilon ou de briques, le Trait de la coupe des pierres n'est nécessaire qu'à une seule face, qui est l'apparente en talud.

Cinquiéme Cas,

Des Voutes Coniques Rampantes.

On donne le nom de *Rampantes* à toutes les trompes, dont les impostes ne sont pas de niveau, mais inclinées à l'horison, comme celle qui est représentée à la fig. 117. en quoi elles different des précedentes. *Fig.* 117.

Dans cette espece de trompe il peut y avoir beaucoup de cas. Premierement, on peut faire une des impostes de niveau, & l'autre rampante, comme à la trompe d'Anet, alors l'axe du cône est rampant; parce qu'il vient de l'angle des piedroits, qui comprennent la trompe à la hauteur de la naissance inferieure, & s'éleve au milieu de la hauteur de la rampe, telle est la ligne MC de la fig. 119. qui représente l'axe en projection verticale.

2.° Les deux naissances ou impostes de la trompe peuvent être inclinées, l'une en montant, comme CA [*Fig.* 120.] l'autre en descendant, comme CR. C'est ce que le P. Deran appelle *Trompe rampante par le haut & par le bas.* Dans celle-ci l'axe est de niveau, & n'est représenté en projection verticale que par le seul point C.

De ces deux cas principaux il en suit d'autres, où l'on peut compter differentes variations à l'égard de l'axe & de sa direction; car dans le premier la direction de l'axe, & dans le second l'axe peut être même perpendiculaire au plan de la base du cône RHA, & alors la trompe quoique rampente peut s'appeller *Droite sur sa face*, mais differemment; car la premiere est *rampante par son diametre*, & par son axe, mais *Droite par sa direction*, & l'autre est rampante par son diametre, & *Droite par son axe*, & par sa direction.

Et au contraire, lorsque la direction est oblique à la face, la trompe sera toujours *Biaise & rampante.*

Nous comprenons sous cette obliquité les variations que causent le talud, ou le surplomb; de sorte qu'on pourroit compter huit sortes de trompes rampantes.

La premiere, qui ne rampe que d'un côté de piedroit, du fond de la trompe en montant.

La 2.e Celle qui rampe par haut & par bas.

La 3.e qui est biaise sur son axe.

La 4.e qui est biaise sur sa direction.

La 5.e qui est droite par sa direction, mais en talud ou surplomb.

La 6.e qui eſt biaiſe & en talud, ou en ſurplomb.

La 7.e qui eſt droite par ſon axe ſur la face en talud, ou en ſurplomb.

Et la 8.e qui eſt biaiſe dans toutes les circonſtances: cela ſuppoſé, voici le trait pour un de ces cas, & une introduction pour les autres.

Premiere Diſpoſition,

Trompe Conique Rampante d'un côté, Droite par ſa direction ſur ſa Face.

Pour ôter tout l'embarras que peut cauſer la rampe d'une des impoſtes & de l'axe de cette trompe, il n'y a qu'à faire une ſuppoſition, que le Couſſinet du piedroit, qui eſt une ſurface plane triangulaire, fait une partie de la voute conique, étant pris de niveau avec la naiſſance ou impoſte, qui eſt de niveau dans la partie inférieure; ainſi conſiderant le couſſinet MAB comme un vouſſoir déja fait, il ne ſera plus néceſſaire d'avoir attention à la ligne de rampe ou diametre RA, mais ſeulement à l'horiſontale RB, que l'on conſiderera comme le diametre d'une trompe conique droite, pour trouver toutes les longueurs des joints de lit, par le moyen de la projection des points de diviſion du ceintre de face, ce qui paroît aſſez clair, mais que nous allons encore mieux faire connoître par un exemple. *Fig.* 119.

Soit RSB l'angle des piedroits de la trompe, conſiderez comme coupez par un plan horiſontal, lequel eſt un peu moins aigu que celui de la ſection de la trompe par ſon axe RMA. Ayant élevé au point B une perpendiculaire BA ſur RB, à telle hauteur A qu'on le juge à propos, on tirera la ligne de rampe RA, qui ſera le diametre d'un demi-cône ſcalene R*b*AM, dont la hauteur de la baſe ou face R*b*A peut être priſe à volonté en *b*, plus haut ou plus bas.

Par les trois points donnez R*b*A on fera paſſer un arc rampant, comme il a été enſeigné au Probl. 20. du 2.e Livre; puis on diviſera le contour de ce ceintre en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, plûtôt en nombre pair qu'impair contre la régle ordinaire des arcs, dont les impoſtes ſont de niveau, afin que la clef ſe trouve au ſommet en *b*, qui ne répond pas au milieu de l'intervale horiſontal RB, faiſant enſorte que la corde 23 de la clef 2*b*3 ſoit de niveau, ce qui me paroît convenable; quoique M. de la Rue ne l'ait pas obſervé dans ſa trompe d'Anet; par les points de diviſion des vouſſoirs, on tirera des joints de tête 1, 4; 2, 5; 3, 6, à l'ordinaire, & par les mêmes points on abaiſſera des perpendiculaires 1*p*, 2*p*, 3*p* ſur l'horiſontale RB, qu'on

prendra pour le diametre de la trompe, & des points p on tirera des lignes au point S, ſommet du cône, qui feront les projections des joints de lit, par le moyen deſquelles & des aplombs abaiſſez des diviſions 1, 2, 3, 4 on tracera leur juſte longueur, qui eſt l'hypotenuſe du triangle rectangle, qui a ces deux lignes pour jambes, comme nous l'avons tant de fois répeté. Ainſi tranſportant les aplombs $1p$, $2p$, $3p$ à angle droit ſur l'extremité des projections des joints de lit, comme on le voit exprimé à la figure par des arcs de cercles Aa, $3f^3$; on aura pour longueur du premier joint de lit la ligne Sf^1, pour ſecond la ligne Sf, ainſi des autres, & pour longueur de l'impoſte ou naiſſance rampant la ligne Sa, qui eſt racourcie au plan horiſontal SB, comme toutes les autres.

Les Biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête, ſe trouveront auſſi facilement dans cette trompe que dans la trompe droite, & ſuppoſant, comme je l'ai dit, que le couſſinet MAB fait partie de la doële.

REMARQUE.

Il faut obſerver ici que les têtes des vouſſoirs ſur le trompillon deviennent inégales entr'elles, quoique les diviſions 1, 2, 3, 4 du ceintre RbA ſoient égales; parce que le cône étant ſcalene, les impoſtes, qui ſont les côtez de la ſection du triangle par l'axe RM, MA, ſont inégales; puiſque RM, qui repréſente en projection verticale, l'impoſte de niveau, eſt égale à RS du plan horiſontal; mais non pas AM à SB; parce que MA incliné eſt plus grand que SB de niveau; de ſorte que tous les joints de lit ſont de longueur inégales, & par conſéquent les angles qu'ils font au ſommet du cône S inégaux, quoique les arcs R1, 12, 23, &c. ſoient égaux entr'eux.

Seconde Diſpoſition,

Trompe Conique Rampante par le haut & par le bas.

La conſtruction de cette trompe paroît d'abord contraire à la ſolidité, en ce que ſon impoſte ou naiſſance inférieure eſt dans un plan incliné, & elle la feroit en effet ſi on faiſoit les lits des vouſſoirs de cette partie en pente, comme l'impoſte; car malgré le frottement il tendroit toujours à couler ſur le devant, ſi l'inclinaiſon étoit de pluſieurs degrez; mais cet inconvenient ceſſe en prenant la naiſſance dans un vouſſoir, qui porte une partie triangulaire plane, poſée de niveau par ſon lit, comme les autres pierres du piedroit, d'où la naiſſance s'éleve comme par degrez, que la ligne d'impoſte traverſe diagonalement, Fig. 120.

de sorte que chacune de ces pierres est partie plane, partie concave. On peut même, si l'on veut, graver cette ligne en façon de faux joint pour en marquer la continuité & la direction, ce qui convient particulierement vers le trompillon, où la surface concave, quoique tangente aux piedroits, se distingue plus subitement de sa surface plane.

Les projections de lit SP, S*p*5 &c. étant faites comme au cas précedent, il faut les joindre differemment à leurs aplombs, pour faire les triangles rectangles, dont l'hypotenuse donne la vraye longueur des joints; parce que les aplombs des divisions 1, 2, 3, 4 ne doivent pas tomber jusques sur l'horisontale RB où étoit le sommet du cône. Ici il est plus haut, sçavoir en C, centre du ceintre, qui représente dans ce point aussi tout l'axe en projection verticale. C'est donc par ce point C qu'il faut mener l'horisontale ON, qui coupera les aplombs 1*p*, 2*p*, &c. aux points L & *l*; les hauteurs 1L, 2*l*, 3*l* seront celles des aplombs, qui doivent servir de jambe au triangle rectangle, dont l'hypotenuse donne les vrayes longueurs des joints de lit; ainsi on portera les projections horisontales S*p*, SP, sur l'horisontale ON, des points L, *l*, *l*, en *d*, *e*, *f*, les longueurs *d*1, *e*2, *f*3 seront celles des joints de lit.

La même horisontale ON servira à trouver les biveaux de doële & de tete, & de doële & de lit, comme aux autres trompes.

On peut faire ce Trait d'une maniere encore plus simple, en considerant cette voute comme une horisontale Droite, qui n'a aucune difference de la premiere trompe fondamentale, que celle de la courbe de son ceintre, qui n'est pas circulaire ni Elliptique suivant l'usage ordinaire aux trompes horisontales, en ce que la ligne passant par les impostes n'est pas un axe, mais un autre diametre RA.

Ainsi au lieu d'abaisser les perpendiculaires des divisions 1, 2, 3 sur la ligne RB ou ON, on peut les abaisser sur RA, comme 1*a*, 2*a*, 3*a*; puis ayant mené par le point C une ligne CD égale à la profondeur de la trompe donnée MS, on menera DR, DA; le triangle RDA sera une section par l'axe differente de la projection horisontale RSD, en ce que l'angle RDA est plus ouvert que RSB, que font entr'eux les piedroits de la trompe horisontalement; mais il est toujours la mesure de leur ouverture sur un plan incliné RA.

Par les points *a*, *a*, *a* ayant tiré des lignes au sommet D, on portera les longueurs Da^1, Da^2, Da^3, en 1$^a d$, 2$^a d$, 3$^a d$, sur AR prolongée où il faut; les lignes 1*d*, 2*d*, 3*d* seront les vrayes longueurs des joints de lit que l'on cherche.

Si les deux impostes étoient rampantes inégalement, alors le point qui représente la projection du sommet du cone sur le plan de la face, que représentoit le point M à la fig. 119. se trouvant au dessus ou au dessous du centre C, de la ligne RA, cette derniere construction ne pourroit plus servir, il faudroit en revenir à la précedente, à laquelle cette difference de cas, qui seroit fort extraordinaire, ne feroit cependant d'autre changement que d'élever ou d'abaisser l'horisontale ON, qui doit passer par *c* au dessus de C, si R*c* est moins incliné que A*c*, & au dessous en *f*, si R*f* est plus inclinée que *f*A.

COROLLAIRE.

De la construction de ces deux principaux cas de trompes rampantes, il sera aisé de déduire celle des autres qui en dépendent, comme celles dont nous avons fait mention ci-devant, qui sont de plus *biaises par la direction* horisontale de leurs faces, à l'égard de l'axe du cône ou en *talud* ou en *surplomb*. Il n'y a qu'à faire la supposition, que la face plane triangulaire du coussinet fait partie de la doële de la trompe, & operer comme dans les trompes biaises, ou biaises & en talud, qui ne sont pas rampantes, la difference de ces voutes ne tombant que sur le contour du ceintre, qui sera ainsi partie Elliptique & partie Droit au coussinet.

Sixiéme Cas,

Des Trompes coniques de face Angulaire en angle saillant.

En Termes de l'Art.

Des Trompes sur le Coin.

Les Trompes sur le coin ne sont autre chose que des voutes coniques ordinaires, coupées obliquement par leurs faces en deux parties, qui forment un angle saillant.

Lorsque les deux faces sont égales entr'elles, & leurs bases égales à celles des piedroits, & que l'angle est Droit, alors la trompe est appellée *Droite sur le coin*; parce que son axe ne tourne pas plus vers un piedroit que vers l'autre. Telle est celle qu'on représente à la fig. 121.

Si au contraire l'angle saillant ou rentrant est obtus ou aigu, & les côtez ou les faces inégales, la trompe est appellée *Biaise* sur le coin.

Premiere Espece,

Trompe Droite sur le Coin.

On peut faire que cette trompe soit portion d'un cône Droit, ou d'un cône scalene.

Premiere Diſpoſition.

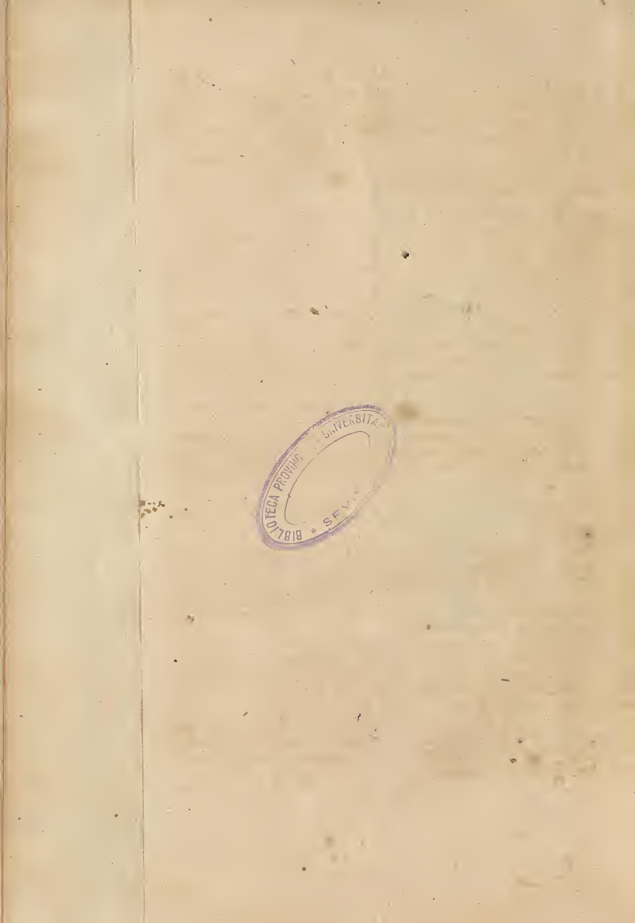
Fig. 122. Soit le quarré BNDS la projection horiſontale de la trompe qu'on ſe propoſe de faire dans un angle Droit rentrant BSD. Ayant tiré la diagonale BD, on décrira ſur cette ligne, comme diametre, un demi cercle BND pour ceintre primitif, qui eſt ici tourné de haut en bas, & l'ayant diviſé en ſes vouſſoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles à l'axe SN, qui couperont la projection des faces BN, DN aux points q & Q, par leſquels on tirera d'un côté des lignes droites au ſommet S, qui feront les projections des joints de lit, leſquelles couperont le diametre BD aux points P & p, deſquels on élevera des perpendiculaires au diametre, qui couperont la circonference du ceintre primitif BND aux points $1^i\ 2^i\ 3^i\ 4^i$, où ſeront les vrayes diviſions du ceintre primitif, qui deviennent inégales, comme elles doivent être pour que celles des faces ſoient à peu près égales, comme on va le voir ſur la courbe de ſon ceintre que nous allons chercher. Si l'on veut que la diviſion des têtes de l'arc de face ſoient parfaitement égales, il faut tracer cet arc ſans égard aux diviſions des vouſſoirs, enſuite le diviſer également, cela vaut mieux, & eſt moins embaraſſant que les moyens du P. Deran & de M. de la Rue, qui ne ſont point géometriques, en voici la maniere :

On élevera au point N une perpendiculaire à la diagonale SN, qui rencontrera le côté SD prolongé en h^n; on portera la longueur Nh^n ſur DN prolongée en H, où ſera le ſommet de la clef ſur l'angle N, & l'amplitude d'une demi-parabole, qui forme le ceintre de face de chaque côté; & parce que cette amplitude NH eſt une ordonnée à ſon axe BN, & le point B le ſommet de la parabole, on la décrira par le Probl. X. du 2.ᵉ Livre.

Ou bien d'une maniere un peu differente, on diviſera NH en quatre parties égales en G, K, L; par le point G de la premiere on tirera une perpendiculaire ſur HB, qu'elle rencontrera en x. La même xG prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre l'axe BN prolongée en y, donnera une longueur Ny égale à celle qu'il doit y avoir du ſommet B au foyer F de la parabole, & au dehors de la directrice, paſſant en I ſur l'axe NB prolongé; ainſi avec le foyer F & le point I de la directrice, on tracera autant de points qu'on voudra à la circonference de la Parabole, ou bien on la décrira par un mouvement continu, comme il eſt expliqué au Problême cité.

On peut auſſi trouver pluſieurs points de la Parabole, en tirant des paralleles à BD par les points q^3, q^4, de la projection des joints de

115. 116. 117. 118. 119. 120.



lit sur la face, lesquelles rencontreront SD prolongé aux points 4^f, 3^f, ensuite du point N pour centre, & des intervales N 4^f, N 3^f pour rayon, on fera des arcs de cercles, qui couperont les perpendiculaires, qui seroient élevées sur DN aux points q^3, q^4, ou sur leurs correspondans q 1^e $Q2^e$ en des points 1e 2e H, lesquels seront à la circonference de la parabole. Remarquez que cette méthode suppose que le ceintre primitif est circulaire.

Les angles des têtes des lits seront aussi donnez en prolongeant les rayons Nh^n, $N3^f$, $N4^f$, si l'on veut que tous les lits tendent, & s'entrecoupent à l'axe du cône SN. Ainsi $S\,4^f\,8$ sera l'angle de tête des deux premiers lits, l'un à droite, l'autre à gauche, $S3^f7$ celui du second, ainsi du reste.

Mais si l'on tire les joints de tête perpendiculairement aux arcs paraboliques, suivant la régle donnée au Prob. 26. page 195. du 2.e Livre, les lits ne tendront pas à l'axe de la trompe. En ce cas je crois que la premiere pratique, qui est plus conforme à la bonne construction de solidité, est préferable à la régularité apparente des joints de tête.

Par le moyen des projections des joints de lit à la doële, & la hauteur des retombées des faces, il sera aisé de trouver par les manieres ordinaires les vrayes longueurs de ces joints nécessaires, pour former les panneaux; & comme nous supposons le cône intrinséquement Droit, il n'est pas besoin de les chercher, elles sont données sur l'épure en $S4^f$, $S3^f$, Sh^n.

Presentement tout est donné pour faire les panneaux de doële plate ou dévelopée, & pour ceux des lits.

1.o Pour ceux de doële, il n'y a qu'à former un triangle avec deux joints de lit, par exemple pour le premier avec les longueurs SD, $S4^f$, & la corde de la face $B1^e$; ainsi des autres.

Si au lieu des doëles plates on vouloit avoir les doëles dévelopées, pour en former des panneaux flexibles, au lieu des cordes des arcs de face on prendroit les arcs paraboliques étendus, c'est-à-dire, rectifiez, & les rengeant de suite, comme on voit à la figure pour une moitié de h en d, on traceroit à la main ou avec une régle pliante une courbe $h3^d\,4^d\,d$, qui seront le dévelopement de la face sur une surface plane, lequel pourroit se plier & s'appliquer dans la surface d'un cône Droit, dans laquelle elle détermineroit le contour de la parabole sur la demi-face plane de chaque pan; mais cette maniere, qui est celle des Auteurs, n'est pas la meilleure, nous en proposerons ici après une autre plus propre à la pratique.

Si l'on fait des doëles plates, il arrive encore une autre incommodité, c'eſt que celle de la clef ſe trouve partagée en deux ſurfaces planes $b\ 3^d$ S & $b\ 2^d$ S, qui font entr'elles un angle rentrant, à peu près égal à celui que font les deux cordes 2N, N3 de l'arc 2N3, je dis à peu près, parce qu'il eſt un peu plus fermé que celui du biveau, qui en eſt la juſte meſure; c'eſt pourquoi nous renvoyons le Lecteur à un autre *Trait*, plus convenable à la pratique & plus general, que nous donnerons ci-après.

On peut cependant faire uſage de celui-ci, où l'on a tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer les vouſſoirs; car nous avons les panneaux de doële plate, & deux côtez de la clef, & l'on peut auſſi n'en faire qu'un ſeul de la clef, en prenant la corde $2^i\ 3^i$ au lieu des deux cordes de la face 2^c H de droite & de gauche, avec laquelle & les deux joints de lit S 3^f, auſſi de chaque côté on fera un triangle S T V,
Fig. 124. auquel, ſur la même corde TV, on en ajoutera une autre pour la valeur de l'angle ſaillant 2^i N 3^i, qui n'atteindra pas cependant à l'angle N; parce qu'il paſſera au deſſous d'une certaine quantité, qu'il faut chercher; on prendra la longueur $l3^f$, de laquelle comme rayon, & d'un des points T, ou V pour centres, on fera un arc vers S, qui coupera la ligne du milieu au point *c*, duquel comme centre & du même rayon $l3^f$, on décrira l'arc T *l* V, dont on portera la fleche *lm* en $3^f r$ ſur $l3^f$ de la figure 122. puis du point S par *r* on tirera la ligne SR; on portera auſſi la diſtance *r*R ſur S *z* de M en *z*, & de ce point *z*, on tirera des lignes aux points T & V, le trapezoïde ST*z*V ſera le panneau de doële plate pour la clef, dont le point *z* eſt au deſſous du point *b* du dévelopement, ou H de la hauteur de l'angle dans le même aplomb NH ou Nb^n du profil de l'intervale Rb^n, ce qui fait voir l'erreur du trait de M. de la Rue, qui fait paſſer ſon panneau de doële plate au ſommet de l'angle ſaillant à la doële.

Les biveaux de tête & de doële, & de doële & de lit, ſe formeront de la même maniere qu'à la trompe plate, chacun en particulier, par le moyen des cordes des arcs de faces prolongez, pour avoir la ſection de la doële plate de chaque vouſſoir avec l'horiſon.

Application du Trait ſur la Pierre.

Les vouſſoirs de têtes unies au côté de la clef ſe traceront comme à la trompe plate; premierement, en poſant le panneau de doële plate ſur un parement, & abatant la pierre pour former la tête avec le biveau de doële & de tête; puis ayant appliqué ſur ce ſecond parement le panneau de tête, pris à l'élevation, comme $2^c\ 6\ 5\ 1^c$, on

abatra la pierre à la régle, coulant ſur les arêtes de doële & de joint de tête.

Pour la clef il y faut un peu plus de façon, parce qu'elle eſt angulaire à deux têtes, & que le panneau de doële plate n'en touche pas les quatre angles.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y appliquera le panneau STzV de la fig. 124. puis ayant tracé le trait du milieu Sz, on y appliquera le biveau de l'angle SRE, ſuivant lequel on fera une plumée, & afin que l'arête de l'angle ne panche ni à droite ni à gauche, on fera des points T & V pour centres des arcs dans la rigole de cette plumée, qui ſe croiſeront en un point, par lequel & le point R on tracera une ligne, qui ſera l'arête de l'angle ſaillant.

Par le moyen de cette arête, & de celles des têtes de la doële zT & zV, on pourra faire les deux têtes de droite & de gauche ſans biveau, en faiſant couler la régle ſur ces deux lignes, à meſure qu'on abatra la pierre.

Les têtes étant formées on y appliquera le panneau 2^e^H de la face, poſant le point 2e ſur T d'un côté & V de l'autre, & le point H ſur l'arête au deſſus de l'angle de la doële plate de l'intervale Rh''; dans cette ſituation on tracera l'arc parabolique, qui ſuffira pour creuſer la doële ſans toutes ces fauſſes cherches, que les Auteurs trouvent avec beaucoup de circuit, pour indiquer un faux contour circulaire, & une fauſſe poſition perpendiculaire aux doëles, auſquelles il n'y a que des arcs Elliptiques qui puiſſent convenir. En effet, pour creuſer la doële il n'y a qu'à abattre la pierre à la régle, appuyée d'un côté ſur la pointe S, ſi on l'a, ou ſur l'arc du trompillon, fait comme nous l'avons dit pour la trompe Droite circulaire, & de l'autre ſur l'arc parabolique, obſervant ſeulement que cette régle ſoit toujours dirigée d'un côté au ſommet S, ou poſée ſur des parties proportionelles de la largeur de la tête & du trompillon; comme nous l'avons dit dans l'introduction à la formation des ſurfaces, ce qui retranche de fauſſes & inutiles cerches.

Si cependant on en vouloit uſer pour plus grande ſûreté, on peut poſer la cerche d'un arc de ceintre primitif, incliné ſuivant l'angle aigu CDS, ou ſon ſupplément CDh'', contre lequel on appuyera la cerche, obſervant qu'une branche tende au ſommet, & que l'autre ſoit bornoyée par l'arête du milieu de la tête, ce que je dis ſeulement pour la clef, car cette vérification eſt inutile pour les autres vouſſoirs.

Je n'ai rien à ajouter pour la coupe des lits, puiſqu'on a les joints

de tête & les joints de lit donnez pour diriger la régle, ſuivant laquelle on doit abatre la piérre.

Seconde Eſpece,

Trompe ſur le Coin, Droite, ſurbaiſſée ou ſurhauſſée.

On ne peut faire cette eſpece de trompe auſſi facilement que la premiere, ni en varier le *Trait*, en ſe choiſiſſant un ceintre primitif au dedans ou aux faces ſans y trouver quelques difficultez, qui ont induit en erreur le P. Deran & Deschales, & M. de la Rue, page 151. Ces Auteurs on cru qu'on pouvoit prendre à volonté, pour ceintre primitif aux faces une courbe quelconque ſurbaiſſée ou ſurhauſſée, & même circulaire; c'eſt une erreur qu'il eſt bon de démontrer.

Il eſt certain qu'une doële doit être uniforme ſans plis ni jarrêts; or celle d'une voute ſur le coin, dont les faces ſont de toute autre courbe que d'une parabole, fait un angle ſaillant ou rentrant tout au long de la doële, au milieu de la clef; par conſéquent l'on ne doit faire ces ceintres ni en portions de cercles, ni d'Ellipſes.

Pour prouver la mineure, je n'ai qu'à démontrer que la doële des Auteurs citez eſt un compoſé de deux quarts de cônes égaux; mais tournez en ſens contraire, comme on voit à la figure 80. du premier Livre Planche 7. dont l'angle du ſommet eſt plus petit que BSD.

Fig. 123. Supposons premierement [*Fig.* 123] que le quarré BSDN eſt le plan horiſontal de la trompe Droite ſurbaiſſée, ſi l'on prolonge les faces BN, DN, enſorte que N*b* ſoit égal à NB, & N*d*, égal à N*d* il eſt clair que cette ligne B*b* ou D*d* ſera le diametre entier du ceintre de face, s'il eſt en quart de cercle ou en quart d'Ellipſe; & par conſéquent que ſi l'on tire des points *b* & *d* au ſommet S au fond de la trompe, on aura deux demi-cônes BS*b*, BS*d* égaux & tournez en ſens contraire, dont l'angle du ſommet S commun à tous les deux, eſt moindre que celui des piedroits de la trompe BSD de la quantité BS*e* ou DSE.

D'ou il ſuit que la ſection BD perpendiculaire à l'axe SN eſt un compoſé de deux demi-Ellipſes, dont les diametres ſont les parties B*g* & DG, qui ſont diviſées inégalement par le point *m*; mais les plus grandes ordonnées de ces Ellipſes, qui ſont leur plus grande hauteur ſur l'horiſon, ſont au milieu de ces diametres; d'où il ſuit que l'ordonnée commune aux deux Ellipſes en *m* eſt plus petite que celles qui ſont au milieu; par conſéquent le point de la doële qui eſt aplomb au deſſus du point *m* eſt plus bas que ceux des côtez, ainſi la ſurface de la doële s'y abaiſſe, & fait une arête en *contrebas*, ſuivant le terme de l'Art, *ce qu'il falloit démontrer.*

Si l'on faisoit les ceintres des faces de portions d'Ellipses moindres que le quart, l'arête de jarret deviendroit un peu moins sensible; mais si petites qu'on les fasse, l'erreur subsistera toujours; parce qu'on pourra toujours déterminer la longueur du diametre de cette portion d'Ellipse, qui sera toujours finie, & l'axe de la Parabole est infini.

Il est donc évident que si l'on veut faire une trompe Droite sur le coin surhaussée ou surbaissée, il faut faire le ceintre primitif sur BD en portion d'Ellipse sur son grand ou sur son petit axe; puis ayant trouvé par le profil la hauteur que ce ceintre donne à l'angle saillant en NH, on décrira les ceintres de face paraboliques de la même maniere, que si la trompe étoit portion d'un cône Droit sur une base circulaire, dont nous venons de parler.

Si au contraire, on veut prendre pour ceintre primitif les arcs de faces, on se donnera telle hauteur NH qu'on jugera à propos, avec laquelle, le sommet B ou D, & l'axe BN ou DN, on tracera la Parabole, par le Probl. X. du 2.e Livre, & l'on continuera le trait comme au précedent, sans aucun changement que celui des mesures & des profils, qu'on ne pourra pas prendre sur l'imposte, comme à ce Trait; mais qu'on fera chacun en particulier, comme aux trompes biaises précedentes; ce qui est assez facile à concevoir sans qu'il soit necessaire d'en répeter la pratique.

Troisiéme Espece.

Trompe sur le Coin Biaise.

Les Auteurs citez sont tombez dans ce Trait dans les mêmes erreurs qu'au précedent, prenant pour ceintre primitif des arcs des faces circulaires ou Elliptiques, & n'ont parlé que de la trompe biaise, dont le plan horisontal est un parallelograme, comme F S D *n*, auquel cas les faces sont toujours nécessairement des demi-paraboles; quoique le ceintre primitif formé sur FD soit circulaire ou Elliptique, c'est-à-dire, que le cône, dont la trompe est une portion, soit de sa nature Droit ou scalene, ce qui est incontestable. *Fig.* 123.

La construction de ce cas n'ayant rien de different de la précedente, que l'inégalité des axes des paraboles des faces, ne demande pas qu'on en fasse une description particuliere.

Nous choisirons pour exemple de la trompe biaise, celle dont les faces & les piedroits sont inégaux, dont la projection horisontale est un trapeze, comme FNES. *Fig.* 125.

M. de la Rue prend pour ceintre primitif la section verticale sur la diagonale FE ; cette construction est bonne, mais il en peut arriver une difformité, si les faces étoient fort inégales, en ce que le ceintre secondaire, Elliptique sur une des faces, pourroit devenir une portion d'Ellipse, plus grande que le quart, de sorte que l'angle saillant ne seroit pas au sommet de la face, mais au dessous en *contrebas*.

Pour éviter cet inconvenient, il faut faire ensorte que l'axe du cône soit toujours dans la diagonale SN, ou du moins que le centre du ceintre primitif de section verticale soit toujours dans cette diagonale. S'il n'est pas circulaire, il faut donc *chercher la section circulaire d'un cône scalene, dont on a les côtez & l'axe donné.*

Par un point C pris à volonté sur l'axe SN, on menera CA parallele au piedroit ES, laquelle rencontrera l'autre BS en A. On portera la longueur AS en AB, pour avoir le point B, par lequel & par le point C on tirera BCD, qui rencontrera SE au point D, la ligne BD sera le diametre du ceintre primitif, circulaire ou Elliptique, qui sert à régler le contour de la doële, à peu près comme l'arc-Droit dans les voutes cylindriques.

Presentement pour former les ceintres de face, qui sont differens, à cause de la difference de leur obliquité à l'égard de l'axe SN; on menera par le point N une parallele à BD, qui rencontrera les piedroits prolongez en *f* & G, la moitié NG sera la hauteur de l'angle saillant, si le ceintre primitif est circulaire, laquelle NG sera une ordonnée commune aux deux courbes des ceintres de face de la droite & de la gauche, par le moyen de laquelle, des points B ou E pris pour sommet avec le diametre de la courbe, qu'on trouvera en prolongeant FN ou EN jusqu'à ce qu'il rencontre le piedroit opposé prolongé, qui ne peut le rencontrer dans cette figure que au-dehors de la planche, on décrira par le Probl. 4. du 2.[e] Livre la portion d'Ellipse, qui est le ceintre de l'arc de face à chaque côté.

Le ceintre primitif BHD, & ceux des faces étant donnez ou en quart d'Ellipses, ou en demi-paraboles, il est au choix de l'Architecte de faire les divisions des voussoirs où il le juge à propos, pour la régularité de la doële ou des faces, étant clair, comme nous l'avons dit ci-devant, que les obliquitez laissent toujours de leurs traces, ou sur la doële ou sur la face; on ne peut les cacher par-tout; si on divise la face en parties égales, les doëles deviennent inégales dans les distances transversales, & si celles-ci sont égales, celles des faces deviennent très inégales entr'elles; de quelque maniere qu'on les fasse, il suffit qu'on ait les projections de lit pour en trouver les valeurs, avec lesquelles on forme les panneaux de lit & de doële.

Si les divisions ont été faites sur les arcs de face, on en aura les hauteurs 1Q, 2q, P3, p4, lesquelles étant posées à angle Droit sur les projections SQ, Sq, &c. les hypotenuses Sf^1, Sf^2, &c. seront les vrayes longueurs des joints de lit.

Si les divisions ont été faites sur le ceintre primitif de section transversale BD, comme aux points 1°, 2°, 3°, 4°, on fera des triangles rectangles avec les jambes Sr^1, Sr^2 & $1°r^1$, $2°r^2$, dont l'hypotenuse sera la longueur du joint de lit jusqu'au ceintre primitif; mais comme ce ceintre est ici partie au-dehors de la trompe en r^1 & de la longueur r^1u, & partie au-dedans, comme en Vr^2, il faut prolonger la base du profil dans ce dernier de la longueur Vr^2, & en retrancher en premier la longueur r^1u, & par les points u & V tirer des perpendiculaires à la projection, qui rencontreront les hypotenuses prolongées ou racourcies en des points y, y, qui détermineront la juste valeur des joints de lit.

Lorsque le ceintre primitif des sections transversales est circulaire, on peut trouver les mêmes hauteurs de retombées d'une autre maniere.

On menera par les points trouvez u & V, où les projections des joints de lit coupent le demi-diametre FN de la face, des paralleles à BD, qui couperont les côtez SB, SD, prolongez en i & I, k & K; puis on cherchera des moyennes proportionelles entre les parties iu, uI, & kV, VK qui seront les hauteurs des retombées qu'on demande; ainsi ayant élevé des perpendiculaires indéfinies ux^1 Vx^2 sur iI & kK, des points n & g milieux de ces lignes, & de leurs moitiez pour rayons, on décrira des arcs de cercles, qui couperont les perpendiculaires à ces lignes en des points x^1, x^2, qui détermineront les hauteurs des retombées ux^1, Vx^2 qu'on cherche.

Explication Démonstrative.

Les trompes sur le coin, dont nous parlons, ne sont autre chose, que des cônes coupez par deux plans, dont les interfections doivent se trouver dans la partie la plus élevée au milieu de la clef, afin que l'arc de face d'un côté ne paroisse pas retomber sans apuis. Cela supposé, il est clair, que si ces plans, qui forment les faces, sont paralleles aux impostes de la naissance de la trompe, ils formeront des arcs de Parabole, comme dans la trompe Droite circulaire, soit qu'elles soient inégales, ce qui arrive lorsque les angles des piedroits & celui du coin sont Droits, comme aux figures 122. 123. mais si l'angle du coin étoit aigu, ces arcs de face deviendroient des portions d'hyperboles, dont nous n'avons pas fait mention; parce que dans ce cas la trom-

pe poufferoit trop au vuide ; ainfi elle ne pourroit fubfifter que difficilement ; alors il faut émouffer l'angle d'encognure, & faire une trompe à Pans.

Si au contraire l'angle d'encognure eft obtus, comme à la figure 125. il eft clair que les plans des faces, étant prolongez, rencontreront les côtez SE & SF, à quelque diftance du fommet & feront desEllipfes, à moins qu'une des deux faces ne fût parallele au côté oppofé : en un mot les ceintres des faces fuivront la nature des fections des cônes, ce qui ne fouffre point de difficulté, il n'y a qu'à confiderer chaque face comme celle d'une trompe biaife incomplete.

Il nous refte feulement à rendre raifon de la pratique que nous avons donné pour trouver une fection tranfverfale, dans laquelle le point N foit le milieu de fon diametre.

Puisque par la conftruction AB = AS, & AC parallele à SD, qui coupe l'axe donné SN au point C, on aura BA : BS : : BC : BD ; mais BA = $\frac{1}{2}$BS ; donc BC = $\frac{1}{2}$BD ; par conféquent le demi-cercle BHD eft la bafe du cône fcalene, dont SN eft l'axe donné.

Si cette ligne SN n'eft pas donnée pour l'axe, elle fera au moins donnée pour la projection d'un plan vertical, paffant par l'axe commun aux deux quarts d'Ellipfes de face FM & EN, & à une fection tranfverfale inconnuë, mais dont le point N devant être le milieu, elle fe trouve déterminée de pofition par cette circonftance ; ainfi ayant trouvé une fection femblable où l'on voudra, comme en BD, il n'y a qu'à lui mener par le point donné N une parallele Gf, dont le demi-axe NM peut être pris à volonté pour former un ceintre furhauffé & furbaiffé ; lequel déterminera la hauteur de l'angle, & par conféquent les demi-axes verticaux des ceintres de chaque face, s'ils font des quarts d'Ellipfes, ou l'amplitude des arcs paraboliques, fi les faces font paralleles aux impoftes.

Sixiéme Cas,

Des Trompes de face en Polygones.

En Termes de l'Art.

Des Trompes à Pans.

Lorsqu'un angle d'encognure eft trop aigu, ou qu'il eft vû felon fa diagonale, il le faut émouffer par un pan qui change la face angu-

laire d'un quarré en la moitié d'un exagone, comme on voit en per- PLAN. 48.
ſpective à la fig. 126. & en projection à la fig. 127. où ASB eſt cel- *Fig.* 127.
le de l'angle de la trompe, & ADEB celle de la face.

Si l'on prolonge les côtez SA & SB en *a* & *b*, & la face DE, on aura la projection d'un demi-cône Droit *a* S*b*, qui comprend toute la trompe; & parce que les côtez DA & EB de ſes faces ne ſont pas paralleles aux piedroits AS, BS, comme à la trompe ſur le coin, mais qu'ils concourent chacun avec l'opoſé au delà du ſommet S, on reconnoîtra que les plans des faces coupant ainſi le cône, y font des ſections en portion d'hyperboles, dont les ſommets ſont dans le plan horiſontal en A & en B, & la face DE, qui eſt une portion de la baſe du cône, ſera un arc de cercle. Cela ſuppoſé.

On fera ſur AB pris pour diametre du ceintre primitif, un demi-cercle AHB, qu'on diviſera en ſes vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, &c. par leſquels on tirera des lignes perpendiculaires à AB, qui couperont les faces aux points n^1, n^2, n^3, n^4, &c. par leſquels on tirera des lignes du point S, qui donneront les projections des joints de lit Sn^1, Sn^2, Sn^3, &c. Suppoſant que l'on veuille mettre quelque eſpece d'égalité de diviſion des vouſſoirs aux têtes des faces; car ſi l'on veut que la doële ſoit diviſée également dans ſa ſection tranſverſale AB, il faut tirer les projections du point S par les points P & *p*, qui couperont les faces aux points *x* & *x*, où elles donneront des largeurs de tête d'autant plus inégales, qu'elles s'éloigneront du point S, ſommet du cône.

Les projections des joints de lit étant données avec les hauteurs de leurs diviſions au ceintre primitif P1, *p*2, on cherchera leur longueur par des profils pour chacun, comme nous l'avons dit pour la trompe biaiſe ſur le coin, & les hauteurs de chaque diviſion ſur la face pour en former le ceintre.

Par exemple pour le premier SPx^1, on portera P1 en Pf^1 perpendiculairement ſur PS, & ayant tiré Sf^1 prolongé vers Y, on menera par x^1 une parallele à Pf^1, qui coupera le profil en Y, la ligne x^1Y ſera la hauteur de la diviſion de la tête du premier vouſſoir ſur l'arête de la doële; par conſéquent cette hauteur étant portée en *x y*, perpendiculairement ſur AD, donnera un point *y* au contour du ceintre hyperbolique, ainſi des autres; ce qui eſt general pour toutes ſortes de ceintres primitifs de ſection tranſverſale, ſoit circulaire, ſoit ſurhauſſé ou ſurbaiſſé.

Si le ceintre eſt circulaire, il n'y a qu'à mener des paralleles à ſon

diametre AB, par tous les points des projections n^1, n^2 de section des faces, comme Gg par n^1, qui coupera les côtez Sa en g, & Sb en G, & prendre la moyenne proportionelle entre gn^1 & n^1G; cette ligne sera une ordonnée de l'hyperbole Ayd, qui est le ceintre des deux premiers pans de la face à droite & à gauche, lequel ceintre sera tracé comme nous l'avons dit ailleurs, par plusieurs points avec une régle pliante.

Ces moyennes proportionelles se trouvent, comme il a été dit au Trait précedent, en élevant une perpendiculaire sur gG au point n^1, comme n^1z; puis du point C pour centre, & la moitié de gG pour rayon, on fera un arc qui coupera la perpendiculaire n^1z au point z, la ligne n^1z sera celle qu'on cherche, pour faire le ceintre des faces hyperboliques.

A l'égard de la partie de face du milieu sur DE, il ne s'agit que de faire un arc de cercle $d^e e$, du point m pour centre, & pour rayon md, ce qui est tout simple.

Le reste des operations de ce Trait sont les mêmes que pour les trompes sur le coin, tant pour former les panneaux de lit que de doële, il n'y a de difference qu'aux voussoirs, qui ont des têtes angulaires, comme en D & E, qu'on peut faire comme une partie de trompe Droite, & recouper les retours obliques Dn^2, En^5 avec le biveau de l'angle DEB, posé horisontalement, ou, ce qui est encore mieux, par la méthode que nous allons expliquer à la figure 130.

La disposition la plus naturelle & la meilleure pour la solidité des trompes sur le coin & en pans, dont le ceintre primitif est circulaire, & perpendiculaire à l'axe, est de suivre la direction des lits qui tendent à cet axe; mais à cause qu'elle donne des fausses coupes de tête sur les arcs hyperboliques des premiers pans, on peut les faire suivant les régles perpendiculaires à la tangente de l'hyperbole au point de division, par le Problême 27. page 197. du 2.e Livre, ou bien d'une maniere plus facile.

On fera une demi-hyperbole, semblable à la précedente Ayd, à telle distance AR du point A de la doële qu'on jugera à propos pour l'épaisseur de la voute, ensuite du point D on tirera, par les divisions du premier arc, Ayd, prises à volonté, ou données aux joints de têtes 1e, 2e, les lignes D1^e 5e, D2^e 6e, & par le point R on tirera des lignes paralleles aux cordes des têtes, qui rencontreront les lignes tirées du point D en des points 5e 6e, qui seront au contour de l'extrados, par lesquels & ceux de la doële on tirera les joints de tête;

121. 122. 123. 124. 125.

ainsi la ligne $R5^c$, parallele à la corde $A1^c$, coupant celle qui est tirée du point D par 1^c, donnera le joint de tête $1^c\ 5^c$, & la parallele à la corde $1^c d$ par le point 5^c, donnera le point X.

Il est assez inutile de tracer ces joints de têtes; puisque les biveaux de lit & de doële les donnent naturellement dans l'operation de la taille.

A l'égard de ceux de la partie de face du milieu, dont D E est la projection, & dont nous avons tracé l'élevation en $d^c h^1 e$, il est clair que ses joints de tête, s'il y en avoit, seroient tirez du centre m, pris sur l'axe SH, & la ligne DE, puisqu'elle est une portion d'une base circulaire de cône Droit.

Les hauteurs de l'élevation correspondantes aux divisions des joints de lit étant données, il sera facile de trouver les véritables longueurs des joints de lit Sn^1, Sn^2; puisqu'elles sont, comme dans les autres trompes, les hypotenuses des triangles rectangles, formez par les hauteurs $n^1\ 1^c$ & $n^2\ 2^c$, & les projections Sn^1, Sn^2.

Les panneaux de doële seront ainsi donnez, puisqu'on connoît leurs trois côtez; sçavoir, deux lits de joint & les cordes de l'arc hyperbolique de la face $A9d$, compris entre les divisions $1^c\ 2^c$, $A\ 1^c$.

2.o Les panneaux de lit seront aussi des trapezes, dont les quatre côtez sont donnez, & les angles de tête se trouveront par le profil, comme ci-devant.

3.° Les panneaux de tête sont aussi donnez à l'arc de face.

4.o Les biveaux de lit & de doëles se trouveront en cherchant la section de la doële avec l'horison, par le prolongement d'une corde de l'arc hyperbolique $A1^c$, pour le premier voussoir, $1^c\ 2^c$ pour le second, jusqu'à la rencontre de l'axe horisontal DA de l'hyperbole prolongé en O.

5.o Les biveaux de tête & de doële se feront aussi sur les mêmes principes, comme il a été dit ci-devant pour la *Trompe plate*, & au Problême 14. du 3.e Livre.

MANIERE GENERALE,

De faire toutes sortes de Voutes & Trompes coniques de faces angulaires à deux ou plusieurs Pans, sans connoître les Courbes des Arcs de face de chaque Pan, supposant un ceintre de face circulaire.

Quoique nous ayons donné ci-devant les constructions fort aisées pour tracer les arcs d'Ellipses, de Paraboles & d'hyperboles, des faces des trom-

pes à pans nous pouvons montrer, qu'on peut parvenir à former les mêmes figures par une espece de hazard, sans les connoître, en commençant par inscrire chaque voussoir dans une portion de cône Droit, dont on retranche ensuite ce qui excéde le voussoir inscrit.

Fig. 129. Soit [*Fig.* 129.] une trompe à Pans dans l'angle ASB, dont la projection horisontale de sa face est à quatre pans, qui sont la moitié d'un octogone AEDFB. Du point C, milieu de AB, ayant décrit un demi-cercle ADB, on le divisera en ses voussoirs, non pas également, à cause qu'il en résulte trop d'inégalité aux têtes des faces, comme nous l'avons fait remarquer à la trompe sur le coin, mais inégalement, ou par le moyen que nous avons proposé dans ce Trait, qui est de prendre les intersections G*g* des aplombs des divisions égales avec la corde AD, ou sans autre égard qu'aux divisions arbitraires des pans AE, ED, DF, FE, comme dans cet exemple, les projections des joints de lit S1', S2', S3', S4'.

Ayant prolongé le côté SA vers *d*, on menera par tous les points des divisions des lits 1', 2', 3', 4', & par les angles du poligone E, D, F des perpendiculaires à l'axe ou *Trait milieu* SD, qui le couperont aux points c^1, c^e, c^2 D, & le côté SA prolongé aux points K *e* I *d*.

Des points c^1, c^e, c^2 D comme centres, & pour rayons les longueurs c^1 K, $c^e e$, c^2I, D*d*, on décrira les arcs de cercles K*k*, *eb*', IH, *d*S; ce dernier est tourné en haut, faute de place au bas de la planche.

On placera aussi à volonté le diametre *ab* du trompillon, sur lequel on décrira le demi-cercle *abb*, & par tous les points 1', 2', 3', 4', où les projections des joints de lit coupent le diametre *ab*, on élevera des perpendiculaires au diametre, qui couperont le demi-cercle *abb* aux pointrs *n*, *o*, 3, 4.

Cette préparation étant faite, supposons qu'on veuille tracer le second voussoir, dont la projection horisontale est le quadrilatere S1' E2', on prolongera S1' jusqu'en L où elle rencontre la ligne Ic^2, & par ce point L on élevera sur Ic^2 une perpendiculaire LN, qui rencontrera l'arc IH au point N; on prolongera de même la ligne SE en *u*, & par les points *u* & 2' on élevera aussi des perpendiculaires *u*V, 2' O; cette derniere rencontrera l'arc IH en O, par où on tirera la corde NO, laquelle coupera la ligne *u*V au point V.

Presentement il faut chercher par des profils la valeur des lignes dont on n'a que la projection horisontale, & les hauteurs des aplombs.

On portera SL de la figure 129. en SL de la figure 131. & faisant

LN perpendiculaire ſur cette ligne, & égale à LN de la fig. 129. on tirera SN, qui ſera la valeur de la projection SL; on portera auſſi ſur SL du profil les longueurs S1^t, S1^i du plan horiſontal, & ayant élevé aux points $1^t i$ des perpendiculaires, qui couperont SN aux points *n*, *x*, la longueur *n x* ſera la valeur du côté du vouſſoir, depuis le trompillon juſqu'à la face.

Par de ſemblables profils on tracera la valeur de la ligne *t*E de la projection en *ty* du profil, & la valeur du ſecond joint de lit 2^t, $2i$ en O*o* du profil [*Fig.* 131.]

Avec ces longueurs trouvées on pourra tracer le panneau de doële plate, comme il ſuit.

On tracera à part [*Fig.* 130.] une ligne 1·2 égale à la corde NO de la figure 129. du milieu de laquelle *m*, on portera de part & d'autre les moitiez de la corde *n o* du ceintre du trompillon, en *mn* & *m o* de la figure 130. puis ayant tiré par les points 1,*m*,2 des perpendiculaires indefinies à la ligne 12; des points *n* & *o* pour centres & pour rayon la longueur du côté SI de la figure 129. on fera deux arcs, qui couperont les lignes 1N, 2O aux points N & O, le trapeze *n*N O*o* ſera la doële plate d'une trompe Droite, qui auroit pour baſe Ic^2, laquelle excede le vouſſoir à pans d'une quantité, dont la projection eſt le quadriligne 1^iL 2^iE1^i, dont les valeurs de tous les côtez ſont connues; ainſi pour repréſenter la doële par deſſous, ce qui met la droite à la gauche, on portera *n x*, du profil de la figure 131. en *o x* de la figure 130. la ligne NV de la figure 129. en NV de la figure 130. pour tirer V*m*, ſur laquelle on portera la longueur *t y* du profil 131 en *my* de la figure 130. & par les points N *y x* on menera les lignes droites N*y*, *y x*, qui formeront la tête angulaire de la doële plate *n*N*yxo*, dont il falloit trouver le figure & l'étenduë. Fig. 130.

Il ne reſte plus à trouver pour pouvoir tracer & tailler le pierre, que les biveaux de lit & de doële, & de doële & de tête par les menieres generales.

Les biveaux de lit & de doële ſe trouveront comme ſi la trompe étoit Droite ſur une face ſuppoſée ADB, quoique ce n'en ſoit pas une dans cette trompe, mais une ſection perpendiculaire à l'axe.

Ayant prolongé la corde de l'arc de la diviſion, qui eſt pour le ſecond vouſſoir 1^n, 2^n, ou ſon égale de l'autre côté $3^n 4^n$, juſqu'à ce qu'elle rencontre la ligne AB prolongée en R, la ligne SR ſera la ſection de la doële avec l'horiſon, avec laquelle on cherchera l'angle de lit & de doële, comme à la trompe droite circulaire.

Le même biveau peut se trouver par le moyen de la section verticale, où est la tête du trompillon *abb*, en prolongeant la corde *on*, ou son égale, correspondante de l'autre côté de la clef, jusqu'à la rencontre du diametre *ab*, prolongée de part & d'autre en *r*, ou seulement en tirant par le point *t* la ligne *tq* parallele à *no*, ou 4V parallele à BA; mais alors au lieu de prendre toute la hauteur 2ᵗ o, i ne feut prendre que son excès au dessus du point *n*, par où il est censé qu'on fait passer le plan horisontal, au lieu que dans la précedente operation on les suppose passer par l'axe du cône, ce qui ne change rien à la construction du Probléme general.

On cherchera aussi par le même Probleme les biveaux de tête & de doële, tant pour la tête inférieure du trompillon que pour celles qui sont à pans sur la face angulaire. On peut revoir là-dessus l'application de cette pratique à la *Trompe plate*, page 80.

Par le moyen de ces biveaux on se passear de panneaux de lit.

Application du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement pour y appliquer le panneau de doële plate de la fig. 130. on en tracera le contour N*no*O, & l'on abatra la pierre avec les biveaux de doële & de tête NO & *no* droites, comme si la trompe étoit droite sur une face, dont 1ᵗ 2ᵗ & Ic seroit la projection, sans égard à ce qu'elle doit renfermer des têtes biaises, brisées en differentes directions N*y*, *yx*.

Sur les paremens dressez pour ces deux têtes de face supposée, & du trompillon, on appliquera les cerches ou panneaux des arcs NO & *no* de la figure 129. pour en tracer le contour & creuser la doële à le régle, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces coniques page 21.

On abatra ensuite la pierre suivant les côtez N*n*, O*o* de la figure 130. avec le biveau de lit & de doële, & l'on aura un voussoir de trompe conique droite achevée, duquel il faut retrancher la partie excedente NO*xy*N de la figure proposée, par le moyen des biveaux de tête & de doële plate; mais comme la doële plate est enlevée, puisque nous supposons que la pierre est déja creusée, il faut découper le premier panneau NO*on* suivant le contour N*yx* des faces de la tête, pour l'appliquer en cet état sur les arêtes de la doële & des joints de lit N*n*, *xo*; puis prenant le biveau de doële plate & de tête, on appuyera une de ses branches sur le panneau quarrément à chaque ligne *yx* & *y*N, à laquelle il convient, & l'on abatra la pierre suivant l'autre branche; ainsi faisant une surface plane à la régle, suivant les repaires ou plumées

qu'aura

qu'aura donné le biveau, on coupera la ſurface conique ſur la face xy en Hyperbole, & la face y N en arc Elliptique ſans connoître la courbe que l'on fait par cette ſection; *ce qui étoit propoſé à faire.*

Nous avons ſupoſé que la doële étoit une portion d'un Cône Droit circulaire; mais ſi le ceintre primitif étoit ſurbaiſſé ou ſurhauſſé, la conſtruction deviendroit un peu plus compoſée, en ce que à chaque tête de Cône Droit ſur baſe Eliptique, il faudroit décrire pour ceintre de face des arcs Elliptiques, ſemblables au ceintre primitif, ſur des Axes agrandis, au lieu que ces baſes de ſupoſition étoient ici toutes des quarts de cercles. Cependant le fond de la conſtruction ſubſiſtera toujours de la même maniere, à cela près.

COROLLAIRE.

Des Trompes de faces ondées, dont les impoſtes ſont de niveau, ou rampantes, comme celle *d'Anet.*

Si l'on avoit une Trompe à faire, dont la face ne fut pas rectiligne, compoſée de ſurfaces planes; mais courbe, ondée & même rampante comme la fameuſe Trompe du Château d'Anet, on pourroit l'exécuter par la maniere dont nous parlons ici.

Soit, par exemple, la projection d'une face, le contour ondé DGFKB; *Fig.* 129. il faudra lui circonſcrire un Polygone d'autant de côtez que l'on voudra, en Angles ſaillans & rentrans, qui coupent & touchent alternativement les parties concaves & les convexes, multipliant le nombre de ces côtez plus ou moins ſelon qu'on voudra aprocher de la courbure, puis ayant fait par ce probléme les faces à pans, on les arondira facilement par le moyen des cerches formées ſur la projection horiſontale, & apliquées enſuite perpendiculairement aux Arêtes ſaillantes, & aux Angles rentrans que formeront entre eux les plans des faces angulaires à leur interſection. Ainſi on peut ſe paſſer des Traits que Philibert Delorme inventeur de la Trompe d'Anet, & aprés lui tous les Auteurs de la Coupe des pierres, ont donné, & aſſez ingénieuſement imaginé, avec quelques modifications, pour avoir le dévélopement du contour de la doële.

Explication Démonſtrative.

Si l'on releve par la penſée les demi-cercles abb, ADB, & les quarts de cercle Kk, IH, &c. perpendiculairement au plan horiſontal ASB, on reconnoîtra que ce ſont autant de ſections d'un cône Droit ſur une baſe circulaire, leſquelles paſſent par les extrémitez des côtez de la Trompe à pans au deſſus de leur projection; par ce moyen l'on trouve les vraies

longueurs de ces côtez dans la surface du Cône, lesquelles marquent les termes par où doivent passer les plans des faces verticales de la Trompe, dont les biveaux donnent la position, à l'égard d'une doële plate supposée dans chaque voussoir; ce qui est trop clair pour mériter qu'on entre dans le détail de cette construction, qui se trouve déja expliquée dans celle des précedentes à pans & sur le cône.

DES VOUTES CONIQUES, *dont les lits sont des Sections Obliques à leurs Axes.*

Jusqu'ici nous avons toujours supposé que les lits devoient être des sections d'un plan passant par l'Axe du cône, où les directions de tous les lits doivent se croiser, ou du moins par le sommet du cône, & perpendiculairement aux tangentes des points de divisions de la base, & c'est en effet la seule bonne construction & la plus commode, en ce qu'elle fait les panneaux de lit rectilignes, par la raison qu'on sçait que la section d'un cône par son sommet est un triangle, lequel s'il passe par l'Axe, coupe ce corps en deux parties égales.

Cependant il a plû aux Architectes de faire des Voutes dont les joins de lit ne sont pas dans un triangle par l'Axe, ni même par le sommet; mais dans un plan qui coupe l'Axe, telle est cette conique tronquée qu'on apelle *Corne de Vache*, dans laquelle le changement de la direction naturelle aux lits, cause trois irrégularitez. 1°. L'une en ce que les joins de ces lits à la doële ne sont pas des lignes droites, quoiqu'à cause du peu d'obliquité aux Voutes ordinaires, elles paroissent telles; il semble même que le P. Deran & M. de la Rue les ont pris pour droites, car il ne font aucune mention de leur courbure.

La seconde irrégularité consiste en ce que les têtes oposées, qui sont des bases de ce cône tronqué, ne sont pas coupées proportionellement par les joins, c'est-à-dire, qu'elles ne sont pas des arcs d'un même nombre de dégrez, comme on le verra dans ce Trait; d'où il suit une 3ᵉ,
Plan. 49. difformité, qui est que la clef du ceintre secondaire *a* HD, n'est pas au
Fig. 132. milieu, mais plus du côté D; de sorte que sa corde 6. 7, n'est pas de niveau comme elle doit être, mais inclinée vers D, ce qui est désagréable à la vûë

La quatriéme irrégularité est que la direction de ces joins de tête se trouve en fausse coupe dans une des faces, parce que voulant les mettre toutes deux dans une même surface plane pour avoir un lit qui ne soit pas gauche, on fait les deux joins de têtes oposées paralleles, entre eux

quoiqu'ils ne doivent pas l'être, puifqu'elles ne peuvent être dans un même plan, que lorfque le lit paffe par le fommet du cône. La raifon eft que les joins de tête devant être perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de fa divifion, il eft vifible que ces deux tangentes ne peuvent pas être dans un même plan, puifqu'elles ne font pas dans celui qui touche le cône depuis fon fommet, donc un des joins de tête eft en fauffe coupe; ce qu'on ne peut éviter qu'en faifant la furface du lit gauche, contre l'ufage & la commodité du trait, comme nous l'avons dit au 3.e livre.

Le même inconvénient arrive à quelque chofe près aux autres Voutes de même nature que celle-ci, qui font les *Arrieres*, *vouffures* coniques *bombées*, & celles de *Marfeille*, dont nous parlerons ci-après.

De la Corne de Vache.

L'intervale de deux demi-cercles excentriques *a*HD, B*b*D, avec lefquels on fait l'élevation d'une Voute conique biaife *a* H D *b* B, a fans doute donné occafion aux ouvriers de l'apeller de ce nom bizarre, parce que fa figure a quelque reffemblance avec une *Corne de Vache*, de même que les jeunes écoliers de Geometrie apellent la 47e. d'Euclide le *Moulin à vent* *Fig.* 132. 134.

La Corne de vache eft donc une Voute conique fcalene tronquée, dont un des piedroits eft biais, & l'autre d'équerre fur fes faces, & dont les joins de lit ne tendent pas au fommet du cône prolongé, comme ils devroient, mais font tirez du centre d'une des faces, ordinairement de la plus petite; ce qui caufe les irrégularitez dont nous venons de parler.

On feroit fort en peine de rendre une bonne raifon de l'irrégularité de cette conftruction; la feule qu'on peut en donner, & qui n'eft d'aucune confidération, eft la facilité d'exécuter ce Trait par la voye de l'équarriffement. Je dis de plus qu'elle eft mauvaife, & ne doit être admife que lorfqu'on a beaucoup de pierre à perdre, car par l'ancien Trait on en confonme beaucoup inutilement: le voici.

Soit (fig. 132.) le trapeze ABDE, le plan horifontal de la baye qu'on veut vouter en Corne de Vache, dont le côté DE eft perpendiculaire aux deux faces AE BD, on lui menera par le point *c*, milieu de BD, & par le point A, les paralleles *cm*, A*a*; puis du point *c* milieu de BD, & du point C milieu de *a*D, on décrira les demi-cercles B *b* D, *a*HD. On choifira l'un des deux pour ceintre primitif, pour y faire les divifions des vouffoirs; ordinairement c'eft l'interieur B*b*D, lequel ayant été divifé, *Fig.* 132.

par exemple en cinq aux points 1, 2, 3, 4. on tirera par ces points & le centre *c*, des lignes droites indéfinies 1·11, 2·12, 3·13, 4·14, qui donneront en même tems les joins de tête, & les projections verticales des joins de lit, & couperont l'arc extérieur *a* HD aux points 5, 6, 7, 8. On portera les intervales *c* 5, *c* 6, *c*7, *c* 8 sur la ligne AE en *m* 5e, *m* 6e, *m* 7e, *m* 8e, *m b*, & par les poins 5e, 6e, 7e, 8e, *b*, on tirera des lignes au point B, qui marqueront l'ébrasement qu'il faut donner à chaque voussoir au-delà de l'ouverture d'un cylindre à chaque lit; ainsi le premier ébrasement au lit de l'imposte sera l'angle FAB; celui du lit de dessus sera l'angle F 5^{e}B, l'angle F 6e B, celui du lit suivant qui passe par le point 2. au second voussoir; puis F 7^{e}B, ainsi de suite, & le trait sera achevé: il ne s'agit plus que de l'apliquer sur la pierre.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement pour une doële plate, on lui en fera deux autres à l'équerre à distance de l'épaisseur DE ou A*a* des piedroits de la Voute, puis ayant tracé sur ces deux paremens de tête, les arcs de face de l'épure B1, ou 1·2, par le moyen du panneau *a*B 15. on abatra la pierre pour former les lits & un voussoir de berceau Droit, tel qu'il est représenté à la figure 137. ensuite ayant tracé sur la tête du devant qui doit être ébrasée, l'arc *a* 5 ou 56, par le moyen du même panneau ou d'une cerche posée suivant les distances A*b*, *b*5e *b*6e *b*7e, &c. on tirera aux lits de dessus & dessous des lignes droites *a*B, 5·1, & l'on abattra toute la partie de la pierre qui est marquée par une hachure à la figure 137. en faisant couler la regle sur l'arc d'une tête B 1, & sur l'autre *a* 5, observant de la placer entre les extrémitez de ces arcs proportionellement, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces coniques, & le voussoir sera fini.

Remarque sur la Fausseté & l'imperfection de l'ancien Trait.

On voit que par cette construction on fait toutes les arêtes des joins de lit à la doële également droites, quoiqu'il n'y ait que celle du lit qui passe par l'imposte qui doive l'être, parce qu'elle est dans le triangle par l'axe, qui est horisontal, les autres arêtes au-dessus sont nécessairement courbes en arcs d'hyperboles; je conviens que leur courbure est peu sensible, mais puisque nous examinons les choses avec les lumieres de la raison, il n'est pas inutile de faire observer un défaut qui a échapé aux Auteurs de la coupe des pierres.

A l'égard de l'imperfection de ce Trait, il est visible à la seule inspec-

126. 127. 128. 129. 130. 131.

tion de la figure 137, combien on consomme de pierre en pure perte, puisqu'il faut abattre toute la partie qui est distinguée par une hachure. Voici le moyen de remedier à l'un & à l'autre de ces défauts.

Nouvelle maniere de faire la Corne de Vache par Panneaux.

Soit la même baye que ci-devant ABDE, (*Fig.* 132.) ayant divisé AE en deux également en M, & BD de même en *c*, on tirera la ligne *c*M, puis ayant tiré du point M la ligne MC perpendiculaire à BD, on divisera l'intervale C*c* des deux centres, en autant de parties égales qu'on voudra, par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3; desquels comme centres, & pour rayon les intervales *c*D 1D 2D 3D CD, on décrira les demi-cercles excentriques D*b*B, D*qk* D*rn* D*so* DH*a*. *Fig.* 132.

Ensuite on divisera le premier B*b*D en tel nombre de voussoirs qu'on voudra, comme ici en 5; & du centre *c* on tirera les joins 1·11, 2·12, 3·13, 4·14, comme on a fait à la précedente construction. On pourroit prendre le plus grand demi cercle *a*HD pour primitif comme le plus petit, mais à cause que l'excentricité des joins cause des divisions inégales dans l'un des deux, il est plus naturel de jetter l'inégalité sur le grand, où elle est moins choquante qu'elle ne seroit dans le petit.

Il faut présentement former les panneaux de lit. Par exemple le premier 5, 1,

On transportera dans un endroit à part la longueur 1, 5 du joint de lit à la doële en T 1, (*Fig.* 133.) & l'on fera au point T une perpendiculaire T 5 égale à la longueur A*a*, qui est l'épaisseur des piedroits de la voute, puis on portera sur la ligne 1 T toutes les divisions faites par les interfections *q*, *r*, *s*, des arcs de cercles &, de la ligne 1 5. de la figure 132. par lesquelles on menera autant de paralleles à T5, (à la fig. 133.) ensuite ayant divisé T5 en quatre parties égales aux points *o*, *n*, *k* on menera par ces divisions des paralleles à T 1 qui croiseront les autres aux points *x*, *y*, *z*, par lesquels on tracera à la main la courbe 5 *y* 1 que l'on cherche, laquelle est peu differente de la ligne droite; là figure H, 5, 1, T sera le panneau du prémier lit au dessus de l'imposte. *Fig.* 133.

On ne peut former un *panneau de doële plate* dans cette espéce de Voute comme à toutes les coniques précedentes, parce que les arcs *a* 5, B1 n'étant pas semblables, les quatre angles du voussoir *a*, 5, 1, B ne sont pas das un même plan comme dans les autres Voutes coniques, où les lits sont des sections par le sommet du cône.

D'où il suit qu'il faut se réduire à une doële plate qui ne passe que par trois angles de la doële ; ainsi on menera par le point ς une ligne ς *u* parallele à la corde B 1, qui coupera AB en *u* par où on tirera *u*V parallele à A*a*, ensuite ayant tiré BV on lui fera au point V la perpendiculaire V $ς^v$ égale à la hauteur de la rétombée ς *n*, & l'on tirera la ligne B $ς^v$ qui sera la diagonale du panneau de doële plate.

Fig. 136. Sur cette diagonale comme base mise à part, (*Fig.* 136.) on fera deux triangles, du point *b* pour centre, & de l'intervale BV de la fig. 132. pour rayon, on tracera un arc vers V^d, & du point $ς^d$ pour centre & ς *u* de la fig. 132. pour rayon on fera un autre arc vers le même endroit, qui coupera le précedent au point V^d, auquel on menera les lignes *b* V^d, $ς^d$ V^d, qui formeront le premier triangle, le second se formera de même avec la corde B1 de la fig. 132. & l'intervale ς, 1 de la fig. 133, le trapeze *b* V^d $ς^d$ 1^d sera le panneau de doële plate que l'on cherche, qui touchera les trois angles ς, 1, B du premier voussoir, mais non pas le quatriéme *a*, dont il sera éloigné au lit de dessous de l'intervale horisontal *a u*.

Les panneaux de lit de doële & de tête étant donnez, on cherchera les biveaux de lit & de doële par la maniere générale, comme aux Voutes coniques précedentes, & l'on taillera la pierre de même.

Explication Démonstrative.

Puisque la difference de cette Voute conique avec les biaises ordinaires, ne consiste qu'en ce que les plans des lits prolongez ne passant pas par le sommet du cône, ils ne font pas des joins en lignes droites à la surface de la doële, il faut les examiner dans le cône entier.

Fig. 135. Si l'on prolonge les directions des piedroits AB, ED jusqu'à ce qu'elles concourent en S (*Fig.* 135.) on reconnoîtra que le triangle ASE, qui est la section horisontale par les impostes passant par l'axe CS est une section plane d'un cône scalene, representée à la fig. 134. en projection verticale par la ligne *a d*, où le point *d* représente les trois points EDS de la fig. 135; mais si l'on prolonge la direction du joint x^1 1 passant par *c* jusques en *t*, on reconnoîtra que le plan du premier lit ne passant pas par le point *d*, où est le sommet du cône, ne sera pas une section droite, non plus que le second lit x^2 *g*; mais qu'il formera à la surface de la Voute un arc de section conique qui est ici une portion d'hyperbole telle que nous l'avons décrite à la fig. 133.

Si on vouloit en trouver le sommet & la position dans le cône, il n'y a qu'à tirer par *c* une perpendiculaire *ko* à x^1 *c*, & par *d* une parallele

à x^1 *c*, qui coupera *ko* au point S*f*, lequel representera le sommet du cône projetté sur la ligne *ko*.

Ayant tiré SM perpendiculaire sur M*m* à la fig. 135. on portera *c*S*f* ou M*u* de la fig. 134. en M*u* de la fig. 135, & par le point *u* on tirera *u*B qui coupera la direction du lit *m*M supofée dans un plan vertical en Y où sera le sommet de l'hyperbole en profil.

Presentement si on veut l'avoir en projection horisontale sur le cône, il faut changer le plan horisontal pour le vertical, & faire la projection sur la ligne x^1 *t*; c'est pourquoi on portera l'intervale S*fd* de la fig. 134. en MQ à la fig. 135. où l'on tirera par les points B & D des lignes au point Q, & par le point trouvé Y, une parallele à BD qui coupera la ligne du milieu *c*Qen*y*, où sera le sommet de l'hyperbole *a*B*y*D*e* que l'on cherche seulement à connoître, car il est inutile de la tracer autrement qu'à la fig. 133.

Remarque sur la Réforme à faire à l'ancien Trait.

Je n'aprouve point cette espece de Voute où l'on fait des irrégularitez sans autre raison que celle d'en rendre l'exécution plus facile, lorsqu'on la taille par la voye de l'équarrissement dont nous avons parlé, rien n'empêche qu'on ne réduise la corne de Vache, pour la façon du Trait & la direction des lits à la Voute en *Canoniere biaise*, dans laquelle les directions des joins de lit sont droites & naturelles aux sections des coupes des têtes, dont les joins peuvent alors être tirez des centres des faces.

Tout ce changement est fort simple, supofant la figure 132. telle que nous l'avons faite, on tirera du point D qui represente le sommet du cône en projection verticale, les lignes D1G, D2*g*, D3*g*, D4*g*, les lignes 1G, 2*g*, 3*g*, feront les sections des lits à la doële. Puis par les points des centres C & *c*, on tirera les joints de tête à l'ordinaire GR, *gr*, pour la grande face *a*HD & 1*r* 2*r* 3*r*, &c. pour la petite B*h*D; Ainsi cette Voute se fera comme une portion de trompe biaise, ce qui rétablit l'égalité des têtes de chaque face, celle des angles des joins de tête sur leur arête, & la droiture des joins de lit, au lieu des courbes, parce qu'ils deviennent alors des sections triangulaires des plans qui se croisent tous à l'axe CD du cône scalene, dont la section horisontale est representée à la fig. 135. par le triangle ASD, où l'on peut voir que dans l'élevation, ou projection verticale, los points EDS se réunissent en un seul D; puisque la representation d'une perpendiculaire au plan de description, se reduit à un seul point comme il a été dit page 208. du 2e livre. *Fig.* 132.

De la Corne de Vache Double.

Les Architectes apellent *le biais passé* dont nous avons parlé au Chap. précedent *Corne de Vache double*, mais ce nom est très impropre: car ce *biais passé* est une voute Cylindrique, par conséquent bien differente de la Corne de Vache qui est Conique. S'il est quelque espece de voute qu'on doive apeller de ce nom, c'est celle où deux *Cornes de Vaches sont adossées*, dont on parlera à la seconde partie de ce livre, lorsqu'on traitera des Voutes composées.

DES VOUTES CONIQUES, *tronquées par leurs Faces & par leurs Piedroits.*

Nous avons parlé jusqu'ici des Voutes Coniques completes, ou qui peuvent être tronquées par une de leurs faces, qui retranchent un demi cône vers le sommet.

Ici nous traitons de celles qui sont des portions de cônes coupez par quatre plans, sçavoir par deux transversaux qui sont les *faces* oposées de devant & de derriere, lesquelles coupent nécessairement les deux côtez du cône, & par deux plans longitudinaux ou paralleles entre eux, ou convergens, qui sont les piedroits dont chacun ne coupe le cône que d'un côté, telles sont plusieurs de ces petites voutes qu'on fait sur les portes & bayes de fenêtres, dans les épaisseurs des murs en dedans ou en dehors, lesquelles sont apellées par cette raison *Arrieres-voussures*, c'est-à-dire, *Voussure derriere une autre*, qui est celle de la baye formée par son tableau recourbé en arc qui en fait la couverture, ou comme quelques-uns disent la *fermeture*. En effet ces Voutes sont ordinairement composées de trois parties différentes, sçavoir, 1.° d'une portion cylindrique, qui est la couverture du tableau ceintrée en berceau, ou simplement bombée, & quelquefois droite en platebande; nous avons traité de celle-ci en son lieu.

La seconde partie qui lui est semblable ou peu différente, est renfoncée au dedans du tableau, on l'apelle *feuillure*, elle sert à y loger l'épaisseur du bois de la fermeture de menuiserie, ou de chassis *dormant*, ou de porte ou volet de chassis.

Celle-ci est de même espece que la précedente. On la suprime souvent lorsque les piedroits sont peu ébrasez, ou paralleles entre eux.

La troisiéme partie de ces arriéres voussures est la conique ébrasée par le haut ou par les côtez, qui soutient ce qui reste de l'épaisseur du mur en dedans du tableau ou de la feuillure; c'est de celle-ci dont il est question, nous pouvons la réduire à deux especes principales.

La

La premiere qui est une portion d'un cône Droit, est l'arriere voussure *Bombée Droite*, où les arcs de la face & celui de la feuillure sont concentriques dans l'élevation, mais non pas semblables, en ce que l'un est d'un plus grand nombre de dégrez que l'autre.

La seconde espéce est l'arriere vossure bombée Droite ou Biaise, dont les arcs de la face & de la feuillure ne sont pas concentriques dans l'élevation.

Je subdivise celle-ci en deux autres especes, l'une dont l'arc de face ou de feuillure est moindre que le demi cercle.

L'autre où l'arc du feuillure est égal au demi cercle, & celui de face d'un plus petit nombre de dégrez; celle-ci dont je donne un nouveau trait, est d'une figure semblable à celle qu'on apelle *de Marseille*, dont elle ne differe que par plus de régularité à la surface de la doële.

Premiere Espece.

Arriere Voussure Conique Bombée Droite sur un Axe.

J'apelle Droite l'arriere voussure dont les cintres de face & de feuillure sont concentriques dans l'élevation, parce que l'axe du cône étant perpendiculaire sur la face, sa projection verticale se réduit à un point, qui est le centre commun de toutes les sections qui lui sont perpendiculaires.

Plan. 50.

Soit (fig. 148.) le trapeze ABDE le plan horisontal de la baye d'une porte ou d'une fenêtre que l'on doit vouter. On élevera par ces quatre points A, B, D, E, autant de perpendiculaires indéfinies sur AE, comme AF, BI, DK, EG. Puis ayant pris à volonté sur la ligne du milieu MC un point C pour centre de l'arc de feuillure IK, on décrira de ce même centre C l'arc de face interieure FG; mais parce que le rayon de celui-ci n'est pas de longueur arbitraire comme à celui de feuillure, il faut chercher la moindre longueur qu'on puisse lui donner, pour que la fermeture de menuiserie des batans de la porte ou de la Croisée, puisse s'ouvrir totalement sans être arrêtée par la voute de l'arriere voussure, en quoi les ouvriers péchent tous les jours, & même quelquefois les maîtres de l'art, comme on le remarque trés fréquemment dans les bâtimens, & même dans la 14.e planche du Livre de la coupe des bois de Maître Blanchard, au Trait de son arriere voussure de Marseille, où les batans ne pourroient s'ouvrir totalement pour s'apliquer aux piedroits ébrasez. *Fig.* 148.

OBSERVATION GENERALE,

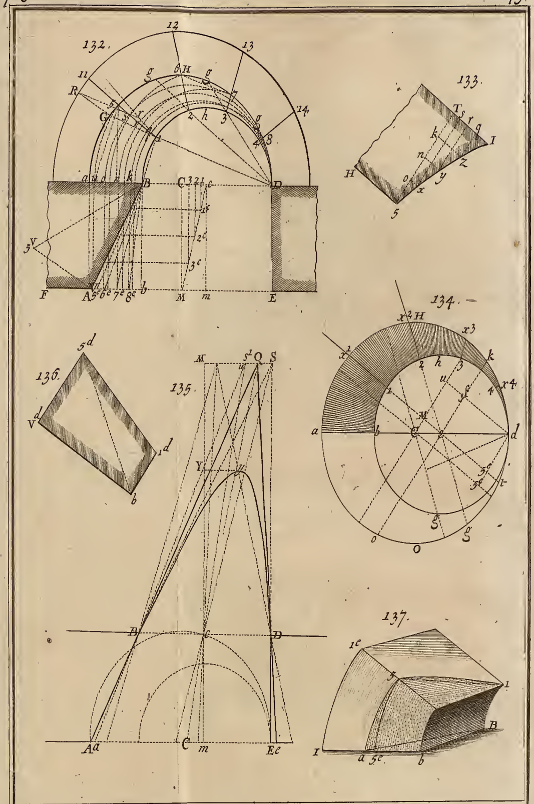
Pour la position des naissances des Arrieres Voussures Bombées ou Cintrées par devant & par derriere.

La premiere attention que l'on doit avoir dans le tracé des épures des arrieres voussures bombées ou cintrées par devant & par derriere, est de bien poser la naissance de l'arc de face élevée sur l'ébrasement des piedroits, parce que si elle est trop basse, les ventaux des portes, ou volets ne peuvent s'ouvrir que jusqu'à un certain angle, où elles touchent à la voute par le milieu de leur bombement; les mauvais apareilleurs, & les ouvriers la mettent ordinairement de niveau avec celle de l'arc de feuillure, & c'est justement alors que les portes ou volets ne peuvent s'ouvrir qu'en partie: il faut donc mener par le milieu *b* de la clef de l'arc de feuillure une ligne de niveau *b* G qui coupera l'aplomb EG de l'arête d'ébrasement au point G, où sera la naissance la plus basse que l'on puisse donner à l'arc de face, si la profondeur de la voute est égale à la moitié de la largeur de la baye BD; si la largeur du piedroit DE est moindre que cette moitié CD, on peut encore un peu baisser la naissance en question, en portant DE en D*e*°, & tirant *e*° *x*ᵉ parallele à CH, qui coupera l'arc S*b*K en *x*ᵉ, par où on tirera le niveau de la naissance G, qui est la plus basse qu'on puisse trouver; mais on est le maître de l'élever au dessus de G tant que l'on voudra, alors la doële de la voute s'ébrase plus qu'il n'est néceſſaire pour l'usage de l'arriere voussure.

La raison de cette construction est facile à apercevoir, lorsqu'on fait attention que le batant du ventau tournant sur ses gonds, décrit par ce mouvement dans l'air un arc de cercle horisontal, dont la ligne *b*G est la projection verticale; & l'arc C*y*° E l'horisontale, qui est parfaitement égale à ceux du haut & du bas qui sont décrits par les sommets des angles du batant.

Par où l'on voit clairement que la partie de la voute qui s'abaisse au dessous de cette ligne, arrête necessairement le mouvement du ventau tournant sur ses gonds.

Ainsi supofant un arc de face *n* Z *o* dont la naissance O soit de niveau avec celle de feuillure qui est en K, le sommet du batant qui étoit en *b*, sera arrêté au point Z, où la ligne *b* G coupe l'arc *n* Z *o*, & si l'arc descend plus bas comme en *e*, la porte sera arrêtée en *y*, où l'horisontale *b* G coupe l'arc *n y e*, supofant que la largeur de la moitié de la baye CD soit égale à la profondeur de la voute D*y*°; mais si cette profondeur est moindre que la largeur CD comme en DY, il est visible que le ventau s'ouvrira un peu plus, ce qu'il est facile de reconnoître comme il suit.


132.
133.
134.
135.
136.
137.

On portera l'ébrasement du piedroit DE en De^o sur CD, & l'on tirera par le point e^o une parallele à MH, qui coupera l'arc de feuillure en un point x^c, la ligne menée par ce point parallelement à hG, rencontrera l'arc nye un peu au dessous de y, par exemple au dessous de Z; si par ce point on abaisse un aplomb Z z qui coupe AE en z, la ligne tirée du point D à z donnera l'angle CDz pour celui de la plus grande ouverture du batant.

D'ou l'on peut tirer la maniere de poser la naissance de l'arc de face à telle hauteur, que la porte s'ouvre tant & si peu que l'on voudra.

Suposant présentement que la naissance du ceintre interieur est posée en F & en G, où elle doit être à l'égard de l'arc de feuillure IhK; du point C pour centre qui étoit celui de la feuillure, & CG pour rayon, on décrira l'arc FHG.

Les ceintres étant tracez, il faut en choisir un pour primitif, sur lequel on fera les divisions des voussoirs, lequel des deux qu'on choisisse, on ne peut éviter de l'irrégularité de division. Il est plus naturel de choisir celui de feuillure que l'autre pour la régularité de la Fermeture, qui est ordinairement aparente en dehors; mais alors les têtes des premiers voussoirs interieurs deviendront considerablement plus larges que celles des suivans; car supofant l'arc IhK de feuillure, divisé en voussoirs égaux aux points 1, 2, 3, 4, si l'on tire par ces divisions les joins du centre C, comme IN. 1, 6, 2, 8, il est visible que l'arc F6 est plus grand que 6, 8, ou FN plus petit que N6.

On pourroit faire des divisions égales entre elles & en même nombre sur chaque arc de ceintre, comme si l'on faisoit F5 égal à 5, 8, & qu'on tirât le joint 5, 1; mais alors le joint de lit à la doële ne seroit plus une ligne droite, mais une courbe à peu près comme nous l'avons dit de ceux de la Corne de Vache, à laquelle cette construction doit être renvoyée.

Cette courbure de joint, qui peut être évitée par la précédente division des voussoirs, devient inévitable aux impostes FI, KG, parceque la ligne FI ne peut tendre au centre où passe l'axe du cône, mais en quelqu'autre point x au dessus de cet axe qui est réuni en G, parce que les arcs FH & Ih ne sont pas semblables, FH étant d'un plus grand nombre de degrez que Ih, de la quantité de l'arc FN; il faut donc chercher la Courbe de la naissance de la voute sur la surface plane du piedroit ébrasé, laquelle courbe peut être un arc de differentes sections coniques, suivant le plus ou le moins d'ébrasement du piedroit DE, ce que l'on peut reconnoitre par l'opération suivante.

Ayant prolongé les arcs des ceintres de face & de feuillure jusqu'à leur demi diametre Commun C V qu'ils rencontreront en *q* & V, on lui menera la perpendiculaire V*g* dans l'épaisseur du mur, & l'on tirera par les points *g* & *q* la ligne *gq*S, qui rencontrera la ligne du milieu MS au point S; si la ligne *qg* est parallele à DE, la Courbe de l'imposte KG sera une portion de parabole; si l'ébrasement du piedroit étoit en DL, alors YL étant plus grand YE=*q*V, l'arc seroit une portion d'Ellipse; & au contraire, si le piedroit étoit en dedans comme D*z*, ou à l'équerre comme DY, la section seroit une portion d'hyperbole, mais sans s'embarrasser de connoître l'espece de cette Courbe, on peut la décrire facilement, & régulierement par la pratique suivante, laquelle servira pour toutes les arrieres voussures qui sont à peu près de même espece.

Ayant divisé la ligne DY, ou son égale *d*E, qui exprime la profondeur de la voute, en autant de parties égales qu'on voudra de points de la courbe cherchée, par exemple ici en quatre aux points 1, 2, 3, E, on menera par ces points des paralleles à AE, qui couperont la ligne du milieu MC en des points *m*, *m*, *m*; le côté du cône *qg* aux points *u*, *u*, *u*, & le piedroit DE aux points 11, 12, 13, par où on menera des paralleles à DK, qu'on fera moyenes proportionelles entre *mu*+*m*11 & 11*u*, *mu*+*m* 12 & 12*u*, &c. c'est-à-dire, que d'un point *m* pour centre, & pour rayon *mu*, on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire 11 *n* au point *n*; On élevera toutes ces moyenes proportionelles au dessus de la ligne B*d* en *de*, *de*, où elles donneront les points *e*, *e*, *e*, la courbe K*eee*G sera celle de la naissance de l'arriere voussure sur le piedroit DE, ou si l'on veut l'angle rentrant fait par la rencontre de la surface plane du piedroit DE, & de la concave conique de l'arriere voussure, non pas dans toute son étenduë, mais racourcie par la projection dans le raport de D*d* à DE.

Pour tracer cette courbe dans sa vraye grandeur, il auroit fallu élever des perpendiculaires sur DE, & les faire égales aux moyenes proportionelles 11 *n*, 12 *n*, 13 *n*, EG, cependant on peut la reproduire de son racourcissement KG, en tirant par les points K*ee*G des paralleles K*o*, *e* 1°, *e* 2° *e* 3°, G*g°*, qu'on fera égales aux lignes DE, D 13, D 12, D 11 à commencer du terme de la ligne GE, & l'on aura la vraye courbe O 1° 2° 3° *g°* que l'on cherche dans toute son étenduë.

Comme les joins de lit à la doële seroient des Courbes de même nature, si l'on faisoit les divisions des voussoirs égales à l'arc de feuillure I*h*K, & à l'arc de face FHG; on pourroit les trouver de la même maniere, par le moyen de leur projection, comme celle du joint de lit 5, 1, par le moyen de sa projection *p*¹ *p*⁵.

Ou bien par le moyen de la feule projection verticale, & des interfections des arcs concentriques, comme l'on a fait pour ceux de la Corne de vache.

REMARQUE.

Comme cette courbure devient toujours moins fenfible, à mefure que les lits aprochent de la clef où la fection (s'il y en avoit une) deviendroit *verticale*, c'eft-à-dire, paffant par le fommet du cône, par conféquent droite triangulaire; on peut dans une operation ordinaire la négliger & faire ces joins à peu près droits, mais comme elle augmente vers l'impofte, on ne peut la négliger fans faire une faute fenfible, comme je l'ai reconnu par expérience. Il eft étonnant que les Auteurs des Livres de la Coupe des pierres & des bois ne s'en foient pas aperçû, & qu'ils n'en ayent rien dit, c'eft une preuve qu'ils n'ont pas examiné les chofes de près, & avec des yeux géometriques.

L'arriere vouffure Droite faite par des ceintres concentriques, eft fans doute la plus réguliere, mais parce que l'on eft quelquefois géné par la hauteur intérieure d'un étage, on eft obligé de faire l'arc intérieur moins bombé que celui de feuillure; d'où il réfulte que fa furface, qui étoit ci-devant une portion de cône Droit, eft alors une portion de furface d'un cône fcalene; de forte que quoique la direction horifontale de l'arriere vouffure foit perpendiculaire à la face, l'axe du cône lui eft oblique; ainfi cette arriere vouffure qui eft droite par fon élévation, devient rampante par le profil fuivant fon axe, quoique fa clef puiffe être de niveau ou même un peu ébrafée par le haut.

Explication Démonftrative.

Pour concevoir les raifons du Trait de cette arriere vouffure, il faut fe repréfenter un cône Droit, & voir quelle partie elle en eft.

Si l'on fupofe (fig. 142.) que le triangle HSI eft la fection horifontale par l'axe d'un cône Droit, lequel eft coupé par deux plans verticaux *ab*X, *ed*X qui fe croifent en X, on reconnoîtra que les fections de ces plans retrancheront de la furface du cône une portion triangulaire, compofée par trois lignes courbes, fçavoir, un arc de cercle *fhg*, qui eft une partie du cercle de la bafe H*h*I, comprife entre les verticales *af* & *eg*, & deux portions de fections coniques égales à zG, qui font chacune une partie de Parabole Sy z^x z G, dans cet exemple où X*e* eft parallele à SI, d'une hyperbole, fi le plan vertical fur *e*X étoit tourné en *e*Y, & d'une Ellipfe, s'il étoit fitué fur *e*L, ce qui eft clair par ce qui a été dit des fections des cônes au premier Livre.

Presentement si l'on ne considere dans ces plans verticaux que les parties *ab* & *ed* qui représentent les piedroits, & la profondeur de l'arriere voussure, on reconnoîtra que cette premiere portion de surface triangulaire étant coupée par un plan vertical sur *b d*, il en reste pour l'arriere voussure une surface quadrilatere comprise par quatre lignes courbes, sçavoir, deux portions des cercles inégaux sur les diamêtres HI & NV, & deux portions de paraboles égales entre elles, représentées ici par l'arc Z^a G.

Les deux arcs de cercles sont donnez, il ne reste plus à chercher que les arcs Paraboliques, ce qui est aisé ; il n'y a qu'à mener des perpendiculaires à l'axe SC autant qu'on voudra avoir de points de la section, lesquelles couperont les côtez du cône en NV, *nu*, & le plan du piedroit prolongé *c*X aux points *xx*X. On cherchera les moyenes proportionelles entre *nx* & *xu*, qu'on élevera perpendiculairement à X*e* aux points *xx*, la suite de ces lignes donnera les points de la Courbe demandée S^y $z z^x z z^a$ G.

Le reste de la construction de ce Trait n'a pas besoin d'explication, il suffira de jetter les yeux sur la figure 138. où l'on a tracé en projection verticale chaque demie parabole GKT P', FITp^b, donc les arcs KG & FI de l'imposte sont de petites parties, lesquelles courbes se croisent en T, & ont leurs sommets sur l'horisontale BD en p^r & p^b.

Deuxiéme Espece.

Arriere Voussure bombée & ébrasée, Droite ou biaise, dont les arcs de face ou de feuillure ne sont ni semblables, ni concentriques.

Premier cas,

Où les Ceintres sont peu differens.

Le plan horisontal de la baye à vouter étant supposé comme dans le trait précedent de la fig 138, & l'arc de feuillure donné I*b*K, dont le centre est en C, on supose que l'arc de face intérieure est donné plus bas que le point H du précedent, & moins courbe, comme en F*n*G, dont le centre est donné en X sur SM prolongée.

Cela supposé, il suit comme dans le Trait précedent, qu'on peut prendre pour ceintre primitif des divisions des voussoirs tel ceintre que l'on voudra, & que si l'on fait les têtes égales entre elles dans cha-

cun de ces deux ceintres, les joins de lit à la doële seront des lignes courbes comme à la Corne de Vache, mais qu'à la difference du trait précedent ils seront encore courbes si on les tire d'un des centres C ou X, parce que ni l'un ni l'autre de ces points ne sont la projection verticale du sommet du cône, comme l'étoit le point C dans la supposition précedente du cône Droit; suposant donc que l'on veuille faire ces joins en ligne droite, il faut chercher la projection de ce sommet par le moyen d'un profil.

Ayant pris à volonté un point R sur la ligne BD prolongée, & sur la même un point Mf éloigné de R de l'intervale DY ou dE, qui marque la profondeur de la voute, on ménera par ces points R & M^f les perpendiculaires $C^x H^f$ & $h^u hf$ prolongées indéfiniment, on portera de part & d'autre du point R la hauteur Cb de la fig. 138. en b^f & b^u, & la hauteur Cn de la clef intérieure en $M^f N$ & CX en $M^f C^x$ puis on tirera par les points Nb^f & $C^x R$ des lignes droites qui se croiseront au point S^x qui représentera le sommet du cône scalene dont la doële de l'arriere voussure doit être une partie de sa surface, & la ligne inclinée $S^x C^x$ en représentera l'axe. *Fig. 139.*

Presentement pour avoir la projection verticale du sommet sur l'élevation, il n'y a qu'à mener par S^x une parallele S^x, S^e à l'horisontale BD, qui coupera la ligne du milieu MS au point S^e, où sera la représentation du sommet du cône que l'on cherche.

Par le moyen duquel point, on peut faire les joins de doële en ligne droite; car si par ce point & ceux des divisions des voussoirs 1, 2, 3, 4, on mene des lignes jusqu'à la rencontre de l'arc de face FnG qu'elles couperont en 9, 10, &c. les joins de lit à la doële 9, 1; 10, 2, seront des lignes droites. Par quelque autre point que S^e qu'on puisse les tirer, ce seront des lignes courbes; cependant à cause de la grande inégalité des divisions des premiers voussoirs, on peut quelquefois les faire courbes, cela convient même lorsque les differences sont très grandes, comme on le verra ci-après à l'arriere voussure de Marseille.

Le second effet de l'inégalité des arcs, & des differentes positions de leurs centres, est dans la direction des joins de tête; dans le trait précedent ces joins se trouvoient sur une même ligne, par conséquent dans un même plan, par exemple le joint IN^e (fig. 138.) se trouvoit en ligne droite avec le joint de lit IN provenant du centre C, de même que celui de la tête de la feuillure; mais dans ce Trait où les centres sont differens, si pour le premier lit 91 on tire pour la tête intérieure le joint 9, 9e & pour le second 10, 2e provenans du centre X de l'arc de face, on ne peut

tirer les joins de tête de feuillure du même centre X, mais du centre C comme 1, 6; 2, 8, auquel cas les plans des lits prolongez s'entrecouperont à l'axe du cône comme aux trompes & autres voutes coniques.

Le reste se formera comme au trait précedent, pour la Courbe des naissances de la doële sur les impostes, avec quelque difference que nous expliquerons plus sensiblement au trait suivant, qui n'est proprement qu'une variation de celui-ci; quoique l'arriere voussure qui en résulte, porte un nom different.

Il suffira de donner un exemple de la maniere de faire un panneau de lit, qui est dans le fond la même que celle que nous avons employée pour ceux de la corne de vache, lorsque les joins sont courbes, & qui est encore plus simple lorsqu'ils sont droits, soit par exemple, le second panneau de lit à faire, dont la projection verticale est la ligne 1, 6T à la fig. 138. on portera à part cette ligne comme sous le chifre 141, & l'on élevera au point 6 une perpendiculaire 6 6e qu'on fera égale à la profondeur de l'arriere voussure prise sur une perpendiculaire à sa face, comme qp^{6} de la fig. 138. ou *d*E, puis par les points 1 & 6e on tirera la droite 1 6e, qui sera le joint de lit à la doële, ensuite on menera par le même point 6e une ligne 6e T*e* parallele à 1T & le panneau sera fait.

On y ajoutera le profil de la feuillure 1*f*, du tableau *fg*, & de la face extérieure *gh*, qui exprime le joint de tête de l'arc extérieur dans les mêmes mesures qu'à la projection horisontale B*bt*.

Si au lieu du joint Droit 1, 6 on avoit eu un joint courbe, comme seroit celui qui passeroit par les divisions 1, 5, il auroit fallu en faire le panneau précisément comme à la Corne de vache, mais comme dans le cas présent ou cette courbure n'est pas fort sensible, il suffira de creuser un peu ce joint relativement au panneau de celui de l'imposte FI, ou son égal KG, en diminuant un peu de cette premiere courbure au premier lit, & encore plus au lit suivant s'il y en avoit un qui passât par le point 2 hors du point 8, comme en 2, 10 prolongé, cette seule attention suffit à la pratique; mais il n'en sera pas de même si les arcs de face & de feuillure sont très inégaux comme à l'arriere voussure suivante, parce qu'alors la courbure sera trop sensible pour la négliger.

Deuxiéme Cas,

Deuxiéme cas,

Où les Ceintres de face & de feuillure sont très differens.

En termes de l'Art.

Nouvelle Arriere voussure de Marseille, Régulierement Conique.

Le plus & le moins, disent les Philosophes, ne changent pas l'espece, mais ici la grande inégalité des ceintres de face & de feuillure changent si fort la figure de l'arriere voussure precédente, qu'elle n'y est presque plus connoissable, en ce que l'arc de feuillure est un demi cercle complet, & celui de face intérieure un arc, tout au plus de 60. dégrez, ordinairement beaucoup moindre; cependant si l'on ne considére que la partie du milieu de la fig. 144. par exemple 8 2*b* 5 *n*H 8, on reconnoîtra que l'arriere voussure précedente ne doit être considerée à l'égard de celle-ci, que comme la partie à l'égard du tout.

Les Apareilleurs font l'arriere voussure de Marseille, suivant les Traits du P. Deran & de M de la Rue d'une maniere fort differente, qui produit une surface irréguliere, dont nous parlerons lorsqu'il sera question de ces surfaces.

Nous ferons voir ici qu'on peut la faire régulierement conique. Et comme la régularité est un des principes de beauté, je crois que mon nouveau Trait doit rendre cette arriere voussure plus agréable à la vûë que l'ancien. Plan 51. *Fig.* 144.

Soit (fig. 144.) le trapeze ABDE le plan horisontal de la baye de la porte ou fenêtre qu'on doit vouter, dont nous rétranchons la feuillure & le tableau, comme étant des parties de voutes differentes & de ces cylindriques, où il ne se trouve aucune difficulté.

Avant élevé comme au trait précedent des verticales indéfinies sur les quatre angles de la baye, AF, BI, DK, EG, on prendra à volonté sur la ligne du milieu M H un point C, d'où comme centre on décrira le demi cercle I*b*K pour ceintre de feuillure, qui touchera les lignes BI & DK aux points I & K, qu'on trouvera en tirant par C la ligne IK parallele à BD.

Par le point *b* sommet de ce demi cercle, on ménera FG parallele à son diametre IK qui coupera les verticales sur A & E aux points F & G, où seront les sommets des piedroits.

On peut baiſſer un peu cette ligne ſi la largeur du piedroit DE eſt moindre que D *m*, alors ſi l'on porte la longueur DE en D*e* ſur DB, & que l'on tire *ex* parallele à HM, on pourra tirer par le point *x* la ligne de ſommité des piedroits, qui donnera des points F & G un peu plus bas que les précedens.

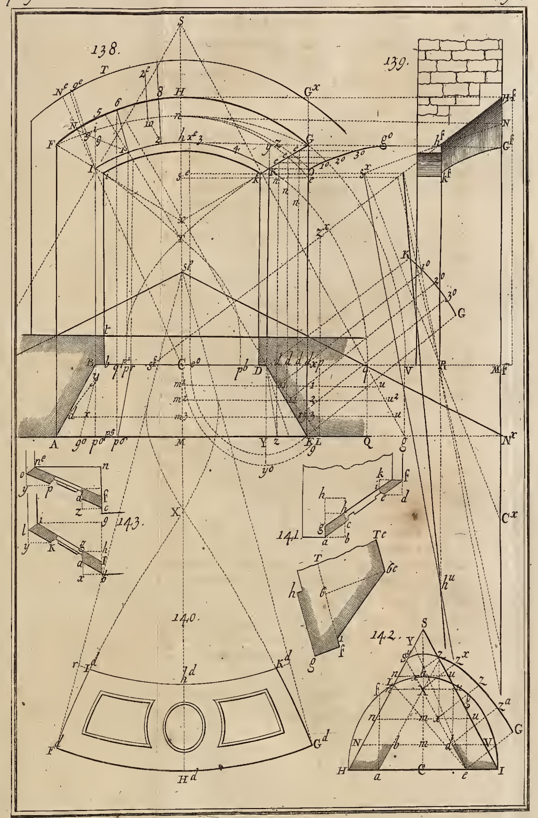
Les ſommitez F & G des piedroits étant déterminées comme nous venons de le dire, afin que les ventaux de menuiſerie puiſſent s'ouvrir totalement & s'apliquer aux piedroits ébraſez BA DE, on prendra à volonté ſur la ligne HM un point *m* pour centre de l'arc de face intérieure, duquel & de l'intervale *m* F ou *m* G pour rayon, on décrira le ceintre FHG, lequel paſſera dans la diſpoſition précedente au-deſſus du point *h* d'un intervale H*h* à peu près égal à celui de l'ébraſement du piedroit DE, exprimé par la ligne DL.

Si l'on avoit pris le centre de cet arc beaucoup plus loin que *m*, comme par exemple au bas de la planche en N, l'ébraſement de la clef auroit beaucoup diminué, parceque l'arc quoique paſſant par les ſommets déterminez F & G, auroit paſſé au-deſſous du point H; de ſorte que ſi le centre de cet arc étoit infiniment loin, il ſe confondroit à peu près avec la ligne droite de ſommité F*h*G, alors la clef de l'arriere vouſſure ſeroit de niveau ſans aucun ébraſement, ſans que les bataus de la fermeture de menuiſerie fuſſent empéchez de s'ouvrir totalement.

D'ou il ſuit qu'à moins que la longueur des piedroits BA, DE, ne ſoit beaucoup moindre que la demie largeur *m* B ou *m* D de la baye, on ne peut gueres bomber l'arc intérieur ſans empécher le mouvement de ces ventaux, parce que les naiſſances d'un tel arc feront néceſſairement au deſſous du point *h* de la difference de hauteur des points *x* & *h* qui eſt très-peu conſidérable. Ainſi lorſque l'on fait la clef de niveau comme Maître Blanchard à ſa planche 14. conforme à ſon diſcours, on tombe comme lui dans le défaut de hauteur des piedroits, & par conſéquent dans celui de ne pouvoir ouvrir les ventaux qu'en partie & non pas totalement, enſorte qu'ils puiſſent s'apliquer à l'ébraſement du piedroit.

Les deux ceintres de face & de feuillure étant tracez, on diviſera celui de feuillure en ſes vouſſoirs, par exemple ici en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par leſquels on tirera du ceintre C les coupes 1 7, 2 8, 3 9, 4 0, 5 *n*, 6 *q*.

On diviſera enſuite l'intervale *h*H de l'ébraſement à la clef, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la Courbe d'im-



138.
139.
140.
141.
142.
143.

poſte ou naiſſance de la doële de l'arriere vouſſure ſur ſon piedroit en K z G, par exemple ici en quatre, aux points 1, 2, 3, H. Puis ayant auſſi diviſé en quatre, l'intervale C *m* des deux centres des deux arcs de face & de feuillure aux points 1^c, 2^c, 3^c, *m*, de chacun de ces points pour centres & de l'intervale de la premiere diviſion, correſpondante entre *b* H pour rayon, comme 1^c 1, 2^c 2, 3^c 3, on décrira les arcs de cercles indéfinis 3*x*, 2*y*, 1*z*, dont il faut chercher la terminaiſon.

Ayant diviſé l'intervale *m* M qui eſt la profondeur de la voute en autant de parties égales entre elles, que l'on a diviſé H*b* aux points 1^m 2^m 3^m, on ménera par ces points des paralleles à AE, qui rencontreront le piedroit DE aux points 1^n 2^n 3^n, par leſquels on ménera des paralleles à DK, qui rencontreront les arcs ci-deſſus aux points *z y x*, qui ſeront à la Courbe que l'on cherche; ainſi on tirera à la main ou avec une régle pliante la courbe K *z y x* G, qui eſt la projection verticale de la naiſſance de la doële ſur ſon piedroit.

Presentement il faut chercher la valeur de cette projection qui reſſerre cette Courbe ; ce qui ſe fera facilement par la méthode des cerches ralongées.

On prolongera le diametre IK, ſur lequel on portera la ligne DE à volonté, par exemple en *f k* fig. 145. avec toutes ces diviſions 1 2 3 *k*, par leſquelles on élevera des perpendiculaires indéfinies à cette horiſontale puis par les points G *x y z* on ménera des horiſontales qui couperont les verticales précedentes aux points *z y x g*, par leſquels on tracera la ligne courbe *f z y x g* que l'on cherche, laquelle eſt plus large que celle du profil *f* Z Y X V dans le raport de DE à EL, & le Trait ſera fait.

Presentement ſi l'on conſidere la nature des ſections de la doële, ſuivant les obſervations que nous avons faites ſur les ſurfaces gauches au commencement de ce quatriéme Livre, page 5. on reconnoîtra que les quatre angles de la doële de chaque vouſſoir ne ſont pas dans un même plan; par conſéquent qu'on ne peut pas en faire des panneaux de doële plate.

Il ne reſte donc de panneaux à faire que ceux de tête, qui ſont donnez ſur l'élevation, & ceux de lit dont les joins à la doële ne ſont pas des lignes Droites par les raiſons que nous avons donnés ci-devant, en parlant de ceux de la corne de Vache, dont la conſtruction eſt la même, à la réſerve de ceux qui traverſent en partie la voute, & en partie le piedroit, comme ſont ceux que donnent les coupes 1. 7, & 6 *q*, dont la partie du joint 6 *z* eſt courbe, & l'autre *z q* droite; nous donnerons un exemple de chacun de ces lits.

Fig. 146. AYANT porté la longueur 5 *n* de la fig. 144. en un endroit séparé, comme à la fig. 146. avec toutes ses divisions *t*, *u*, *v*, on lui ménéra par ces mêmes points des perpendiculaires, dont on prendra les longueurs au plan horisontal; sçavoir R *r* ou *n*N égale à *m*M, *t*T égale à *m* 3*m*, *u*U égale à *m* 2*m* & *v*V égale *m* 1*m*, & par les points NTUV5 on tracera la courbe, qui sera le joint à la doële, du lit de dessous du cinquiéme voussoir.

POUR former le panneau du lit suivant dont le join à la doële est mixte, on opérera à peuprès de même.

AYANT porté à part la longueur 6*q* comme à la fig. 147. avec sa division Z, on lui élevera au point *q* une perpendiculaire *q*Q qu'on fera égale à *m*M, ou ce qui est la même chose LE à laquelle elle répond, & sur le point *z* une perpendiculaire *z*Z égale à *m* 1*m* qui est la profondeur du premier arc 1Z, puis on tirera une ligne droite de *z* à *z*, & une courbe concave de Z à 6; mais comme on n'en a que deux points, il faut en chercher au moins un troisiéme.

POUR cet effet on divisera l'intervale C 1*c* des deux premiers centres des arcs *h*K, & 1 *z* en deux également en *d*, d'où comme centre, & pour rayon *dh*, plus la moitié de *h* 1, on décrira un arc qui coupera 6*z* en un point *i*; on portera à la figure 147. la longueur 6 *i* en *i* à distance égale de 6, & par ce point *i* on élevera une perpendiculaire *i*I qu'on fera égale à la moitié de l'intervale *m* 1*m*, & par les points 6IZ, on tracera la courbe demandée.

IL est visible que plus les lits seront près de la clef, moins leurs joins à la doële seront courbes; en sorte que s'il y en avoit un au milieu de la clef, il seroit parfaitement droit; parce qu'alors la section passeroit par l'axe du cône, & au contraire plus ils aprocheront des piedroits, plus ils se creusent. Et qu'enfin lorsque le lit coupe le piedroit, le joint est partie courbe suivant la largeur de la doële qu'il coupe & partie droit, dans celle du piedroit qu'il traverse; parce que la surface du lit devant être plane, elle ne peut couper un plan que suivant une ligne droite: il n'en seroit pas de même si le lit étoit gauche.

Nous avons supposé dans les Traits précedens que l'arriere voussure n'étoit pas trop profonde pour que les voussoirs fussent d'une seule piece de la face jusques à la feuilleure; mais si par un excès de profondeur, ou par le défaut de pierres de longueur convenable, on étoit obligé de faire des rangs de voussoir de deux ou de plusieurs piéces; il faudroit chercher les arcs de têtes qui font des joins de doële transversaux.

Ayant déterminé la longueur horisontale du voussoir, & l'ayant porté sur le *plan* quarrément, on menera par ce point une parallele à la face qui coupera l'ébrasement du piedroit, par exemple en 2", on menera une parallele à l'élevation de ce piedroit, laquelle rencontrera celle de l'angle rentrant qu'il fait avec la voute en *y*, où sera la naissance de l'arc du joint de doële qu'on cherche.

Si les arcs de face & de feuillure sont concentriques, comme à l'arriere voussure bombée Droite, cet arc seroit facile à décrire du centre commun C, & de l'intervale du point trouvé à ce centre.

Mais si ces arcs de face & de feuillure sont excentriques, il faudra chercher une quatriéme proportionelle à l'épaisseur ou profondeur horisontale de la feuillure, à celle du voussoir, & à la distance des centres de face & de feuillure; le quatriéme terme donnera la distance du centre 2ᶜ au dessous du centre C, par le moyen duquel & de l'intervale 2ᶜ*y* on décrira l'arc du joint de doële transversal qu'on cherche pour le tête en joint du voussoir.

Ce Trait supose encore une chose qui peut varier, sçavoir; que le joint transversal est dans un plan parallele à celui de la face; mais il peut arriver par une raison de décoration, que ce joint ne soit pas dans un plan vertical, comme lorsqu'on veut faire une bande de largeur uniforme mesurée non pas horisontalement, mais suivant la distance perpendiculaire de l'arête de la face, au bord oposé de la bande; telles sont les bordures des revétemens de marbre, & les Bâtis des revétemens de menuiserie. Alors il faut chercher la Courbe de la projection de ces joins transversaux par plusieurs points; ce qui est plûtôt un Trait de menuiserie que de Coupe des Pierres, comme on le verra à la suite de celui-ci, lorsque nous parlerons de cet Art, & des Incrustations de marbre où de Placage.

Application du Trait sur la Pierre.

Suposant que l'on veuille commencer par faire le coussinet, marqué dans l'élevation 6 *q l* K. *Fig.* 144.

Ayant dressé un parement pour servir de surface extérieure, on lui en fera un parallele pour la surface intérieure, si la pierre peut faire parpain, ce que nous suposerons pour la facilité de l'instruction, puis ayant levé un panneau sur l'épure en *l*K6*q*, on l'apliquera sur un de ces paremens, pour tracer les lits de dessus & de dessous, qu'on formera à l'équerre suivant les lignes 6 *q* & K *l*.

Fig. 148. Ensuite on creusera tout au long aussi à l'équerre, sur les mêmes paremens une doële cylindrique *fBdD*, comme si l'on vouloit faire un voussoir de berceau Droit suivant l'arc K6, si la pierre se termine à la feuillure, où sur l'arc *ab* qui marque l'arête du tableau, si la pierre comprend le tableau, lequel arc est plus avancé que K6 de toute la largeur de la feuillure, ce qui oblige à faire deux surfaces de doëles cylindriques inégales, l'une *abba* qui comprend la largeur du tableau, l'autre *f*6D qui est celle de la profondeur de la feuillure.

On posera ensuite sur le lit de dessous le panneau du piedroit, découpé sur le plan horisontal de la fig. 144. en TDEL pour avoir à la fig. 148. le contour qui y est déssiné en perspective en *aa* DEO.

On prendra aussi le panneau du lit de dessus, à peu près tel qu'il est à la fig. 147. je dis à peu près, parce que celui de la fig. 148 désigne un lit plus élevé, où la parties courbe 6Z est plus grande que la droite Z*q*, ce qui est le contraire à la fig. 147. Ainsi il faut suposer que le lit en perspective de la fig. 148. représente celui qui seroit tiré du centre C de la fig. 144. par le point *y*.

Les deux lits de dessus & de dessous étant tracez, on abatra la pierre en surface plane, entre les trois lignes droites tracées DE, E*q*, *q*Z. Puis avec une cerche formée sur l'arc hyperbolique *cf zg* du profil de la fig. 145. on terminera cette surface plane par un quatriéme côté courbe DZ (fig. 148.)

Alors il ne restera plus qu'à former la portion triangulaire de la doële de l'arriere voussure, comprise entre trois lignes courbes données, sçavoir, l'arc circulaire de feuillure D6, l'arc hyperbolique de joint de lit 6*z*, & l'arc hyperbolique de naissance de la doële sur le piedroit DZ. Ainsi abatant la pierre comprise entre ces trois termes, on ne peut manquer de la former assez exactement.

On peut encore pour plus d'exactitude s'y donner vers le milieu une quatriéme ligne droite, en tirant à la fig. 144. une ligne S*r* par les points S & 6, qui donnera sur l'arc KG un point *r*, dont on prendra la hauteur sur la ligne K*l* pour la porter en S, & tirer *s* S parallele à DE qui coupera l'arc D*z* en *s*; si la surface est bien faite on pourra poser la régle sur les points 6 & *r* sans qu'il paroisse de vuide entre la régle & la doële.

Fig. 149. On operera à peu près de même pour la coupe du voussoir suivant, au-dessus du Coussinet marqué à l'élevation 5 *n* G*q* 6, avec cette difference qu'il demande un peu plus d'attention, parce que la doële creuse

du précedent n'étoit terminée que par trois lignes courbes; celle-ci, qu'on a dessiné en perspective à la fig. 149, est terminée par cinq lignes courbes, sçavoir, 5*n* qui est le joint du lit superieur, *n*G l'arc de face, G*z* partie de l'arc de naissance sur le piedroit, *z*6 joint du lit inferieur à la doële, & 65, arc de feuillure.

Ce voussoir comprend de plus un triangle plan mixte G*qz*, en voici la pratique.

Ayant dressé & jaugé les paremens de devant & de derriere, si la pierre fait parpain, on apliquera sur l'un des deux le panneau formé sur l'élevation de la fig. 144. en 5*n*G*q*6 pour en tracer le contour, puis ayant abatu la pierre à l'équerre au parement, suivant les lignes droites 5*n* & 6*q* pour former les lits, & suivant le contour de l'arc de cercle 56, on aura un voussoir semblable à celui d'un berceau, observant le renfoncement de la feuillure.

Ensuite on apliquera au lit de dessous le panneau de la fig. 147. & à celui de dessus le panneau 146. puis par la ligne droite ZQ donnée au lit de dessous, & par la ligne droite *q*G, tracée au parement de face, on fera passer une surface plane en abatant la pierre en triangle, dont on formera le côté ZG par une cerche formée sur l'arc Z*g* de la fig. 145. alors on aura le contour des cinq côtez courbes qui terminent la portion de Dolëe de l'arriere voussure comprise dans ce voussoir.

La multiplicité de ces côtez, fait qu'il est assez difficile de bien se conduire pour abatre la pierre, de maniere qu'on forme une surface reguliérement conique; c'est pourquoi il faut se donner quelques points de position pour pouvoir y apliquer la régle.

Pour cet effet, on tirera par le point S, & des points pris à volonté au contour du voussoir, par exemple 5 V, des lignes droites qui se termineront à l'arc ZG vers *y* & vers *x*, où l'on prendra des repaires de hauteur sur le lit 6*q*. qu'on portera à la fig. 149. où l'on marquera aussi les premiers points 5 & V. Alors posant la régle RE sur ces joins, on abatra la pierre de maniere qu'elle s'y aplique exactement; Ainsi on aura des guides pour ne pas trop creuser entre les termes du contour de la doële donnée; l'on multipliera ces lignes droites autant que l'on jugera à propos, & le voussoir sera exactement formé, pour que la doële se continuë sans jarret avec la portion précedente & les suivantes; celles-ci seront plus faciles à faire, parce qu'elles ne seront terminées que par quatre côtez, au lieu que celle de la fig. 149. l'étoit par cinq. Où il faut bien observer que la régle ne peut être apliquée

Fig. 144.

exactement à la doële, en aucune autre position que celle où sa direction passe par le point S.

Explication démonstrative des Traits, des deux especes d'arrieres Voussures Coniques, Scalenes, de la Bombée, & de Marseille.

Pour concevoir que l'arriere voussure Conique Scalene, simplement bombée, comme celle qui est designée à la fig. 138. par la partie F*n*GK*b*I est intrinsequement la même que l'arriere voussure de Marseille; on n'a qu'à considerer la seule partie 82*n*5 de la fig. 154. & imaginer que le piedroit DE est transporté en PN, alors l'élevation de son ébrasement sera le trapeze mixte P 5 *n*Q, au lieu que l'autre est un triangle mixte composé de deux côtez droits DL LG, & d'un côté mixte DKG; ainsi l'on ne doit considerer la bombée que comme une partie de celle de Marseille.

Fig. 150. Pour donner une juste idée de cette voussure, on a dessiné à la fig. 150. un triangle scalene en petit & en perspective, semblable à celui du profil 145. dont le triangle RSH est une section par l'axe, & par le diametre H*f*R de la plus grande obliquité. Si l'on coupe ce cône par un plan parallelement à ce diametre, & perpendiculairement au plan de la base, il est clair qu'il se formera à la surface du cône une hyperbole FK*e*, qui représentera la section qui seroit faite par EL, à la fig. 144. & si ce plan est tourné differemment, il se fera une autre section qui peut encore être une hyperbole, ou une parabole, ou une ellipse; quelle qu'elle soit la ligne SM représentera l'axe SM*f* du profil de la fig. 145. la courbe FK de la fig. 150. représentera la naissance *fg* de la fig. 145. & le triangle M*fp*L sera la projection horisontale de la moitié du cône scalene, où S*p*M représentera l'axe.

Cette préparation étant suposée, il sera aisé de sentir les raisons de notre construction; car suposant le cône scalene SHR fig. 150. coupé par plusieurs plans verticaux paralleles à sa base, ils seront représentez dans la projection horisontale de la fig. 144. par des lignes droites dont les moitiez sont *m*D $1^m\,o$, $2^m\,o$, $3^m o$, lesquelles seront les rayons des cercles formez à la surface du cône, & dans la même projection l'axe du cône marqué SM*e* à la fig. 150. sera représenté en racourci par la ligne S*p* M, & en élevation par la ligne S*e* *m* égale à S*q* du profil 145. Or puisque les parties Proportionelles de cet axe entre la face & la feuillure, représentées en trois projections differentes, sont aussi chacune divisée en parties égales entre elles, il suit que toutes les se-

ctions

ctions du cône sont proportionelles & semblables à la base. D'où il suit que les lignes semblablement posées dans chacune de ces projections, représentent la section d'un plan passant par les trois dimentions de longueur, hauteur & profondeur; ainsi le plan du piedroit DE étant suposé couper le plan de la projection horisontale ABDE, sera pour section une ligne droite DE. Le même rencontrant la surface courbe de la Doële, divisée proportionellement par plusieurs plans verticaux, formera la courbe KzG, menée par les intersections HG, 3x, 2y, 1z, aK, qu'il ne fera que toucher, lesquels plans verticaux répresentez à l'élevation par ces arcs de cercles qui en sont les contours, sont au contraire représentez au profil par des lignes droites 1Z 2Y 3X, ce qui est facile à apercevoir aux gens versez dans l'Architecture qui entendent le profil. Mais comme le plan du piedroit en situation oblique à l'axe, comme DE, se trouve racourci au profil dans le raport de DE à LE, la Courbe *fYe* devient inutile pour en former un panneau; c'est pourquoi on a ralongé cette courbe par un nouveau profil, ou plûtôt une juste élevation *fyg*, dont la base *fk* est égale à DE, & les intervales des abscisses égales aux divisions de cette ligne DE, comme nous l'avons enseigné au second Livre pour la formation des Ellipses & autres cerches ralongées.

Cependant pour montrer que le premier profil peut devenir utile pour le Trait, je ferai remarquer que par son moyen & la courbe de l'élevation KzG, on peut tailler le coussinet par équarrissement.

Ayant tracé sur un parement à plomb, & de largeur égale à la profondeur de l'arriere voussure, la courbe de profil *fYe*, on tracera sur le retour d'équerre celle d'élevation KzG, puis on abatra la pierre en creux cylindrique jusques à la rencontre du contour convexe.

La rencontre de ces deux surfaces, l'une concave, l'autre convexe, donnera la Courbe de la naissance plus étenduë, comme celle marquée *fyg* de la fig. 145. toutes lesquelles courbes sont de même nature par le Theor III. du premier Livre.

A l'égard des joins de lit, ce sont des courbes dont la construction est fondée sur le même principe que celles des joins de la Corne de Vache.



OBSERVATIONS,

sur les Traits de la Coupe des Bois, & des Marbres' Pour les Revêtemens des Arrieres Voussures en Lambris de Menuiserie, *Ou en* Incrustations de pieces de Raport.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que des Trais des sections des Solides, destinées à la construction des Voutes, où l'on a autant d'attention aux lits qu'aux divisions des doëles & des têtes, pour que les pierres de taille dont elles sont faites, se soûtiennent mutuellement.

Presentement nous suposons les Voutes faites de briques ou de pierres, & sans égard aux lits, nous examinons seulement les moyens de recouvrir les doëles de Bois ou de Marbre, découpé suivant certains compartimens, dont il faut trouver les contour en projection, & quelquesfois en dévelopement. Nous n'avons pas traité de cette matiere en parlant des voutes précedentes, parce qu'elles ne sont gueres susceptibles de revêtemens, à cause de leur étenduë; mais comme ces ornemens conviennent particulierement aux Arrieres voussures, & que la mode en a établi l'usage dans presque tous les bâtimens des gens un peu aisez, il est à propos d'en donner ici les Traits.

Le sieur Blanchard maître menuisier de Paris en a fait un traité en 1729. dont la moitié n'a pour objet que ceux des revêtemens der arrieres voussures; mais comme il n'avoit pas la Théorie nécessaire pour entendre le fond de cette matiere, il est tombé dans plusieurs erreurs. Le public est obligé à un bon Artisan qui lui fait part des connoissances qu'il a acquises dans son art; mais il faut que cet Artisan observe deux choses; la premiere est de consulter les gens qui ont de la Théorie lorsqu'il le peut, sans présumer que la seule pratique lui suffise dans tout ce qui a raport à la Géometrie. La seconde qu'il consulte les gens qui sçavent la langue & les termes des sciences & des arts, pour s'énoncer comme il convient, faute de quoi il fatigue le lecteur qui n'entend qu'en devinant à moitié ce que l'Auteur a voulu dire. C'est ce qui est arrivé à celui dont je parle, qui s'est fait un langage si particulier, qu'on ne peut l'entendre du premier abord; chez lui une *perpendiculaire* signifie ordinairement un *aplomb*, c'est-à-dire, une *verticale*, & quelquefois il apelle de même une ligne inclinée à l'horison, on ne sçait à quoi s'en tenir. Il dit qu'une ligne en *touche* une autre lorsqu'elle la rencontre, & qu'elle la coupe étant prolongée, ce n'est point

ce qu'on entend par *toucher*. Il apelle *Paralleles* des lignes qui ne le sont point, & même qui sont de differente nature, l'une courbe, l'autre droite, qui se rencontrent souvent; Il faut deviner qu'il entend par ce mot qu'elles sont dans un même Plan, c'est-à-dire, qu'une surface plane peut passer par les deux. Il entend par *dévelopement* d'une ligne, la valeur de sa projection, quoiqu'elle soit dans son contour naturel, sans extension de dévelopement. Il assemble des mots qui se contredisent, comme lorsqu'à la page 29. il apelle *point concentrique different*, celui qui est excentrique. Tant de termes déplacez embarrassent & fatiguent beaucoup un lecteur. On est cependant assez disposé à les passer à un homme sans litterature, lorsqu'il dit de bonnes choses; mais l'indulgence ne peut aller jusqu'à pardonner des erreurs de construction, lorsqu'elles sont considerables, comme celles du Livre dont il est question.

Pour prendre une idée de la nature des Traits de la Menuiserie, & du Placage des revêtemens des arrieres voussures, il faut remarquer que la menuiserie ne consiste presque qu'en un assemblage de *Batis* & des *Panneaux* qu'ils renferment.

Par le mot de *Batis*, on entend les pieces de bois qui servent en quelque façon de bordures, pour contenir les parties de planches dont on couvre la voute, lesquelles ainsi renfermées de tous côtez s'apellent *Panneaux*, où l'on voit que la signification de ce mot est bien differente de celle des Panneaux qu'on employe pour la Coupe des pierres.

D'où il suit que les *Batis* étant des especes de Bordures, il convient qu'ils soient plus étroits que les panneaux, & de largeur toujours égale, excepté lorsque leur direction tend au pole d'une sphere où au sommet d'un cône; par-tout ailleurs l'irrégularité de la surface doit tomber sur la figure du Panneau, sans changer le parallelisme des côtez des Batis.

Puisque les Batis sont l'ame & le principal objet des revêtemens de menuiserie, c'est à leur construction que nous devons toute notre attention. Il s'agit donc de les tracer par équarrissement dans une masse de bois, & quelquefois aussi, mais plus rarement, par la voye du dévelopement.

Ce que nous disons ici des batis, s'aplique aussi très naturellement aux bordures & Frises des incrustations de marbre, qui sont ordinainairement disposées à peu près comme les batis de menuiserie.

Ces bordures de l'une & de l'autre espece, ne renferment pas toujours

des Polygones curvilignes irréguliers ; elles renferment auſſi ſouvent des courbes à double courbure, qui ont l'aparence de cercles où d'Ellipſes, quoiqu'elles ne puiſſent être ni l'une ni l'autre de ces figures qui ſont planes ; or nous les ſupoſons ſur des ſurfaces concaves des doëles des arrieres vouſſures, donc ce ſont des courbes à double courbure, quoique tracées d'un centre comme les cercles, ou par le moyen de deux foyers comme les ellipſes, ce qui fait la difficulté des Traits.

Précis de l'Art des Traits de Menuiſérie.

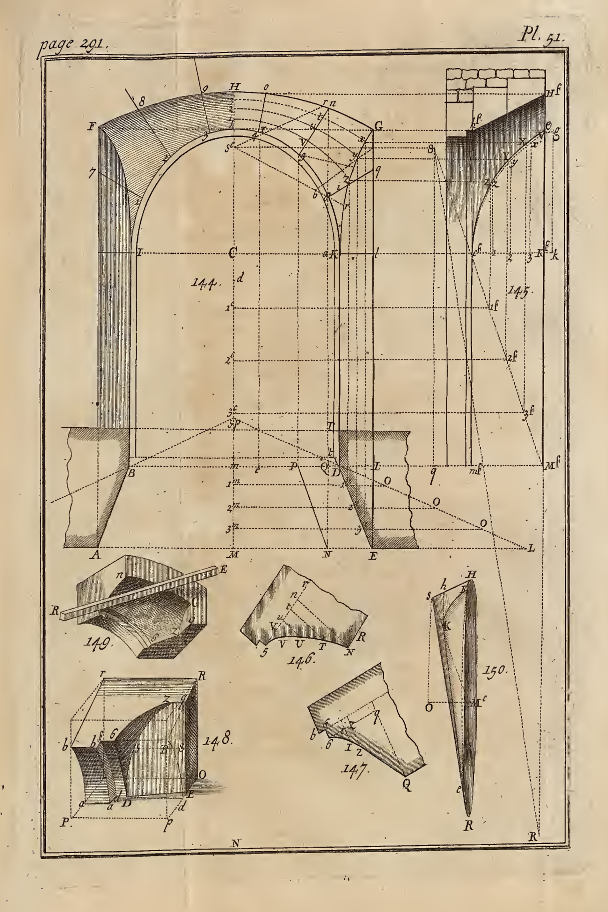
Tout l'Art de la Coupe des bois pour les revêtemens de voutes, par des lambris de Menuiſerie, & même celui des Incruſtations de marbre diſtribuées par panneaux, peut être réduit à quatre principales opérations.

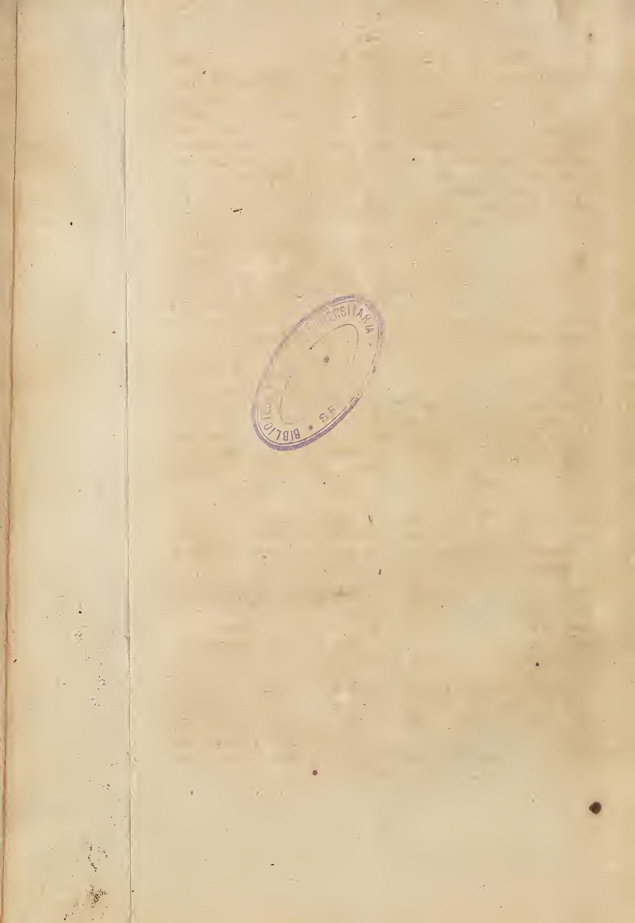
Premierement, à la deſcription des lignes courbes paralleles, ou pour mieux dire équidiſtantes de celles des ceintres donnez pour les arêtes des faces extérieures & intérieures des arrieres vouſſures, ou autres voutes à revêtir, & de celles de leurs naiſſances, & des diviſions tranſverſales & longitudinales, leſquelles Courbes ſont preſque toujours differentes en contour des ceintres & des ſections données. Tel eſt par exemple dans un corps régulier, un cercle mineur d'une voute ſphérique parallele à un majeur, ou un autre mineur à l'égard d'un plus grand ou plus petit, ou une ſection conique équidiſtante d'une autre donnée dans un cône ; laquelle ne lui peut être ſemblable, parce que les ſections Aſymptotiques ne ſont pas équidiſtantes, comme nous l'avons démontré au premier Livre.

Secondement, à faire les projections de ces Courbes ſur des plans horiſontaux & ſur des verticaux, pour avoir les intervales inégaux qu'elles laiſſent entre elles, conſiderées dans le niveau ou dans l'aplomb, lequel intervale donne ce qu'on apelle le *Gauche* des batis, étant retranché de la maſſe du bois, d'où réſulte la ſurface courbe que l'on cherche, & les arêtes qui le terminent à ſimple ou à double courbure.

La troiſiéme opération, qui eſt la moins uſitée, & dont maître Blanchard ne parle point, eſt le Develópement des ſurfaces à revêtir, pour les couvrir d'un bois mince plié, qui peut y être exactement apliqué & contenu par les batis : je puis parler par expérience de la bonté, de l'utilité, & de la durée d'un tel ouvrage, quoique l'auteur cité n'en diſe rien, le ſupoſant aparemment inuſité.

J'ai fait revêtir par un habile menuiſier les arrieres vouſſures bombées & ébraſées d'une chambre que j'habitois, & comme il n'avoit pas


144.
145.
146.
147.
148.
149.
150.



du bois sec assez épais pour tailler ses batis par équarrissement, il commença par les faire droits, & les plia d'une maniere qui a parfaitement bien subsisté ; mais n'ayant que l'habileté ordinaire aux meilleurs maîtres de son art, il ne prévit pas que son bois étant plié en portion conique, seroit trop étroit en montant vers le milieu de la voute, du côté du chambranle des piedroits, & trop large du côté de la feuillure, de sorte que le lambris ne s'ajustoit ni à l'arête de la massonnerie, ni à la feuillure du chassis dormant, ni à l'angle rentrant de la naissance de la voussure sur les piedroits ébrasez, faute d'avoir eu connoissance du développement & des sections du Cône ; de sorte qu'il fut obligé de recouper vers la feuillure, d'ajoûter vers le chambranle, & de courber un peu les naissances, ce qu'il auroit pû faire à peu près en tatonnant à force de présenter son ouvrage ; mais m'étant aperçû de ce qui lui manquoit, & voulant lui épargner de la perte du tems, je fis en un instant le développement dont-il avoit besoin, & le mis en état de corriger sûrement & en peu de tems son ouvrage. On verra cy-aprés la maniere de le faire,pour ceux qui se trouveront dans le même cas.

La quatriéme opération néceßaire pour les revêtemens, est celle de chercher les angles des piéces que l'on doit assembler, à peu près comme les biveaux pour la coupe des pierres ; mais parce que les bois s'assemblent par le moyen des tenons & des mortoises, ils ne tirent pas leur force de leurs coupes ; de sorte que l'apareil en est beaucoup plus simple, il n'est guere question de biveaux que pour les doëles & les têtes où il faut engraisser, c'est-à-dire, rendre obtus l'angle du batis avec le chambranle, ou l'amaigrir du côté de la feuillure.

Les autres angles dont on a besoin pour l'assemblage, sont ceux des diagonales formées par la rencontre des batis & traverses assemblées en angle saillant ou rentrant, ce qu'on apelle en terme de l'art à Anglet ou *Onglet*.

Ces Diagonales & les angles qu'elles font avec les côtez des batis sont faciles à trouver, car premierement si les batis sont droits, leurs diagonales sont aussi des lignes Droites déterminées de longueur & de position, par les intersections des côtez extérieurs & intérieurs des batis, & de leurs traverses tracez sur l'épure.

Secondement, si les batis & leurs traverses sont courbes tous les deux, ou l'un droit & l'autre courbe, on trouvera leurs diagonales d'assemblage, en menant dans chacun plusieurs lignes paralleles à ses côtez, s'ils sont d'égale largeur, ou convergentes & divergentes, dirigées au même point du concours & à distanges égales dans chacune des piéces

d'assemblage, si elles sont d'égale largeur, ou à distances proportionelles des côtez, si elles sont d'inégale largeur, par exemple au tiers ou au quart, ou à la moitié de chacune ; les intersections de ces lignes donneront autant de points des diagonales que l'on cherche, par lesquels on les tracera à la main ou avec une régle pliante ; ainsi on aura leur longueur, leur courbure & les angles mixtes ou curvilignes qu'elles font avec leurs côtez.

Nous avons suposé que les batis étoient des surfaces planes ; mais s'ils étoient courbes en tout sens, comme ceux qui sont destinez à revêtir une surface sphérique de niche ou d'Arriere voussure de Marseille, ou de St. Antoine. Il faudra premierement en faire la projection sur une surface plane, & en chercher la diagonale comme ci-devant, par le moyen de laquelle on en trouvera la valeur par la pratique des cerches ralongées.

REMARQUE

sur la Pratique du Sieur Blanchard.

Il est clair que s'il s'agit, par exemple, d'une diagonale de deux batis en traverse, destinez au revêtement d'une portion de sphère, comme à une voute de niche, la diagonale de projection sera une portion d'Ellipse, parce que celle qu'elle représente, qui doit être sur la surface de la sphère, est un cercle, dont la projection est une Ellipse par le Theoreme II. du deuxiéme Livre (page 209.) il en sera de même de plusieurs autres diagonales, particulierement dans les angles mixtes.

D'ou il suit que la pratique que donne le sieur Blanchard dans sa coupe des bois, planche 5. page 7. est alors intrinséquement fausse, parce qu'il tire ses *coupes* par la pratique *des trois points perdus*, ainsi apellée dans le langage des ouvriers, laquelle donne un arc de cercle.

Au lieu de ne tirer qu'une seule parallele au milieu de chaque batis, pour trouver un troisiéme point, il n'y a qu'à en tirer encore deux au quart de la largeur, & on aura cinq points de la Courbe de *Coupe*, qui sont plus que suffisans pour la tracer avec une régle pliante ; & alors l'opération sera exempte des reproches d'erreur.

TRAITS DE MENUISERIE.

Faire les revêtemens des Arrieres voussures Coniques quelconques.

PREMIERE ESPECE.

L'Arriere voussure bombée & ébrasée, Droite sur son Axe. Plan 50.

Ayant fait le Plan horisontal, & l'élevation de l'arriere voussure, *Fig.* 138.
comme à la figure 138. & ayant déterminé la longueur du batis, on peut faire cet ouvrage de deux manieres.

Premierement par équarrissement, on fera un profil de l'ébrasement de la voute, comme on voit au-dessus du chiffre 141. qui fera connoître l'épaisseur du bois nécessaire pour tailler chaque piece par équarrissement, par exemple *ab* pour avoir le parement *ac*, ou *ed* pour avoir *ef*. Puis pour avoir la hauteur de la traverse inferieure, on ajoûtera à la hauteur *ag* celle de la flêche de l'arc I*b*K, qui est égale à K*y*, qu'on portera en *gh* pour avoir la hauteur totale *ah* du madrier, sur lequel on doit élegir le batis, si la traverse est d'une seule piece, & à proportion si elle est de plusieurs. Il ne s'agit plus que d'y tracer l'arc I*b*K pris sur l'épure, lequel étant évuidé, on prendra avec le compas la distance *bc* du profil qu'on trainera tout au tour de l'arc nouvellement formé; ou ce qui est plus commode, on se servira de cet outil que les Menuisiers apellent Trusquin, & la piece sera tracée; il ne s'agit plus que d'abattre le bois en chanfrain entre les deux arcs, & le réduire à une égale épaisseur s'il en est besoin, ce qui est à la portée des moindres ouvriers. Il n'en est pas de même par panneaux de dévelopement, il y faut un peu plus de science.

Seconde Maniere, *par Panneaux de Dévelopement.*

On sçait que le Dévelopement de la surface d'un Cône tronqué Droit sur une base circulaire, est une portion de couronne de cercle, dont le rayon est égal à la longueur du côté du Cône suposé entier depuis son sommet à sa base; ainsi pour former le dévelopement de la doële de notre arriere voussure, il faut commencer par chercher le sommet du Cône, dont elle est partie de la surface, en prolon- *Fig.* 138.
geant comme nous l'avons dit la ligne *gq* jusqu'à ce qu'elle rencontre celle du milieu MH prolongée au point S en projection horisontale.

Ou bien ce qui convient encore mieux, le chercher par le profil *Fig.* 139.

en prolongeant la ligne H^f h^f jusqu'à ce qu'elle rencontre la base horisontale M^f C en S^f.

Fig. 140. On prendra ensuite sur la ligne du milieu un point S^p à volonté, duquel comme centre, & de l'intervale Sg pour rayon, ou ce qui est la même chose S^f H^f, on décrira un arc F^d H^d G^d indéfini ; & du même centre & de l'intervale Sq ou S^f h^f pour rayon, on décrira un autre arc pour celui de la feuillure i^d h^d K^d.

On portera sur chacun de ces arcs de part & d'autre de la ligne du milieu, l'étenduë du contour des ceintres, dont ils sont le dévelopement, prise par petites parties apliquées de suite, ensorte que l'arc h^d i^d de la fig. 140. soit égal en dévelopement à l'arc hI de la fig. 138. lequel est un peu plus concave, & de même l'arc H^d F^d de la fig. 140. égal en dévelopement de contour à l'arc HF de la fig. 138. ce qui donnera les points F^d I^d d'un côté & G^d K^d de l'autre, lesquels sont aux contours des dévelopemens des deux arcs d'hyperboles des naissances de l'arriere voussure sur ses piedroits.

Pour avoir un troisiéme point commun à ces deux dévelopemens qui se croisent en X, on prolongera un piedroit ED fig. 138. jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne du milieu en x. On portera Sx en S^f x^p sur la base du profil S^f M^f, & on lui élevera au point x^p la perpendiculaire x^p z^x, qui coupera le côté S^f H^f au point z^x. On portera la distance S^f z^x en S^p X, qui donnera sur la ligne du milieu le point X que l'on cherche, par lequel & par les points trouvez ci-devant au dévelopement de l'hyperbole, on tirera à la main ou avec une régle pliante les courbes X I^d F^d & X K^d G^d, dont les parties I^d F^d K^d G_d sont les terminaisons du dévelopement de la doële de l'arriere voussure. Ainsi faisant un assemblage de la figure de la portion de couronne I^d h^d K^d G^d H^d F^b, on pourra l'apliquer dans l'arriere voussure exactement sur toute la surface en le pliant, ou par le moyen du feu, ou par quelques traits de scie poussez au travers du fil du bois, du côté interieur caché, à distance de 5. ou 6. pouces plus ou moins, pénétrans jusques au tiers ou à la moitié de l'épaisseur du bois, en sorte qu'il ne s'y fasse pas des côtes.

On auroit pû chercher un plus grand nombre de points du dévelopement des arcs hyperboliques, suivant la methode que nous avons donné au probléme 7. du 3e Livre ; mais il suffit dans le cas present, de voir à peu près l'effet & la saillie du bombement qui n'est pas assez considérable pour tirer à conséquence dans l'exécution.

Il faut remarquer que ce panneau de dévelopement doit être tracé

sur

ſur la ſurface intérieure de la Menuiſerie, qui s'aplique contre la doële de maſſonerie, parce qu'il faut avoir égard à l'épaiſſeur du bois & au délardement des bords des batis, qui doivent être coupez en chanfrain, les uns pour être apliquez à la feuillure, les autres au parement du mur à plomb, où l'épaiſſeur du lambris & ſon joint avec la maſſonerie, eſt ordinairement recouvert par un chambranle. *Fig.* 138.

Les biveaux du délardement de devant & de derriere ſont donnez au profil, & même au plan horiſontal en $q g N^x$ obtus de la face avec la doële & ſon ſuplément $g q V$, pour le maigre de la feuillure. Les autres angles mixtes aux impoſtes, ſont donnez à l'élevation en H G G[x] pour être apliquez ſur les faces, & non pas perpendiculairement a l'arête de l'angle, ſuivant l'uſage ordinaire des biveaux.

Revêtement de la ſeconde & troiſiéme eſpece d'Arriere vouſſure Conique.

Nous joignons ici l'arriere vouſſure bombée & ébraſée à ceintres excentriques, avec celle de Marſeille, parce qu'il n'y a de la difference pour le Trait, qu'en ce que la ſurface de cette derniere eſt plus gauche que la précedente, d'une quantité qui ne provient que du plus ou moins de grandeur de l'arc de feuillure à l'égard du ceintre de face.

Premierement, pour la ſeconde eſpece, tout étant diſpoſé à la fig. 138. comme il a été dit pour la coupe des pierres. Il faut chercher la valeur de la longueur donnée du Batis en projection verticale & horiſontale, ce qui eſt une opération inverſe de celles de la coupe des pierres, où les projections étant données, on cherche leur valeur. Ici tout au contraire la largeur inclinée du batis eſt déterminée par l'ouvrier, & pour donner à ſon bois la hauteur & l'épaiſſeur convenable pour y élegir ſon batis; il faut qu'il cherche une Courbe verticale, & une horiſontale, ce qui ne ſe peut faire que par le moyen de pluſieurs profils qu'on fera en auſſi grand nombre qu'on voudra avoir de points de ces courbes; nous nous bornerons ici à deux pour ne pas embrouiller la figure. *Fig.* 138

Il faut obſerver auparavant, que puiſqu'on veut que les batis ſoient partout d'une égale largeur, il faut que leur meſure ſoit priſe perpendiculairement à l'arc de leurs arêtes intérieure & extérieure, parce qu'il eſt clair que toute autre ligne qui ſeroit inclinée à ſa tangente, donneroit une plus petite largeur; ce qui fait voir la fauſſeté de tous les Traits du Livre de maître Blanchard, qui prend ſes meſures ſur des profils obliques à cette tangeante.

D'où il suit que pour chercher les largeurs des projections, avec une scrupuleuse exactitude; il faudroit faire des profils exprès pour les Traverses des batis de chaque position, sur la face & sur la feuillure. Ainsi il faudroit tirer les sections qui doivent donner les bases des profils, les unes du centre C pour la feuillure, les autres du centre X pour la face, ou pour ne pas multiplier ces bases, les tirer du milieu M de ces deux centres, ce qui ne peut produire aucune difference sensible.

Ayant tiré du point M autant de lignes qu'on voudra de points des courbes qu'on cherche, qui couperont les ceintres de face F*n*G & de feuillure I*b*K, on prendra les lignes comprises entre ces deux arcs, pour autant de bases de profil, par exemple, *b n* au milieu, & I9 près de l'imposte, & les ayant porté à part comme *bn* en *fn* de la fig. 143. & I9 en I9 de la fig. 143. on portera l'épaisseur E *d* de la voute à angle droit en *n* & en 9, aux points *n*ᵉ & *i* des profils, & l'on tirera les lignes *n*ᵉ*f* & *i*I, les triangles *fn n*ᵉ & *i* 9 I, feront les profils des sections faites par les points pris à volonté *b* & I, non pas exactement, parce que les sections de la doële provenant de tout autre point que S ne sont pas des lignes droites, mais suffisamment pour la pratique la plus exacte, parce que cette courbure se trouve divisée en trois parties, dont deux sont les largeurs du batis fort étroites, & la troisiéme qui est au milieu, est celle du panneau qu'ils enferment.

On ajustera à ces triangles les profils de la Menuiserie, posez parallelement aux hypotenuses, comme *cd*, *op* fig. 143. pour les traverses du haut & du bas, au milieu de la clef, & *ab* LK pour celles du profil au-dessus de l'imposte I. Puis on menera par les points donnez *a b*, *c d*, &c. des horisontales *x b* *z d*, & des perpendiculaires *a x*, *cz*, qui se couperont en *x* & *z*. Les largeurs *x b*, *y*K seront portées au plan horisontal de la fig. 138. en 9° *x* sur la projection 9° B de la section I9, & en B *y* de la même section. Ensuite on portera les largeurs *zd*, *yp* du profil 143. en M *m*3 & C*m*, & par les points trouvez *x m*3, *ym*, & quelques autres qu'il faudra chercher entre deux, on tirera des lignes courbes *y m* & *x m*3, qui seront les épaisseurs du bois mesuré de niveau pour y élegir les batis.

On en usera de même pour la hauteur, en portant les épaisseurs *oy cz*, sur la ligne *n b* de l'élevation, & *ly*, *xb*, sur la ligne I9. de l'élevation, ainsi des autres points qu'il faudrachercher entre deux, & l'on aura la hauteur du bois du batis, y ajoûtant l'épaisseur *a g* ou *b* I.

Comme la figure est petite à cause de la grandeur de la planche, à laquelle on est assujetti, nous ajoûterons ici une planche exprès, pour

le Trait du revêtement de l'arriere vouſſure de Marſeille, qui ſervira d'explication à ce que nous venons de dire.

Revétement de la nouvelle Arriere-Vouſſure de Marſeille, *Réguliérement Conique.*

Soit (fig. 151.) le trapeze ABDE, le Plan horiſontal de l'arriere vouſſure, & BFHGD*b*, ſon élevation faite comme il a été dit pour la maſſonerie, avec la courbe de la naiſſance de l'arriere vouſſure, ſur ſon piedroit ébraſé DE, laquelle eſt tracée dans toute ſon étenduë en $D1^e 2^e 3^e g$, & en projection verticale en $D1^i\ 2^i\ 3^i$ G. Plan. 51. *Fig.* 151.

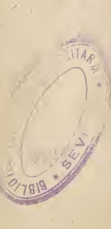
Il s'agit de chercher les épaiſſeurs de niveau, & les hauteurs des piéces de bois, dans leſquelles on veut élegir les batis de l'aſſemblage du revêtement qu'on ſe propoſe de faire, comme on le voit exprimé au dévelopement de la fig. 154. & comme ces batis ſont gauches, en ce qu'ils ſont toujours inégalement inclinez à l'horiſon, depuis l'impoſte juſqu'au milieu de la clef, leur largeur horiſontale augmente depuis l'impoſte, où les batis ſont les moins inclinez en ſurplomb, juſqu'à la clef, où ils ſont à leur plus grande inclinaiſon; auquel endroit il peut arriver que leur ſurface s'incline ſi fort, qu'elle devienne tout-à-fait horiſontale, lorſqu'en cet endroit il n'y a point d'ébraſement.

D'ou il ſuit que l'épaiſſeur du bois deſtiné à tailler une traverſe de batis par équarriſſement, ſera terminée d'un côté par une ligne droite BD ou AE ſur les arcs de feuillure & de face; mais par une ligne courbe du côté du panneau, par exemple, $x^p\ z^m\ x^o$, & $y^p\ z\ y^o$, dont il faut chercher les points par des profils pris à volonté, en autant d'endroits qu'on voudra avoir de ces points à chaque batis.

Premierement, au milieu de la clef, il eſt toujours néceſſaire d'y faire un profil qui ſera rectiligne, parce que la ligne *b*H paſſe par le ſommet du cône S^e. On fera donc ce profil comme au trait précedent, en portant à part la hauteur H*b* de la fig. 151. en *b*H de la fig. à gauche de 152. puis lui ayant tiré une perpendiculaire HH^e égale à la profondeur de l'arriere vouſſure CM, on tirera la ligne H^e *b*, le triangle rectangle *b*HH^e ſera le profil du milieu, ſur lequel on fera celui des batis, dont on portera la largeur ſur l'hypotenuſe en *bk* & *l*H^e, par les points *b* & *l* on tirera les horiſontales *bi*, *lm*, & par les points *k* & H^e les aplombs H, *m* & *ki* qui couperont les horiſontales en *i* & *m*, qu'on portera au

plan horifontal en Cz^m, & en Mz fur CM pour avoir les premiers points du milieu de ces courbes en z^m & Z.

Les profils de ces deux traverfes de batis qui ont été faits ici en une feule fection, ne peuvent fe faire de même dans la fuite de l'arriere vouffure, fi l'on veut opérer exactement, parce que les largeurs des batis doivent être mefurées perpendiculairement aux arêtes courbes qui les terminent, & comme ces arêtes courbes font excentriques, la perpendiculaire fur l'une eft oblique à l'autre dans l'élevation.



Pour le faire auffi exactement qu'il eft poffible, il faut tirer la ligne de bafe des profils du milieu des centres des deux arcs excentriques, par exemple, pour les batis au-deffus de la feuillure dont les arcs ont pour centre l'un le point C l'autre le point I^c, dont le milieu eft o, on tirera de ce point o par un point pris à volonté, par exemple T, la ligne Ts, qu'on portera à droite de la fig. 152. en Ts; puis prenant la largeur horifontale $C\,1^m$, de ces deux arcs, on la pofera perpendiculairement à Ts au point s, & l'on tirera $T\,1^m$, fur laquelle on portera la largeur du batis $a\,b$ de la fig. 154. ou bk de la fig. à gauche de 152. en TK, & l'on tirera Kt parallele à $S\,1^m$; la largeur tK étant portée au plan horifontal en tk, donnera un point k^x de la Courbe qu'on cherche, qui paffera par z^m. On cherchera de même un troifiéme point xp & plus fi l'on veut, & l'on tracera avec une régle pliante la courbe $x^o\,z^m\,k^x\,x^p$ qui fera celle que l'on cherche au plan horifontal.

A l'égard de l'élevation, on portera la hauteur $x\,k$ du petit profil que nous venons de faire fur la ligne Ts de la fig. 151. de T en t^x, qui donnera un point t^x à la circonference de la courbe de hauteur. Ainfi fupofant la hauteur $b\,1$ égale à la hauteur $m\,H^e$ du profil de la fig. 152. & un troifiéme point X trouvé comme le fecond t^x, on tracera avec une régle pliante la courbe $1\,t_x$, qui fera la hauteur du batis que l'on cherche au-deffus de l'arc bTD qui eft fon arête inferieure.

Si l'on vouloit mettre les deux profils des batis fur une feule fection, il faudroit la tirer du milieu de l'intervale des centres les plus éloignez C & Hd qui eft en 2^c, ce qui donneroit la fection QR, fupofant qu'on la tire par un point Q ou R pris à volonté, alors on auroit, par les pratiques expliquées aux traits précedens, ce profil QRR^e à droite de 152. dont la ligne $QKlR^e$ eft courbe en fection conique, fuivant les points trouvez, comme il a été dit à la formation des panneaux de la *Corne de Vache.*

Sur cette ligne courbe qui eft une fection de la doële, on y ajuftera les profils des deux traverfes de batis de devant & de feuillure,

comme on voit en QK, LR, pour avoir les hauteurs inégales Kx & Ry, & les largeurs ou épaiſſeurs auſſi inégales Qx & ly, leſquelles meſures inégales de hauteur & de largeur, proviennent cependant de la largeur du batis qu'on ſupoſe toujours égale aux lignes ab & uR de la fig. 154.

Mais comme cette opération ne peut donner exactement les valeurs de la largeur du batis qu'on veut être toujours égale; il ſuit que cette opération ne peut être tolerable que vers le milieu de l'arriere vouſſure Hb, & qu'elle devient de plus en plus fautive à meſure que la ſection choiſie à volonté aproche de l'impoſte; nous ne la donnons ici que pour ſervir d'introduction à la preuve des erreurs de Maître Blanchard.

Erreur des Traits du Livre de la Coupe des Bois de Maître Blanchard.

J'ai dit ci-devant que le public étoit obligé aux Artiſans qui lui faiſoient part des ſecrets de leurs arts; ainſi je crois que l'on doit plutôt les encourager à les publier, que les réprendre lorſqu'il leur arrive de faire des fautes de peu de conſéquence; mais comme celles du Livre de Maître Blanchard ſont trop conſidérables pour pouvoir les diſſimuler, je me crois obligé de les rélever, d'autant plus qu'il ne s'agit pas d'une ſeule erreur échapée, puiſqu'elle eſt répetée dans la plus grande partie de ſon Livre.

Pour trouver les points des courbes d'épaiſſeur & de hauteur des batis, il fait toujours des ſections verticales par des points pris à volonté, & en auſſi grand nombre que l'on veut, dans leſquelles il place les largeurs de ſes batis en profil ſans les augmenter ni les diminuer; d'où il réſulte que ces ſections verticales, étant toutes inégalement inclinées aux arcs des ſurfaces des arrieres vouſſures, elles doivent néceſſairement donner des largeurs de batis inégales contre ſon intention, & contre la beauté de la menuiſerie, qui exige ordinairement des largeurs égales de batis, en ce qu'ils ſont comme autant de bordures des panneaux, ſurtout dans les traverſes; car pour les piéces de batis poſées en entretoiſes, il peut arriver dans les revêtemens Sphériques ou Coniques, dans leſquelles elles tendent au pole, qu'on doit les diminuer de largeur à meſure qu'elles en aprochent.

Cela ſupoſé, il faut montrer dans la circonſtance préſente, combien l'erreur feroit grande ſi on ſuivoit ſa pratique, au lieu de faire la ſection du profil deſtiné à chercher un point de la courbe perpendiculaire au

milieu des arcs, ſoit pour la projection horiſontale qui doit régler l'épaiſſeur, ſoit pour la verticale qui doit déterminer la hauteur du bois deſtiné à tailler un batis par équarriſſement.

PREMIEREMENT, c'eſt une verité ſenſible à tout le monde, ſans le ſecours de la Geometrie, que les largeurs des ſurfaces doivent être meſurées perpendiculairement à leurs côtez; que toute meſure oblique peut autant varier les largeurs que l'angle d'inclinaiſon de la ligne ſur laquelle on prend cette meſure.

SECONDEMENT, il eſt démontré dans les Elemens de Geometrie, que la plus courte de toutes les lignes tirées d'un point à une ligne donnée, eſt la perpendiculaire à cette ligne, par conſéquent, ſi l'on place obliquement à une ligne la longueur de cette perpendiculaire entre deux lignes paralleles, elle n'arrivera pas à la ſeconde; mais ſon extrémité reſtera entre les deux, d'où il ſuit évidemment qu'elle marquera une moindre largeur.

Fig. 151. CELA ſupoſé, ſi l'on fait paſſer une ſection verticale par le point R pris à volonté ſur l'arc HG, l'extrémité inférieure de cette ſection tombera en Y, où elle fait un angle aigu avec l'arc *h*YD, & d'autant plus aigu que cette ſection aproche du point D; par conſéquent la même meſure donnée pour largeur de batis, étant toujours de plus en plus inclinée à cet arc, marquera par ſon extrémité une largeur toujours moindre.

POUR rendre cette verité ſenſible aux yeux auſſi bien qu'à l'eſprit, nous avons tracé à la fig. 154. le dévelopement de la ſurface de la doële de l'arriere vouſſure, laquelle étant exactement Conique peut être, ſans contredit, dévelopée ſur une ſurface plane, comme il a été dit au Corol. du probleme VI. du 3ᵉ Livre.

PUISQUE la courbe h^d D^d eſt le dévelopement de l'arc circulaire *h*YD, le point Y ſur le dévelopement doit être auſſi éloigné du point du milieu h^d, qu'il l'eſt du point *h* à la fig. 151; par la même raiſon le point R de la fig. 154. doit être autant éloigné du point H^d, que le point R de la fig. 151 l'eſt du point H; ainſi la ligne YR ſera le dévelopement d'une portion de l'hyperbole faite par un plan coupant le Cône parallelement à ſon axe par la ligne RY, laquelle fera un angle curviligne aigu, avec la courbe $h^d a$ YD^d, ce qui eſt évident, en ce qu'elle eſt divergente de la ligne du milieu h^d H^d, bien loin de lui être convergente. Et quoique la ligne RY ſoit courbe dans le vrai dévelopement, cette courbure eſt ſi peu ſenſible qu'elle ne peut preſque pas changer l'angle qui ſe fait en Y, comme on a pû le voir au probleme VII.

du 3e Livre fig. 266. & 267. de la planche 22. ſupoſant donc une largeur ab de batis donnée entre les arcs $b^d a$ Y D^d & KbX ; il eſt clair que ſi l'on prend ſur YR une longueur YN égale à ab, & que l'on tire bN, elle retreſſira le batis vers N.

Il eſt encore viſible que l'erreur ſeroit beaucoup moins grande, ſi l'on avoit pris la ſection en QR tirée du milieu 2e des centres de feuillure & de face ; mais elle ſubſiſteroit encore, parce que cette ligne fait en q un angle aigu a qR.

D'ou il ſuit évidemment que *les Traits de Maître Blanchard, pour trouver les Courbes d'épaiſſeur & de hauteur des bois propres à y élegir des Batis de largeurs égales, & en trouver les arêtes par équarriſſement, ſont généralement tous faux* ; par la ſeule raiſon que toutes les ſections ſur leſquelles il fait ſes profils ſont paralleles entre elles, étant toutes verticales ; au lieu qu'elles ne devroient pas être paralleles, mais convergentes ; ce qui ne ſouffre aucune difficulté, puiſque toutes ces ſections ſont inégalement inclinées aux courbes des ceintres de face & de feuillure de toutes les arrieres vouſſures, excepté aux ſeules ſections par le milieu, lorſqu'elles paſſent par leur axe.

Nous avons donné la maniere de trouver les projections verticales & horiſontales des traverſes des batis qui ſe font ſur les faces & les feuillures, il nous reſte à donner celle de trouver des piéces qui les aſſemblent en façon d'entretoiſes du devant au derriere, leſquelles forment les naiſſances des ſurfaces de revêtement ſur les piedroits.

On tirera par les points D, p^1, p^2, $p3$ des perpendiculaires au piedroit DE, qui couperont les tranſverſales $1^m\,p^1$, $2^m\,p2$ $3^m\,p3$, ME en des points n $2^v\,n$ n, par leſquels on élevela des verticales paralleles à CH qui couperont les arcs excentriques de l'élevation HG, $3\,3^i$, $2\,2^i$, $1\,1^i$ aux points o $2^v\,o\,o$.

Cette préparation étant faite, on formera des profils ſur chacune des perpendiculaires à DE, qui en feront des baſes horiſontales égales, mais dont les hauteurs élevées ſur les points n feront toutes inégales, étant les differences des hauteurs des points 1^i, 2^i, 3^i, G, & des points correſpondans de ſection des arcs en oo.

Mais comme ces profils ne donnent que deux points de chaque courbe, l'un en haut en o, l'autre en bas en i, il convient d'en chercher un troiſiéme entre deux, ce qu'il eſt facile de faire, en ſouſdiviſant 1° les intervales de la projection Dp^1, $p_1 p^2$, &c. par les ſouſdiviſions, deſquels on ménera des paralleles à CD. 2° on ſouſdiviſera de

même les intervales des centres des arcs de l'élevation C 1, 1 2, & ceux des arcs depuis *b* jusqu'à H, pour tirer des arcs aussi excentriques entre *b* D, 1 1' 1 2', &c. qui donneront des hauteurs differentes, par le moyen desquelles on trouvera un troisiéme point de la Courbe du profil, comme on les a representé aux figures marquées †

On pourroit bien ajuster à ces sections de doële les profils des largeurs égales des batis, comme on voit aux mêmes figures, pour en faire une ligne de projection horisontale courbe, comme on la voit en *y*^{9} *x*^{9}, mais on retomberoit dans l'erreur que j'ai trouvé aux Traits du sieur Blanchard, parce que quoique les bases des profils soient perpendiculaires à la projection de l'arc de naissance sur les piedroits D 1 *g*, elles ne sont pas perpendiculaires à cet arc, c'est pourquoi pour trouver la vraye largeur de cette projection, il faudroit connoître de combien l'obliquité de la section augmente le profil de largeur du batis, ce qui démanderoit une nouvelle opération qu'on peut s'épargner par la pratique suivante.

Application du Trait sur le Bois.

On commencera premierement par examiner à vûë d'œil sur l'élevation, la courbure qu'il faudra donner à la piéce de batis qu'on se propose de faire, pour choisir une piéce de bois de largeur convenable pour y tracer l'arc le plus concave, & pour s'en assurer on tirera une corde, par exemple *b* D, s'il s'agit du batis du côté de la feuillure *b* Q D, sur le milieu de laquelle on élevera une perpendiculaire, qui marquera la fléche qui est le creux de cet arc, & de plus celui de la courbe au-dessus 1 Z X, qui est le bord superieur de ce batis, à quoi il faut ajoûter l'épaisseur qu'on veut lui donner.

On en usera de même pour la traverse d'imposte, en tirant une corde D*g* pour avoir sa plus grande profondeur qui est vers le point 1, à laquelle profondeur on ajoûteroit la distance de ce point à la ligne X*y*, si elle étoit exactement tracée; mais comme on peut s'en passer, il n'y a qu'à y ajoûter environ la largeur du batis; nous allons suivre la construction de cette piéce, après quoi nous reviendrons à celle de feuillure.

On commencera par dresser le côté de la piéce de bois qui doit être appliquée sur le piedroit, puis on y apliquera le panneau de la courbe D 1 *g*, suivant laquelle on creusera le bois dans son épaisseur à l'équerre, comme si l'on vouloit faire une portion de berceau, puis on portera sur l'arête courbe du même côté, les distances D 1 D 2 D 3

D

Dg pour avoir des points de repaire, par lesquels on tracera à l'équerre sur la face dressée, & dans la surface concave des lignes égales à celles du plan horisontal D1^v p^1 22^v, p^2 n, p^3 n, ou seulement à leurs moitiez, si le bois n'est pas assez épais.

On prendra ensuite avec la sauterelle l'angle obtus DeG, & apliquant une régle sur les extrémitez du bois en D & g, on fera couler une des branches de la sauterelle le long de cette régle, & l'autre successivement sur l'extrémité de chacune des lignes tirées dans le creux au travers de l'épaisseur du bois; on tracera le long de cette seconde branche, des lignes droites qui seront en œuvre des verticales, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes de chacun des profils marquez ✠ pour avoir des points, suivant lesquels on tracera avec la régle pliante une courbe, qui sera une section de la doële; ainsi depuis cette courbe on débillardera le bois comme en chanfrin, jusqu'à celle qui a été tracée au côté oposé suivant le panneau ou la cerche D 1e g, & le parement de doële sera fait; mais parce qu'il ne sera pas de largeur égale comme il convient au batis, on en retranchera l'excédent qu'on marquera avec le Trusquin trainé sur l'arc D 1e g, ce qui fait voir qu'on peut se passer de la projection du plan horisontal y^p x^p.

Venons présentement à la construction d'une piéce de batis des traverses de face ou de feuillure, qui servira d'explication à la précedente, que nous n'avons pû accompagner d'une figure pour soulager l'imagination du Lecteur.

Soit une piéce de bois h m 1^i Q (fig. 153.) destinée à former la moitié seulement d'une traverse du batis de feuillure, qu'on ne peut faire d'une seule piéce, faute de bois assez large. Ayant dressé un parement pour le côté de la feuillure, on y tirera une ligne hD égale à la corde hD de la fig. 151. sur laquelle on apliquera le panneau de l'arc hTD, pour en tracer le contour sur le parement dressé exprès. *Fig.* 153.

Puis on coupera le bois à l'équerre suivant cet arc, pour former une portion creuse cylindrique, dont on réglera l'épaisseur sur les largeurs inégales de la projection horisontale du batis CD x^p 10 z_m, comme il suit.

On prendra autant de points que l'on voudra sur la courbe z^m K x^p, par lesquels on ménera des paralleles à CH, qui rencontreront l'arc hTD aux points x 8 Q Y, puis ayant porté sur le contour du bois creusé en cylindre les longueurs des cordes hx, h 8, hQ, hY, on tracera par tous les points de repaire, qu'elles donneront à l'arête du bois, autant de

lignes à l'équerre sur le parement dressé, qu'on fera égales aux longueurs correspondantes dans la projection C *zm*, *er*, 9 10, *q*K, D *x*, & l'on coupera le bois à l'équerre sur le parement creux, suivant ces épaisseurs inégales. Ensuite par les points de repaires que ces lignes donnent sur l'arête de la nouvelle surface courbe, on menera des lignes paralleles entre elles, & à la ligne de la tête *km* de la fig. 153. qui répond à la ligne H*h* de la figure 151. qui a dû être tracée avec le biveau mixte T*b*H, ou avec la sauterelle dès le commencement, suivant l'angle obtus D*b*H, apliquant une de ces branches sur la corde D*b* tracé au premier parement dressé comme D*bf* à la fig. 153.

Enfin sur chacune de ces paralleles, on portera les hauteurs des profils correspondantes, on y apliquera le panneau de la Courbe 1X, si elle a été tracée à l'élevation, quoique dans la rigueur cette maniere soit moins correcte, parce que la nouvelle surface étant courbe, il faudroit y employer un panneau fléxible.

Cette courbe de hauteur de l'arête superieure du Batis étant tracée, il ne reste plus qu'à délarder le bois, ou comme disent quelques-uns *débillarder*, depuis cette ligne à la premiere arête inferieure en maniere de chanfrin qui change continuellement d'inclinaison, comme l'on voit au profil *h* 1[1] de la fig. 153. qui s'élargit tellement depuis le point 1[1] que la surface courbe jusqu'au point D, (qui est à la surface plane contre la feuillure,) que l'intervale du délardement est cinq ou six fois plus grand qu'il n'étoit en *k*, ce qui forme ce qu'on apelle le gauche du Batis, laquelle obliquité est en cet endroit plus grande qu'en aucun autre, il ne se presente même presque jamais dans la pratique de surface plus gauche à former; cependant son irrégularité qui est difforme dans une piéce separée, disparoit lorsqu'elle est en place, parce qu'elle est partie d'une surface regulierement Conique.

Nous ne parlons point ici des parties des assemblages qui sont les tenons, les mortoises, les clefs, &c. Ni des précautions qu'on doit prendre lorsque la Coupe du bois traverse le fil, de maniere qu'elle en ôte toute la force; c'est à l'Artisan à prendre ses précautions dans ces sortes de choses, qui sont purement de son ressort, nous nous en tenons à l'art de tracer l'ouvrage, laissant à l'ouvrier celui de l'exécution.

Si l'on vouloit faire le revêtement de bois plié, il faudroit faire le dévelopement de la doële, comme on le voit à la fig. 154. suivant la methode qui a été donnée au Problême VII. du 3[e] Livre, pour le dévelopement des Cônes scalenes.

On trouvera dans l'épure de la planche précedente 5. & dans celle-ci, tout ce qui eſt néceſſaire pour cette opération. Il s'agit de faire le dévelopement de la ſurface d'un cône ſcalene, repréſenté en petit à la figure 150. dont la ſection de plus grande obliquité par l'axe, eſt donnée au profil de la fig. 145. en H^f S R, & la moitié H^f S M^f eſt à la fig. 151. de la planche 52. en H^f S C^f, il n'y a qu'à prolonger H^f C^f d'une longueur égale, qui ſeroit hors de la planche, & tirer de ſon extrémité à ce point S une ligne qui donneroit le plus long côté du Cône, puis traçant ſur ce dévelopement celui de l'arc de feuillure BbD & de face FHG, comme il a été enſeigné au Problême cité, & les deux *Paraboles ou* hyperboles, dont les projections verticales ſont FB, GD; il reſtera ſur le dévelopement de ce Cône, un quadriligne curviligne, tel qu'il eſt tracé à la figure 154. compris par quatre courbes $B^d D^d$, $G^d F^d$ inégales, & les égales opoſées $D^d G^d$, & $B^d F^d$.

Explication Démonſtrative.

On trouvera la *démonſtration* de cette opération au Problême cité du troiſiéme Livre.

Et celle de l'aplication du Trait ſur le bois, à la page 318. du même Livre, dans lequel nous avons dit que pour tracer une courbe à double courbure, comme ſont celles des arêtes des Batis du côté du panneau, dans cette arriere vouſſure; il falloit pour y parvenir, ſupoſer une ſurface cylindrique, dont la baſe ſoit une des projections de la courbe à double courbure, laquelle projection donne ſouvent des courbes inconnuës, comme ici $z^m x_p$ qu'il importe peu de connoître dés-quelle eſt tracée, il ſuffit de porter ſur cette ſurface les diſtances de la courbe propoſée à cette projection, ſur des ligne parallele netre elles, ce que nous avons fait en formant le cy-lindre ſur la courbe $z^m x_p$ de la fig. 151. ſuivant une cerche ralongée ſur la corde b D, & nous avons pris les diſtances de cette baſe de corps cylindrique aux points donnez ſur la courbe à double courbure.

REMARQUE.

Apres ce que nous avons dit des differentes Courbes, qui ſe forment aux joins de lit, & aux naiſſances de la plûpart des voutes Coniques; on peut juger de ce qu'avance l'Auteur du Livre de la *pratique de la Coupe des Pierres*, à la page 265. où il dit, *que la connoiſſance des ſections Coniques eſt plus propre à la Catophique, à la Diophique, & à l'Aſtronomie qu'à la Coupe des Pierres*: puiſqu'on a vû;

Premierement, que l'Ellipſe qu'on y trouve preſque partout eſt

commune à toutes les voutes Coniques & Cylindriques, on verra dans la suite, qu'elle n'eſt pas moins frequente dans les Traits des voutes Sphériques & Sphéroides.

Secondement, qu'il n'eſt pas rare de trouver dans ces voutes Coniques, les plus ordinaires des portions de Parabole & d'hyperbole, puiſqu'elles ſont inſeparables de nos arrieres vouſſures. Ainſi l'on ne doit conſeiller à perſonne, de ceux qui veulent ſe rendre habiles dans l'Architecture, de régler leurs études ſur l'avis de cet Auteur.

Il n'eſt déja que trop rare de trouver parmi les gens qui s'en mélent, une théorie ſuffiſante pour une parfaite exécution des ouvrages qui s'y preſentent, ſans vouloir encore les détourner de celle dont ils ne peuvent ſe paſſer, qu'au riſque de faire des fautes groſſiéres, ou ſans perdre du tems & des materiaux, pour réformer ce qu'ils ont fait au hazard.

Ce ſont de pareils diſcours, qui ont ſemé chez les Artiſtes la fauſſe prévention, que la théorie étoit inutile; erreur qui à ſouvent coûté cher au Roy & aux particuliers qui ſont bâtir.

On ne doit pas exiger qu'un apareilleur, un Charpentier où un Menuiſier, ſoient de grands Géometres, leur éducation, & le beſoin qu'ils ont d'employer leur tems à un travail journalier pour leur ſubſiſtance, ne leur donne pas des moyens de s'inſtruire dans les ſciences; mais un Ingenieur, & même un Architecte né de parens aiſez, n'eſt pas excuſable d'ignorer les élemens des ſections Coniques, au point de n'en connoître l'utilité, & l'uſage dans les arts, rélatifs à l'Architecture, & encore moins d'en vouloir établir l'inutilité.

Uſage des Voutes Coniques.

On fait rarement des voutes Coniques aſſez grandes, pour qu'on puiſſe les mettre au rang de celles qu'on apelle *Maîtreſſes Voutes*, je n'en ſçai de cette eſpece, que celle du grand eſcalier du Vatican, que j'ai vû à Rome, laquelle diminuë de diametre à meſure qu'elle s'éleve par ſes impoſtes, de même que les rangs de colomnes qui la ſoûtienent, leſquels ſont une Architecture, en façon de perſpective ; rare & ingenieuſe invention du Cavalier Bernin.

Apres cet unique exemple de grande voute Conique, on peut dire que les plus grandes qui ſe faſſent ſont les Lunettes ébraſées qu'on pratique dans les berceaux, pour tirer plus de jour des Vivaux, que par les Cylindriques, faiſant ainſi des eſpéces d'entonnoirs à la lumiere.

Les autres voutes Coniques, qui ſont les embraſures de Canonieres; les arrieres vouſſures, & les trompes ne ſont que de peu d'étenduë.

Les Trompes coniques, en bonne Architecture, ne doivent être miſes en œuvres que dans les cas de néceſſité, où l'on eſt obligé de ménager la place d'un angle rentrant, & même lorſqu'on en peut occuper une partie, on doit leur préferer les trompes Spheriques, dont nous parlerons ci-après, par pluſieurs raiſons.

La premiere, eſt qu'en celles-ci on diminuë *le porte à faux*.

La ſeconde, parce que les Spheriques effacent l'angle rentrant, qui eſt moins agréable à la vûë qu'un arc de cercle.

La troiſiéme, parce qu'elles preſentent dans leur piedroit une place propre à y pratiquer une porte, s'il en eſt beſoin, comme à celle de l'Hôtel de Toulouſe, ruë des bons enfans à Paris.

On fait auſſi uſage des trompes dans les eſcaliers *Suſpendus & à Repas*, ou dans ceux dont les angles ſont arondis, comme à l'Obſervatoire de Paris; alors leurs impoſtes deviennent rampantes, & le ſommet du Cône eſt en bas. Nous parlerons de cette diſpoſition à la ſeconde partie de ce Livre.

Les Canonieres ſont moins fréquentes préſentement dans la nouvelle fortification que dans l'ancienne, parce qu'on ne fait plus gueres de ſoûterrain pour y placer du Cannon, à cauſe qu'il eſt difficile d'en faire dégorger la fumée. Cependant dans les forts Maritimes, & dans les fortifications par Amphithéatre, ſur des Rochers, l'occaſion d'en faire ſe préſente aſſez ſouvent.

Les plus uſuelles de toutes les voutes Coniques, ſont les arrieres vouſſures bombées, & celles de Marſeille; ces dernieres qui ſembloient n'être deſtinées qu'aux *portes Cocheres*, ou du moins aux *Batardes*, ſont devenuës préſentement à la mode, pour les fenêtres, depuis que les Architectes ſe ſont aviſez de ceintrer celles des maiſons, comme les vitraux des Egliſes.

Enfin la conſtruction des voutes Coniquues, eſt une bonne introduction à celles des Sphériques, dont les vouſſoirs peuvent être premierement ébauchez en portion de Cône, qui donne le contour des arêtes des doëles, & des lits dans leur place, par le moyen deſquelles il eſt facile d'achever de creuſer la portion Spherique de la doële, comme on va le voir au Chapitre ſuivant.

CHAPITRE VII.

DES VOUTES SPHERIQUES,

En termes de l'Art.

Des Voutes en Cu-de-Four.

LEs voutes Sphériques sont si communes, & si souvent exécutées dans l'Architecture Civile, qu'il semble inutile de remanier cette matiére, pour en donner les *Traits* qu'on trouve dans tous les livres de la Coupe des Pierres. Cependant lorsqu'on sçaura leur imperfection, & les fautes grossiéres qui s'y trouvent mêlées, j'espere qu'on ne trouvera pas à redire que je la traite de nouveau.

On sçait qu'il n'y a aucun corps plus simple, ni plus uniforme que la Sphère; que toutes les sections qu'on en peut faire par des plans ne varient jamais dans la figure, mais seulement dans l'étenduë de cette figure; ce sont toujours des cercles, les uns plus grands à mesure qu'ils aprochent de son centre, les autres plus petits, à mesure qu'ils s'en éloignent; cependant l'exécution des voutes Sphériques, n'est pas celle qui a le moins de difficulté lorsqu'on veut menager la pierre, & ne pas la prodiguer comme font la plûpart des Apareilleurs, qui en consomment beaucoup en pure perte, en se servant d'une methode plûtôt que d'une autre, soit en les taillant par équarrissement ou par les *Ecuelles*, de Mr. de la Rue.

La premiere raison de la difficulté des voutes Sphériques, vient de ce qu'elles ont une double courbure à l'égard de leur situation, sçavoir, une horisontale, & une verticale, c'est-à-dire, qu'elles sont courbes en tout sens. De sorte qu'on ne peut faire le dévelopement de leur surface pour en former des panneaux, à quoi il faut supléer par des supositions de Cônes tronquez, ou de Polyëdres inscrits dans leur surface concave, ou circonscrits à la convexe, afin de venir par gradation à la formation de leur double courbure horisontale & verticale; d'où il suit qu'on ne peut facilement les tracer & tailler du premier coup.

La seconde, c'est que dans la construction de ces voutes, il ne s'agit pas seulement de la formation d'une surface Sphérique, composée de plusieurs parties rassemblées; mais quelquefois de deux surfaces inégales, l'une concave, l'autre convexe, lorsque la voute est extradossée, & de plus de plusieurs portions de Cônes tronquez inégaux, les uns con-

caves, les autres convexes, les unes plus grandes, les autres plus petites. Plan. 53.

Pour expliquer cette remarque, soient fig. 155. deux quarts de cercles Concentriques AGP, LFH, dont le centre commun est en C, lesquels sont divisez par les rayons CG, CK, dont les parties CF & CI, sont communes; si l'on fait mouvoir cette figure au tour du rayon CP, le mouvement des deux quarts de cercles produira les surfaces de deux Hemisphères APB, LHM, & celui des deux rayons inclinez CG & CK, produira deux Cônes G C*g*, KC*k*, qui ont leur axe dans le rayon CP; & si l'on considére la Couronne du cercle APB MHL, comme l'épaisseur de la voute, on reconnoîtra que ces Cônes n'y sont compris que dans leur partie GF, IK, *gf ik*. Donc ils sont tronquez de toute la partie produite par la révolution des lignes CF, CI, & parce que ces Cônes tronquez doivent s'apuyer les uns sur les autres; il suit que leur surface superieure doit être concave pour recevoir l'inferieure du voussoir, c'est-à-dire son lit de dessous, qui est convexe; tels sont des Cornets emboitez les uns dans les autres, lesquels diminuent toujours de grandeur de base, à mesure que la ligne du joint de tête FG ou IK aproche du point P, qui est le pole de la Sphère. Fig. 155.

D'ou il suit que chaque voussoir est composé de six surfaces, dont il n'y a d'égales que les deux qui sont planes, toutes les autres étant courbes & inégales.

Ces surfaces sont 1°. Ces deux planes qui sont les têtes des joins montans comme GFIK, & des portions de Couronne de cercles égales.

2°. Deux portions sphériques, l'une concave qui est la doële, l'autre Convexe, l'extrados, qui apartiennent à des Sphères d'inégale grandeur.

3o. Deux portions coniques, l'une Concave, l'autre Convexe, qui apartiennent à des Cônes inégaux, pour les deux lits de dessus & de dessous.

La troisiéme raison de difficulté dans la construction des voutes Sphériques, vient des differentes dispositions des joins des voussoirs, ausquels on donne certains arrangemens par assises reglées. 1o. Tantôt verticales, 2o. tantôt horisontales. 3o. Quelquesfois inclinées à l'horison ou tournées vers plusieurs poles. 4o. Enfin quelques fois dans un tel ordre que la projection de leurs joins de lit, trace un Poligone regulier ou irregulier, ou d'autres figures rectilignes.

Cette complication de differentes figures dans une même Pierre a

donné lieu à plusieurs especes d'épures, & de manieres de tracer, & tailler les voussoirs des voutes Sphériques. On en trouve trois dans les Livres, ausquelles j'en ajoûterai une quatriéme après que je les aurai expliqué, & fait mes remarques sur leurs avantages & desavantages.

PROBLEME XVI.

Faire une Voute Sphérique de rangs de voussoirs horisontaux ou verticaux.

Premiere disposition, en termes de l'Art.

Faire une Voute en Cu-de-Four, par assises de niveau.

On peut résoudre ce Problême de quatre manieres.

1o. En commençant par former un segment de Sphère, dans lequel on inscrit les arcs des joins de lit & de doële, qui terminent chaque voussoir.

2°. En réduisant la Sphère en Cylindres inscrits.

3o. En réduisant la Sphère en Cônes tronquez, inscripts ou circonscrits à ses surfaces.

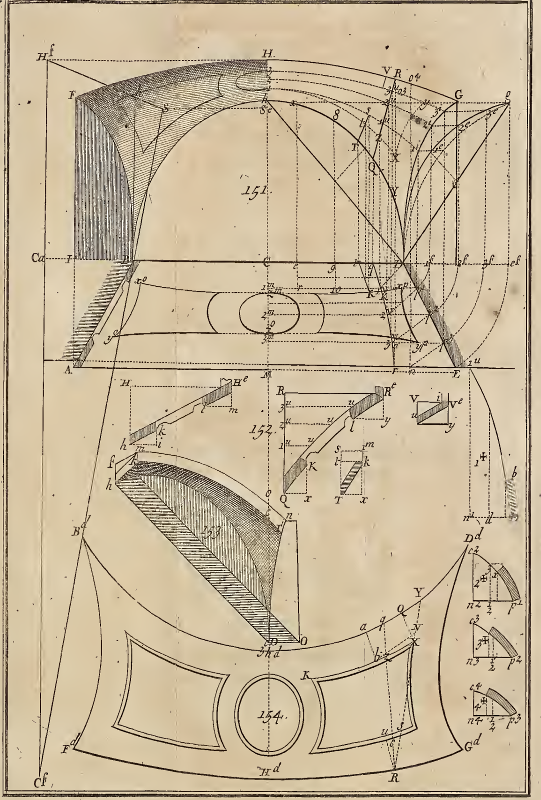
4o. En réduisant la Sphère en Polyëdres inscrits, dans la surface concave, ou circonscrits à la surface convexe.

Premiere Methode,

Par la formation d'un segment de Sphère, dans lequel on inscrit les côtez des Voussoirs.

Soit (fig. 156.) la demie Couronne de cercle AHB, E*b*D, la section *Fig.* 156. verticale d'une Sphère, par son axe HC, laquelle represente l'épaisseur d'une voute Sphérique, & doit servir de ceintre primitif. Ayant fait à l'ordinaire, la division des voussoirs, aux points 1, 2, 3, 4, de la doële, tiré du ceintre C, les joins de tête 1 5, 2 6, 3 7, 4 8, & abaissé sur le diametre AB, les aplombs de leurs extrémitez 5 *p*, 1*p*[1] 6*p*, 2 *p*, on tracera du centre C par tous les points *p* des cercles qui seront les projections horisontales des joins de lit à la doële, & à l'extrados. Nous n'avons besoin pour cette premiere methode que de ceux de doële; ceux d'extrados serviront pour la suivante.

Ensuite, on fera la projection horisontale de chaque voussoir que l'on veut faire, en menant du centre C à quelques points F & I, pris à


151.
152.
153.
154.

à volonté fur le joint du lit de deffous, d'une affife quelconque qu'on fe propofe de faire; les projections des joins de tête F*d*; I*e*, lefquelles déterminent la longueur du vouffoir entre fes deux lits de deffus & de deffous; ainfi la projection horifontale de fa doële eft le trapeze mixte FI*ed*, dans lequel on tirera la diagonale F*e* d'un angle à fon opofé, dont il faudra chercher la veritable longueur, parce qu'elle eft racourcie par la projection. On la trouvera en portant la longueur F*e* en p^1 Z, la ligne Z 1 fera celle que l'on cherche. Cela étant fait, & ayant coupé une cerche fur un arc du demi cercle D*h*E, on aura tout ce qu'il faut pour tracer la pierre.

Application du Trait fur la Pierre.

Ayant dreffé un parement fur une pierre (fig. 157.) on y tracera un cercle d'un rayon & d'un centre pris à volonté. Il faut feulement avoir atention de le faire affez grand, pour qu'on puiffe y infcrire la doële du vouffoir. Fig. 157.

On creufera enfuite dans ce cercle un fegment de Sphère, fuivant les préceptes du Problême II. avec la cerche du cercle majeur D*h*E, qui eft celui de la doële.

Ce fegment étant formé, on y infcrira la figure quadrilatere de la doële, en la divifant en deux triangles, dont tous les côtez font donnez fur l'épure de la fig. 156. fçavoir, les deux joins montans des têtes fur l'élevation par l'intervale D1, les deux joins de lit fur la projection horifontale, par l'intervale de la corde FI, pour celui de deffus, & *de* pour celui de deffous, & la diagonale de ce quadrilatere, fur l'élevation en Z 1, qu'on peut commencer à pofer la premiere dans le fegment de la fig. 157. en *di*, parce qu'elle eft la ligne la plus longue; puis de fes deux extrémitez *d* & *i* & de l'ouverture de compas des lits, & des joins montans, on fera des interjections d'arcs, qui donneront les points *f* & *e* pour former le quadrilatere *fied*.

Les fommets des quatre angles de la doële étant trouvez. Il eft queftion de tracer dans ce fegment de Sphère, les arcs de cercles qui conviennent à la fection que font les plans des joints de lit & de tête; or ces arcs ne font pas tous de même efpece, par conféquent ils ne peuvent être tracez avec la même cerche; car ceux des joins montans apartiennent à des cercles majeurs qui paffent par l'axe de la Sphère, & ceux des lits, apartiennent à des cercles mineurs, qui coupent cet axe perpendiculairement, il en faut feulement excepter celui de l'impofte AD ou EB qui paffe par le centre C, qui eft par conféquent

majeur, & l'équateur de cette Sphère. De forte qu'excepté pour la premiere section, il faut toujours trois cerches pour tracer les arcs qui comprennent la doële d'un voussoir, sçavoir, une pour les deux joins montans, laquelle est une portion d'un grand cercle, & deux pour les joins de lit, qui ont des rayons inégaux, lesquelles sont formées sur le plan horisontal, suivant le contour des arcs de projections de lit, comme FI, *de* pour la premiere assise, où *de* au lit de dessous, est un arc de grand cercle, & pour la seconde assise p^1 1, au lit de dessous, & $p^2 n$, à celui de dessus, qui sont tous deux mineurs, dont les arcs doivent être posez dans le segment de Sphère, de maniere qu'étant placez dans la voute, ils soient dans une situation horisontale.

Or comme il est difficile de trouver cette position, quoique suivant les avertissemens de Mr. de la Rue, il suffise *d'incliner cette cerche de maniere qu'elle touche le fond de l'écuelle de toute sa longueur*, cette précaution ne me paroît pas suffisante pour déterminer exactement le contour de l'arc de la cerche sur le segment de Sphère, elle est trop méchanique & trop sujette aux erreurs que peuvent causer les fautes que les ouvriers ont pû faire dans l'excavation de ce segment. Il faut poser la cerche sur les deux sommets des angles donnez comme *f* & *i* fig. 157. & avec un biveau mixte à branches mobiles, prendre l'ouverture de l'angle de l'horison avec la doële, comme CD1, fig 156. pour la premiere assise, & 9 1 2. pour la seconde; & ayant posé la branche convexe sur le milieu de la doële, on apuyera le milieu de la cerche sur la branche droite du biveau, & dans cette position du plan de la cerche, on tracera suivant son contour l'arc qui doit marquer l'arête du joint de lit.

Pour la position des cerches des joins montans, on en usera à peu près de même, en se servant des biveaux mixtes *d*FI, F*de*, dont la branche courbe convexe sera posée sur les arcs des lits qu'on vient de tracer, & la branche droite apuyera la cerche des joins montans, en la tenant toujours dans le plan de la cerche des joins de lit; posée comme nous venons de le dire. Je ne crois pas qu'on puisse s'assurer de la position des arêtes de ces joins, sans ces précautions.

Il est encore un autre moyen plus sûr, & moins embarrassant de poser les cerches suivant l'inclinaison qui leur convient, c'est de chercher un troisiéme point de chaque arc, qu'il faut inscrire dans le segment, en prenant des diagonales sur le milieu des projections des joins de lit & de tête, comme K*e*, dont on cherchera la veritable longueur, de la même maniere qu'on a trouvé celle de F*e*, on divisera l'arc D1 au point *g* en deux également, on abaissera son aplomb, $g\frac{1}{2}$, par lequel

on menera l'arc horifontal $\frac{1}{2}$K, jufqu'à l'interfection de la projection du joint *d*F au point K. On prendra l'intervale K*e* que l'on portera fur le diametre BA, prolongé de $\frac{1}{2}$ en W, par où on tirera la ligne W*g*, qui fera la diagonale, qu'on cherche pour avoir le milieu de l'arc *df*, ou *ei* de la fig. 157. qui doit être infcrit dans le fegment de Sphère; car fi des points *e* & *d* pour centres, & de l'intervale *gm* pour rayon, on fait des arcs de cercles 9 10, *g* 11, & que des mêmes points pour centres, & de l'intervale D*g* (de la fig. 156.) pour rayons, on faffe des arcs 9 12, *g* 13, qui couperont les précedens aux points 9 & 9, ces points feront les milieux des arcs dont on cherche la pofition dans le fegment de Sphère, par le moyen defquels on tracera les arcs propofez, en apuyant le contour de la cerche fur les trois points donnez *d*, 9, *f*; *i*, *g*, *e*; de forte qu'en paffant par ces points, on ne pourra donner une fauffe inclinaifon à la cerche; & par conféquent tracer un faux arc, ce qui arrivera dans toute autre pofition, quoiqu'on fuive exactement le contour de la cerche.

Ce que nous avons dit des joins montans, peut s'apliquer avec la même facilité aux joins de lit, en tirant des diagonales à leur milieu, comme de F à *m* & de *d* à *n*, dont on cherchera les veritables longueurs, comme on a fait aux précedentes, & en formant des triangles dans le fegment, avec les trois côtez donnez.

Comme nous avons pris notre exemple, pour un vouffoir de la premiere affife, nous avons porté les longueurs des cotez, & des diagonales racourcies par la projection fur le diametre AB, qui paffe par les impoftes de la premiere affife; mais s'il s'agiffoit de la feconde, les projections horifontales du vouffoir, dont on cherche les vrais côtez, & leurs diagonales, feroient portées fur l'horifontale 1, 4, depuis l'aplomb 2 2', pour profiter fi l'on veut de l'angle droit 2 2' 4; car rien n'empêche dans l'un & l'autre cas, qu'on ne faffe un angle droit à part où l'on voudra, pour porter fur un de fes côtez la hauteur 2 2', & fur l'autre la projection du côté racourci, dont on cherche la veritable longueur, qui eft celle de l'hypotenufe de ce triangle rectangle, comme nous l'avons dit aux Livres précedens.

Les contours de la doële d'un vouffoir étant exactement tracez par les arcs de cercles qui conviennent à leurs joins montans, ou à ceux de lit, il n'y aura plus qu'à abattre la pierre avec les biveaux de lit & de doële formez fur l'angle mixte D'1'5 ou 2'1'5. (fig. 156.) lefquels feront toujours égaux, à caufe de l'uniformité de la Spèhre. On aura feulement attention que les branches droites & courbes, foient toujours dirigées perpendiculairement (autant qu'il eft poffible) à l'arête du

joint, comme nous l'avons dit au 2e Livre, dequoi on peut s'assûrer si l'on vouloit agir avec une scrupuleuse précision, en prenant des parties égales sur l'arête de chaque côté du lieu où l'on pose le biveau, & de ces parties comme centres, & d'une ouverture de compas prise à volonté, faire des interjections d'arcs, comme si l'on vouloit tirer une perpendiculaire sur une surface plane; mais aux gens accoûtumez au dessein, le coup d'œil en décide suffisamment, pour se conduire dans la pratique.

L'Architecte de la Rotonde, qui est hors des murs de Ravenne en Italie, s'est débarrassé du soin d'en former la voute de plusieurs rangs de voussoirs, par une maniere inimitable, en la faisant toute d'une seule pierre. Je répete ici ce fait, parce qu'à la page 30. de ce tome je l'ai revoqué en doute sur le recit de quelques incrédules, qui pour diminuer cette merveille, la réduisent à la formation d'une clef de dix pieds de diametre, cependant comme le témoignage de Scamozzi que j'ai raporté, se trouve apuyé de celui de Misson à la 19e Lettre de son voyage d'Italie, que j'ai lû depuis peu, je crois que je dois citer ici ce qu'il en dit, comme une espece de réparation de l'injure que j'ai pû faire à la mémoire de Scamozzi. Le lecteur ne me sçaura pas mauvais gré de cette petite digression, qui est assez intéressante par la rareté de l'ouvrage.

„ Hors des Murs de Ravenne (dit Misson) près de l'ancien port, „ il y a un Mausolée qu'Amalazonte avoit érigé pour son Pere Theo- „ doric, Roy des Ostrogots, qui faisoit son séjour à Ravenne. On „ a fait de ce bâtiment une petite Eglise, à laquelle on a don- „ né le nom de Rotonde ; & ce qu'il y a de plus remarquable, c'est „ la pierre taillée en coupe renversée, de laquelle cette Eglise est couverte. „ *J'ai mesuré* cette pierre, & j'ai trouvé qu'elle *a trente-huit pieds de* „ *diametre*, & quinze d'épaisseur. * Cette pierre (ajoûte-t'il en marge) „ n'est pas percée par le milieu, comme quelques-uns l'ont écrit; „ on dit à Ravenne qu'elle pese plus de *deux cens mille livres*, ce que je „ crois aisément.

* Il veut dire aparemment avant qu'elle fût creusée.

„ Le Tombeau de Theodoric étoit sur le haut, & au milieu de ce „ petit Dome, entre les Statuës des douze Apôtres qu'on avoit posé „ sur le bord tout au tour, ce qui ne subsiste plus.

Si ce Tombeau a été bâti par Amalazonte, qui est mort en l'année 534. ce bâtiment est beaucoup plus ancien que son changement en Eglise, que j'ai datté de l'année 757. sur une description de Ravenne. Revenons à notre sujet.

Remarque sur cette premiere Methode de la formation des Voutes Sphériques.

Mr. de la Rue est le premier qui ait donné la maniere de tracer les voussoirs des voutes Sphériques, par l'inscription de leurs angles, dans les segmens de Sphère, à laquelle il veut donner la préference sur toute autre méthode d'exécuter ces sortes de voutes, blamant beaucoup & avec quelque raison celle de Mathurin Jousse, de Philibert Delorme, & du P. Deran, qui se servent de Panneaux. Nous devons lui sçavoir gré d'avoir ajoûté cette méthode aux anciennes, cependant il nous a laissé encore quelque chose à ajoûter.

Premierement, à prendre des précautions pour en rendre l'exécution bien correcte dans la formation de son *Ecuelle* entiere, & encore plus dans celle qui est ébrechée comme on a pû le voir au commencement de ce Livre, lorsque nous avons parlé de la formation des segmens, & des portions de segmens de Sphère; je trouve même que le P. Deran page 356. conduit mieux l'ouvrier dans les portions de segment que lui (page 60.) mais ni l'un ni l'autre n'ont pris le moyen de le faire correctement.

Secondement, à prendre des moyens plus sûrs que ceux qu'il donne, pour poser les Cerches destinées à inscrire dans *l'écuelle* les arcs de cercles qui sont les contours des joins des voussoirs, parce que ce n'est pas assez de donner les deux points des extrémitez, car nous avons montré dans les Lemmes du Ch. 1. qu'on peut faire passer une infinité d'arcs de cercles de differens rayons, par deux points donnez dans une Sphère, & que ces arcs de cercles sont entre eux en raison réciproque de leurs fléches.

Troisiémement, je voudrois pour la position des angles, me servir d'un panneau de doële plate, parce que si la surface concave de *l'écuelle* n'est pas correctement creusée, elle peut faire faire des sections d'arcs, qui donneront des angles mal placez. J'y trouverois encore une sûreté pour l'exécution, parce que le Tailleur de pierre ne pourroit pas s'y tromper.

Quant à ce qui concerne la méthode en elle même, elle a comme les autres *ses desavantages.*

Le premier, en ce qu'elle n'est propre que pour les voutes parfaitement Sphériques, car notre Auteur ne l'aplique point aux Sphéroïdes qu'il renvoye à celle de l'équarrissement. J'ai bien fait voir qu'on

pouvoit auſſi l'étendre à la formation des vouſſoirs des Cu-de-fours, ſur un plan Ovale ; mais on a pû remarquer par la multiplicité des opérations, qu'elle ne ſeroit convenable qu'au défaut d'une plus ſimple.

Le ſecond, c'eſt qu'elle cauſe une perte de pierre conſidérable, particulierement dans les vouſſoirs qui ſe reſſerrent beaucoup, & ceux qui ſe terminent en pointe, comme les premiers des enfourchemens des Sphériques formées en Polygones, d'un petit nombre de côtez, quoiqu'on puiſſe la ménager par d'autres moyens, comme on le verra ci-après.

Au reſte, on doit fort loüer Mr. de la Rue, d'avoir tâché de corriger la méthode des *Panneaux* dont on ſe ſervoit avant lui, *parce que les côtez de ces Panneaux, qui ſont les joins montans ſont droits, au lieu qu'ils doivent être courbes*, comme l'avoit déja remarqué *Déſargues*, au raport de *Boſſe*; cependant cette raiſon n'eſt pas ſuffiſante, pour qu'on doive la rejetter totalement. *Ces joins droits* des Panneaux étant dans le même plan de coupe que les courbes de ceux de la ſurface concave dont ils ſont les Cordes, ſont un moyen très commode pour parvenir à la formation de la ſurface concave de la Sphère, & de plus à celle des Sphéroïdes, avec la même facilité ; ce qui ne ſe rencontre pas dans la méthode de la formation des vouſſoirs, par l'inſcription dans les ſegmens. Nous allons tâcher de rectifier cette ancienne pratique ſi mépriſée, dont nous tirerons bon parti.

Seconde Méthode de former les Voutes Sphériques, Apellée *par Panneaux*.

En réduiſant la Sphère en Cônes tronquez, inſcrits ou circonſcrits à ſa ſurface.

Nous avons expliqué au troiſiéme Livre, comment on pouvoit déveloper la ſurface de la Sphère, en une infinité de portions de Couronnes de cercles, qui ſont conſiderées comme les dévelopemens d'une infinité de ſurfaces de *Cônes tronquez* d'égales longueurs de côtez, ſi l'on veut, mais dont les angles du ſommet & les diametres des baſes ſont inégaux. Il ne s'agit ici que de faire l'aplication de ce principe, à la conſtruction de nos voutes Sphériques, qu'il ne conduit pas à leur perfection, dans les petites hémiſphères, où la largeur des vouſſoirs a un grand raport au diametre de la voute ; mais qui en aproche ſi

fort dans les grandes, que la difference devient insensible dans l'exécution.

Suposons pour exemple une voute Sphérique, de grandeur assez ordinaire comme de 30. pieds, & $\frac{1}{2}$ de diametre, & la largeur de la doële de chaque rang de voussoir qu'on apelle *Assise* d'un pied mesuré à la Corde, qui sera égale à la longueur des joins montans, ces cordes des arcs d'un cercle majeur de la Sphère, formeront un Polygone de 96. côtez. Or la difference du côté d'un tel Polygone, avec l'arc de cercle dans lequel il est inscrit, est si petite, qu'elle est absolument imperceptible dans la pratique, puisqu'elle l'est à peine aux Geometres qui ont cru pouvoir la mépriser dans le raport qu'ils ont cherché entre le diametre & sa circonference, ce qui est connu par l'histoire du calcul d'Archimedes, qui a trouvé ce raport égal à celui de 7 à 22, en supofant un Polygone de 96. côtez, inscrit au Cercle.

Je sçai bien que ce raport n'est pas exact, puisque le calcul poussé plus loin, donne des fractions sans fin; mais aussi je sçai qu'elles sont trop petites pour tirer à conséquence, pour l'exactitude nécessaire en Architecture, ce qui suprime ou du moins, excuse l'erreur que Mr. de la Rue reproche à l'ancienne Méthode. Le P. Deran n'y étoit pas tombé par surprise ni par ignorance, si l'on en juge par ce qu'il dit dans sa Préface. „ On ne peut exiger (dit-il) en nos opérations une „ rigueur telle qu'on la recherche d'ordinaire, és matieres de Géometrie „ purement spéculative, car outre qu'ensuite de cette contrainte, nos „ pratiques se trouveroient souvent plus embarrassées, cela d'ailleurs seroit „ tout à fait inutile, vû que sans se rendre exact à ce point, on ne „ laisse de conduire heureusement à chef les ouvrages des voutes, „ comme la Pratique journaliere le fait voir, & partant on prend „ quelquefois ce qui aproche du vrai pour le précis, comme „ *la Corde d'un arc pour l'arc même*, ou au contraire, & ce lors „ seulement que ni la curvité de l'arc, ni sa quantité, ne sont pas bien „ grandes ni considérables.

Je conviens que la Corde d'une voute Sphérique d'un petit diametre, comme de dix pieds, dont les assises ont un pied de largeur de doële, differe trop sensiblement de son arc, pour qu'on n'y doive faire aucune correction, parce qu'elle s'en éloigne au milieu d'une fléche d'environ trois lignes; alors il est à propos de faire une correction à la méthode des Cônes tronquez dont nous parlons; mais cette correction est facile, puisqu'elle ne consiste qu'à une reprise d'opération; ainsi que nous allons l'expliquer, en donnant les moyens de se servir

de cette méthode suivant les loix de la Géometrie ; même avec plus d'exactitude que celle où les ouvriers peuvent atteindre, parce que nous cherchons à contenter l'esprit, en n'admettant rien qui ne soit exactement juste dans son principe ; en fera usage qui voudra.

Fig. 161. Soit fig. 161. le demi Cercle majeur APB, la section verticale de la Sphère, par son centre C, & le pole P de ses divisions de joins de lits horisontaux. Ayant divisé ce ceintre en ses voussoirs, par exemple en sept, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, & abaissé de ces points des perpendiculaires sur son diametre AB, qui le couperont aux points p^1 p^2 p^3, &c. On décrira par ces points autant de cercles concentriques p^1E p^6, p^2 Fp^5, qui seront les projections des joins de lit.

On tirera ensuite les cordes des divisions de la doële, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'axe CD prolongé. Ainsi A1 rencontrera l'axe au point S^1, duquel pour centre & pour rayon S^1 A, on décrira un arc AE terminé en Æ à volonté, d'où on tirera au centre S^1 une ligne Æ 1d, du même centre S^1, & pour rayon S^1 1 on fera un arc parallele au précedent, qui coupera la droite Æ 1^d au point 1^d, la portion de couronne de cercle A Æ 1^d 1 fera le Panneau de dévelopement de la surface conique de la premiere assise, inscrite dans la Sphérique.

On fera de même le dévelopement de la seconde assise, en prolongeant la Corde du second voussoir 1, 2 jusqu'à ce qu'elle rencontre l'axe prolongé au point S^2, duquel comme centre, & pour rayon les longueurs S^2 1, S^2 2, on décrira les arcs paralleles 1 1^1, 2 2^d, qu'on terminera à volonté par une ligne 1^1 2^d, tirée du centre S^2, ainsi des autres parties de la doële jusqu'à la clef, dont la doële n'est plus une portion de surface de Cône tronqué, mais celle d'un cône entier, qui a pour base le cercle dont le diametre est la corde 3, 4, pour côté la corde de l'arc 3 P, & pour hauteur d'axe, la fléche n P, mais cette observation n'est d'aucun usage, la clef se fait sans Panneau comme nous le dirons ci-après.

Si par un cas extraordinaire, on faisoit une voute extradossée, après avoir tiré la corde A 1, il faudroit lui mener une parallele par le milieu m de l'extrados, laquelle seroit une tangeante T t, qu'il faudroit prolonger de même que la Corde A 1, jusqu'à ce qu'elle rencontrât l'axe prolongé en un point, d'où comme centre, on décriroit les arcs te, T 1^x, qu'on termineroit par une ligne e 1^x tirée au même centre ; cette portion de Couronne de cercle seroit le dévelopement du Cône tronqué, circonscrit à la Sphère ; mais ce Panneau est inutile, à moins qu'il ne s'agit uniquement que d'une surface Sphérique convexe, parce-

que

que lorsqu'on fait une doële, on s'épargne le panneau de l'extrados, en faisant des arcs sur les lits & joins montans, parallelement à ceux des arêtes de la doële.

Nous ne proposerons point de panneaux pour les lits parce qu'ils sont inutiles, en ce qu'on les forme très-bien par le moyen des biveaux, & que d'ailleurs étant des dévelopemens d'autres surfaces coniques tronquées, on ne pourroit en faire usage qu'après que le lit seroit formé; & alors ils ne serviroient tout au plus que pour verification. Au reste, il est visible par la figure 155. que le centre C est le sommet commun de tous les Cônes des lits GF, *gfj*, IK, *ik*; & leurs côtés CG, CF, CK, CI, tous égaux aux rayons extérieurs & intérieurs de la Sphère, & par conséquent que tous les panneaux de lit dévelopez sont des portions de couronnes de cercles égales en largeur, qui est la différence des rayons de doële & d'extrados DHEI, APB*g*, mais inégales en longueur de contour, qui diminuë à mesure que les lits approchent de leur pôle P, où est la clef, dans le raport des contours des cercles de la projection horisontale des rayons inclinez Cp^1, Cp^2, Cp^3, c'est-à-dire dans le raport des lignes CA, W1, G2, *n*3.

On remarquera que nous avons tracé les panneaux de doële hors de la Voute, pour ne pas embrouiller le Trait; ils pouvoient être tracez en dedans sans aucun inconvénient, comme en A *æ d* 1; car leur position ne décide de rien dans l'épure.

Les panneaux étant tracez; nous ne prétendons pas nous en servir comme d'un modéle immédiat pour former la doële de la Sphère, nous retomberions dans la faute qu'on reproche à cette méthode que Mathurin Jousse, les P. Deran & Dechalles ont tirée de Philibert Delorme; mais seulement nous en servir pour former une des concavitez de cette doële suivant la direction horisontale, dans laquelle nous trouverons plus facilement le moyen de la creuser une seconde fois suivant sa direction verticale; c'est-à-dire que nous ferons premiérement une surface Conique, dans laquelle nous apliquerons ces panneaux tracez sur une matiere fléxible, pour avoir dans cette surface par le moyen de leur contour, celui des arrêtes des joins de lit de dessus & de dessous, & les cordes des arcs des joins montans de la doële.

Pour parvenir à la formation de la premiere surface conique de la doële, on commencera par déterminer dans le Plan la longueur du Voussoir qu'on se propose de faire, dont on fera le Plan horisontal comme dans la méthode précédente, par exemple le trapeze mixte *noqs*, on divisera la corde *qs* en deux également en M par où on tirera du centre C la ligne du milieu *m*R, qui donnera les fléches *mr* & MR, qu'on portera au profil sur les horisontales 61, 52; sçavoir MR de 6 en *u* & *mr* de 5 en V, & l'on tirera la ligne *u*V;

enfin du centre C on menera par le point V la ligne Vz qui coupera 6 5 prolongée au point z, & l'épure sera faite; il ne reste plus qu'à en faire l'aplication pour tracer la pierre & la tailler.

Application du Trait sur la Pierre.

Fig. 162.
Soit, fig. 162. un quartier de pierre *abcdg* destiné (par exemple) pour un Voussoir du deuxiéme rang, on commencera par lui faire un parement *bcde*, au milieu duquel, ou à peu près, on tirera une ligne droite M*m*, sur lequel par un point pris à volonté comme *u*, à peu près éloigné de *bc* de la longueur MN du Plan horisontal, on tirera une perpendiculaire *qs*; puis prenant le biveau de l'angle V*u*6 du profil, on abattra la pierre suivant cette ligne, tenant ses branches toujours d'équerre sur *qs* pour former la surface plane *hisq*; sur laquelle on apliquera le panneau du segment de cercle *q*R*s* du Plan horisontal en Q*u*S; ensuite ayant pris au profil la longueur *u*V, on la portera sur la ligne du milieu de la pierre, & l'on tirera par le point V une parallele à *qs*, sur laquelle on portera de part & d'autre du milieu *m* les moitiés de la corde *mo* & *mn* du Plan horisontal en VK & VL, où faisant une cizelure creuse ou plumée, on apliquera la cerche du segment *nro* inclinée en angle aigu, suivant la branche TV du biveau obtus TV*u*, que l'on posera d'équerre sur la ligne du milieu M*m*, en sorte que l'inclinaison de cette cerche soit le suplément du biveau obtus dont on se sert, & l'on tracera l'arc de cercle de la cerche dans le creux de la cizelure, suivant lequel & l'oposé QS on abattra la pierre à la régle pour former une surface conique entre ces deux arcs de cercles, sur lesquels on la fera couler comme nous avons dit au Chap. I. Ou bien à cause que l'obliquité de la cerche peut devenir incommode aux voussoirs qui aprochent de la clef, on pourra en faire une qu'on posera perpendiculairement sur la surface *bd*, comme il suit.

Fig. 163.
On portera à part, fig. 163. la corde *no* du *Plan* 161, sur le milieu de laquelle ayant fait une perpendiculaire, on y portera pour fléche la longueur Vz, au lieu de la fléche du cercle *mr*; & par ces trois points on tracera à la main une courbe qui sera un arc elliptique dans les premieres assises, un arc parabolique plus haut, & un hyperbolique vers
Fig. 163. la clef; ces trois points suffisent pour la pratique. Mais si l'on vouloit opérer plus juste, il faudroit transporter le Triangle VZ5 à part, mener à l'arc *no* du Plan horisontal plusieurs perpendiculaires, & les porter sur V5, puis par ces points mener des paralleles à z5 en des points ∞, sur lesquels élevant des perpendiculaires, on porteroit les ordonnées à la fléche *mr*; mais cette précision est inutile, parce que les voussoirs comprennent une trop petite partie de la Sphère, pour qu'on ait besoin de cette exactitude.

Apres avoir creufé la furface conique entre les arcs donnez, on y apliquera le Panneau de doële 1 Q 2 O pris dans une partie des arcs de 1, 11, & 2, 2d, qu'on fupofe être coupé fur une furface fléxible comme du carton, pour être apliqué dans le creux de la doële conique, dans laquelle on tracera le contour de ce Panneau.

On remarquera qu'un feul Panneau peut fuffire à tracer tous les vouffoirs du même rang, quoiqu'on les faffe de longueurs inégales, parce qu'on peut prendre la moitié de chaque vouffoir, & la porter fur ce Panneau où l'on tracera une ligne par le milieu, fi le Panneau n'étoit pas affez long pour le vouffoir entier; & fi le vouffoir eft plus court que le Panneau, on fera des repaires de la longueur des arcs du lit de deffus & de deffous, qui ferviront à terminer la doële, ou en retournant le Panneau bout pour bout, à commencer de la divifion où ces longueurs fe prendront par petites parties au Plan horifontal fur la projection des joins de lit, & fe porteront en même grandeur & nombre fur le contour du Panneau.

Le contour du Panneau étant tracé dans la furface conique, on formera les lits avec les biveaux 6 5 8 & 5 6 9, qui feront égaux, fi la voute eft exactement Sphérique, & inégaux, fi elle eft furhauffée ou furbaiffée; car cette méthode convient aux unes & aux autres, en tenant ces biveaux d'équerre fur les arêtes des lits, & à diftance proportionelle. Par ce moyen on formera fans Panneau les furfaces coniques, concaves & convéxes, qui font les lits des vouffoirs.

Ensuite on formera les têtes ou joins montans avec le biveau 658 ou 1AD, pofant la branche courbe fur l'arête du lit, & la droite fuivant le biveau de doële conique, & par les trois points 5, 6, 9, on fera paffer une furface plane, fur laquelle on apliquera le Panneau de tête 9 6 5 8 pour avoir les arcs des joins montans, fuivant lefquels on doit creufer la furface Sphérique qui eft la véritable doële demandée.

Pour mieux fe conduire dans cette excavation, on fe fervira d'une cerche d'un arc du cercle majeur A P B, de telle grandeur qu'on jugera à propos, ayant foin de la pofer toujours perpendiculairement aux arêtes des lits de deffus & de deffous, & à une diftance proportionelle de leurs angles; par exemple, fi on la met au milieu, au tiers, ou au quart du lit de deffous, elle doit être auffi au milieu, au tiers, ou au quart du lit de deffus, & le vouffoir fera achevé.

DEMONSTRATION.

SI l'on ſupoſe que le quart de cercle APC ſe meut autour de ſon axe CP, il eſt clair que les cordes A1, 1·2, 2·3, 3P décriront par ce mouvement des portions des Cônes Droits, que décriroient les lignes inclinées à l'axe AS¹, 1S², 2S³, 3P, puiſque chacune des cordes eſt partie d'une de ces lignes.

Nous avons auſſi démontré que le dévelopement d'un Cône Droit eſt un ſecteur de cercle, duquel retranchant le dévelopement d'une de ſes parties parallelement à ſa baſe, il reſte pour dévelopement du Cône tronqué une portion de couronne de cercle, telle qu'on voit à la fig. 161, A1 1ᵈ Æ, & les autres au deſſus; de ſorte que ſi le contour des arcs de cette couronne eſt égal à celui de la projection, cette couronne envelopera toute la Sphère d'une Zone conique. Or puiſque les cordes qui forment les côtés des Cônes tronqués ſont inſcrites dans les arcs de cercles des diviſions du quart AP, il eſt clair que l'une & l'autre Zone conique & ſphérique ſeront terminées par des cercles communs & paralleles à l'équateur AB (par le Théor. XII. du premier Livre.

QUE ces cercles ſoient communs, on peut le démontrer de deux manieres: Premiérement, parce qu'ils ſont formez par la révolution d'un même rayon AC ou 1W, 2G & 3n.

SECONDEMENT, ſi l'on conſidére les arêtes des lits à la doële comme les ſections de la Sphère coupée par les ſurfaces coniques des lits, il eſt démontré que cette ſection eſt un *cercle* (par le Th. XII. du premier Liv.) puiſque l'axe du Cône Droit paſſe par le centre de la Sphère (par la conſtruction.)

ON peut auſſi démontrer que celles des Cônes tronquez de la doële, pénétrez par les Cônes tronquez des lits, ſont encore des cercles, par le Théor. XXVIII. du premier Livre, puiſque ces Cônes ont leurs axes dans une même ligne CP, quoique tournez en ſens contraire, en ce que le ſommet commun des Cônes des lits eſt en C vers le bas, & leur baſe du côté de P. Ceux des doëles au contraire ont leur ſommet vers P & au deſſus, & leur baſe en bas du côté de C; donc les lignes des arêtes des lits de la doële conique ſont les mêmes que celles de la ſphérique. Ainſi on peut former en même tems leur contour commun, mais non pas les angles rectilignes & mixtes des ſurfaces qui ſont inégaux, celui de la doële ſphérique avec le lit étant plus aigu que celui de la conique avec le même lit.

CELA ſupoſé, il eſt clair que notre aplication du Trait ſur la pierre eſt un moyen ſûr pour la bien tailler; car nous la ſupoſons coupée hori-

ſontalement par une ſurface plane *bisq* qui repréſente celle du profil *tu 6 o*, dans laquelle nous avons tracé le ſegment de cerche horiſontal *q*R*s*, qui eſt la projection de l'arête du joint de lit de deſſous, dont la fléche RM donne la diſtance horiſontale de cet arc à une ſurface plane qui paſſe par ſa corde *qs*, & qui eſt repréſenté au profil par le point *u*; & le milieu *m*M du Plan horiſontal par la ligne V*u* du même profil. *Fig.* 161. & 162.

Il eſt encore viſible que ſi l'on poſe le ſegment *nro* du Plan horiſontal, ſuivant l'angle obtus *u*VT à l'égard de V*u*, il ſera poſé parallelement au ſegment *qrs*, par conſéquent il ſera à la baſe du Cône retranché dont il ſera une ſection circulaire; donc il ſera la baſe ſupérieure de la partie de ce Cône reſtant tronqué.

Ou bien ſi l'on coupe le Cône par un Plan perpendiculaire à *u*V en prolongeant 6 5 juſqu'à la ligne V*z*, il eſt viſible que l'une & l'autre ſection auront pour corde commune la perpendiculaire ſur le Plan *u*V5 dont la projection verticale eſt le point V; donc ces ſections qui ont une ordonnée commune feront entre elles comme leurs abſciſes V5 & V*z*; ainſi en diviſant ces abſciſes proportionellement comme on a fait, & élevant ſur ces diviſions des paralleles à l'ordonnée commune, on aura la courbe de la ſection paſſant par V*z* qui ſera à la ſurface du même Cône, ſoit qu'elle ſoit elliptique, parabolique, ou hyperbolique; car elle peut être de ces trois courbes différentes. Aux premieres aſſiſes, V*z* donnera une Ellipſe, aux autres au deſſus elle peut donner une Parabole, & vers la clef une Hyperbole; mais on la trouvera par la méthode que nous avons donnée, ſans avoir beſoin de la connoître.

Le reſte du Trait concernant la maniere de faire les lits & les têtes, eſt commun avec les autres méthodes, & n'a pas beſoin de démonſtration.

Troiſiéme Méthode de former les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes,

En réduiſant la Sphère en Polyédre.

Ayant tracé l'épure comme à la ſeconde méthode des Cônes tronquez pour la Sphère (fig. 161.) ou pour un Sphéroïde aplati, alongé, ou ſurhauſſé, & ayant fait la projection horiſontale *noqs* d'un vouſſoir du ſecond rang donné pour exemple, lequel eſt marqué au profil en 5, 8, 9, 6, on portera, comme à la méthode citée, les fléches MR *Fig.* 161.

& *mr* du Plan horisontal en 5V & 6*u* du profil, & l'on tirera la ligne V*u* qui servira à tracer le Panneau de doële plate, laquelle est une des surfaces du Polyédre qu'on va décrire à la fig. ✠ à côté de 159. On tirera sur une ligne droite *m*M, qu'on fera égale à V*u* de la fig. 156. deux perpendiculaires indéfinies *no sq*, sur lesquelles on portera de part & d'autre des points *m* & M les grandeurs *mo* & M*q* du Plan horisontal de la fig. 156. en *mn* & *mo* & *ms* & MQ, & l'on tirera les lignes *ns* & *o*Q, le trapeze *no*Q*s* sera le Panneau de la doële du voussoir représentée en racourci dans le Plan horisontal *noqs* de la fig. 156.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Fig. 159. On commencera, à l'ordinaire, par dresser un parement, comme à le fig. 159. *bcde*, capable de contenir le Panneau de doële & l'engraissement du lit; ensuite ayant tracé le contour du Panneau de la figure ✠ sur le parement qui lui est destiné, on prendra le biveau de l'angle de
Fig. 156. la doële plate V*u* avec l'horison *u*O, & avec cet angle V*u*O on abattra le Prisme triangulaire *babcfg*.

On tracera ensuite sur le nouveau parement *abcf* l'arc *qr*S par le moyen de la cerche SR*q* de la fig. 156. ou plûtôt par le moyen d'un Panneau de lit horisontal suposé K*s*R*q*L, qu'on apliquera sur ce parement en *k*SRQ*l*, & par les trois points donnez *l*Q*o* & *k*S*n*, on fera passer (par le Probl. I.) une surface plane qui sera celle de chaque tête, sur laquelle on tracera l'arc 3 4 & les joins de lit 3 7, 4 8 par le moyen d'un Panneau 7 3 4 8 de la fig. 156. en posant le point 4 sur le point Q, & le point 3 sur le point *o*, pour avoir les joins de tête & de lit.

On creusera la doële avec le biveau mixte de doële creuse & de l'horison 3*x*4O (de la fig. 156. ou de la fig. 161. s'il s'agit d'une voute parfaitement sphérique) en tenant toujours sa branche droite perpendiculaire à la courbe S*r*Q; ensuite ayant porté la corde Q*o* en *ry* sur le milieu de la doële, on posera la cerche *nro* de la fig. 156. sur les trois points *oyn* de la fig. 159. & l'on tracera l'arc de cercle qui forme l'arête du lit supérieur. Enfin avec les biveaux mixtes de lit & de doële courbe 84*x*3 & 73*x*4 on abattra la pierre excédante sur les arêtes des lits marquées à la doële, ausquelles on tiendra la branche droite toujours perpendiculaire. Ainsi on formera deux surfaces coniques, une convexe au lit inférieur, & une concave au lit supérieur, & l'on aura un voussoir exactement formé.

Explication Démonstrative.

PUISQUE les quatre angles du Sphéroïde ou de la Sphère sont dans un même Plan, comme nous l'avons prouvé à la page 5. le trapéze *snoQ* de la fig. ✛ peut & doit les toucher tous, puisque les côtez *no*, *sQ* sont les cordes des arcs de cercles horisontaux des lits, & les côtez *sn*, *oQ*, celles des arcs verticaux qui passent par les joins montans de la doële.

IL est aussi clair par la construction, qu'ayant fait l'angle RM*m* égal à l'angle O*u*V, le trapéze du panneau de la fig. ✛ qu'on a tracé sur la pierre à la fig. 159. est incliné à la surface *lqsk* du voussoir, comme le même trapéze considéré dans la voute, l'est au Plan horisontal; donc la projection horisontale *orn*SR*q* de la fig. 156. ou 161. convient à cette surface.

TROISIEMEMENT, puisque les Plans des joins montans sont perpendiculaires au Plan horisontal, & qu'ils ont une direction tendant au centre C, les lignes S*k* & *ql* de la fig. 159. & 161. sont dans ces Plans de même que les points *o* & *n*, par conséquent en faisant passer des Plans par les points donnez *k*S*n* & *l*Q*o* de la fig. 159. on aura les surfaces des joins de tête.

ENFIN puisque les arêtes des lits supérieurs & inférieurs sont dans des Plans horisontaux paralleles entre eux, il est clair que les intervales de leurs parties aliquotes, comprises entre des Plans verticaux, seront égaux entre eux; donc le point *y* du milieu de l'arc *on* doit être à même distance du point *r* du milieu de l'arc Q*r*S, que les cordes Q*o* & S*n*; or puisqu'on a trois points donnez dans le cercle horisontal du joint supérieur *oyn*, on aura la position de l'arc *nro* de la fig. 156. Donc l'arête du lit supérieur sera bien tracée, & par conséquent aussi les lits qui sont formez sur cette arête par le moyen du biveau de lit & de doële, *ce qu'il falloit faire.*



Quatriéme Méthode de former les Voutes Sphériques par l'inſcription des Cylindres.

En Termes de l'Art, quoiqu'impropres:

Par Equarriſſement.

La premiere Méthode que nous avons donnée pour former les voutes ſphériques, n'eſt guères propre qu'aux voutes exactement ſphériques; la ſeconde & la troiſiéme s'étendent aux Sphéroïdes, dont les baſes ſont circulaires.

Cette quatriéme eſt générale pour toutes ſortes de Sphères, de Sphéroïdes & de Conoïdes, comme nous le ferons voir en ſon lieu. Il ſuffit préſentement d'en faire l'aplication à la Sphère.

Fig. 161.

Soit, fig. 161. le cercle APB*g* le Plan horiſontal de la voute, dont nous conſidérons la moitié APB comme ſon profil, & l'autre moitié A*g*B comme ſon plan horiſontal.

Ayant diviſé le ceintre APB en ſes vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaiſſera de chacun de ces points des perpendiculaires qui couperont le diametre AB aux points p^1, p^2, p^3, &c. par leſquels du centre C, on fera paſſer des cercles concentriques à AgB, p^1 E p^6, p^2 F p^5, p^3 G p^4, qui ſeront conſidérez comme les baſes d'autant de Cylindres Droits, & qui ſont les projections des joins de lit, inſcrits dans la Sphère par les aplombs 1 p^1, 2 p^2, 3 p^3, leſquels Cylindres ont pour axe commun CH.

On tirera enſuite du centre C les joins de tête à l'ordinaire 4·7, 5·8, 6·9, & le Trait ſera fait. Il ne s'agit plus que d'en faire l'aplication ſur la pierre, ce qui eſt très-aiſé.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

On prendra ſur le Plan horiſontal la plus grande longueur qu'on veut donner au vouſſoir par ſon lit de deſſous, par exemple, pour la ſeconde aſſiſe *ik*, puis on tirera par le centre C les lignes *oi* & *nk*, qui couperont la projection du lit de deſſus en *no*, & la queuë du lit de deſſous en *ik*, ce qui donnera le quadriligne mixte *noik* pour une portion de la baſe d'un Cylindre, dans laquelle eſt compris le vouſſoir que l'on veut faire.

Ayant

Avant dressé un parement pour servir de lit *n* Q de supofition horisontale, on y apliquera le panneau de la figure *noik*, dont on tracera le contour, suivant lequel on abattra la pierre quarrément, ce qui formera une espece de coin émoussé, tel qu'on voit à la figure en NQ, lequel sera composé de deux surfaces planes, & d'une portion cylindrique creuse NO*on*, qu'on formera avec la cerche *nro* du Plan horisontal. Fig. 160.

On portera ensuite la hauteur de la retombée 5*t* sur les arêtes *o*O, *n*N, de *o* en 5, de *n* en 2, & la retombée *t* 6 sur les arêtes *o* Q & *n* K de *o* en *q*, & de *n* en *p*; ensuite on posera sur les plans des joins montans le panneau de tête 9 6 5 8, & sur le lit horisontal le panneau *qiks* en *qp*KQ, pour tracer l'arc *qp* de l'arête du joint de lit de dessous avec la doële, ce qui se fait aussi plus simplement, mais moins correctement, en traînant *np* sur *no* perpendiculaire à l'arc *no*.

L'arete du lit de dessus se tracera par les points 2 & 5, parallelement à celle de la base *no*, avec une régle pliante; ainsi les quatre côtez de la doële qu'on doit creuser seront donnez; il ne s'agit plus que d'abattre la pierre de l'un à l'autre, s'aidant d'une cerche faite d'une portion du cercle majeur, dont on tiendra le plan perpendiculaire à l'arc de la base *pq*; ensuite on abattra la pierre pour former les lits avec le biveau mixte 6 5 8.

On peut aussi, avant que de creuser la doële, former les lits avec le biveau d'aplomb & de coupe *t* 5 8 pour le lit de dessus, & celui de l'horison & de la coupe *t* 6 9 pour le lit de dessous, tenant une de ses branches parallele aux arêtes *n*N, *o*O, & l'autre perpendiculaire aux arcs 2 5, *no*; par ce moyen on s'épargne la peine de faire un biveau mixte pour le doële & les lits. Il suffira d'une cerche pour la doële, dont la position n'est pas indifférente, comme nous l'avons dit cy-devant; il faut avoir grand soin de la tenir dans la situation d'un méridien, perpendiculairement aux plans passans par les joins de lit, & dans une direction qui tende à l'axe de la Sphère.

On peut aussi sans le secours des biveaux faire le lit de dessus, si l'on s'est donné la peine de faire un lit parallele à *n*Q en N S, & qu'on y trace par le point 8 un arc 8 9 parallele à ON, parce qu'on pourra abattre la pierre à la regle comme pour une portion conique sur les arcs 2 5 & 9 8.

Explication Démonstrative.

Si l'on supose la Sphère coupée par des plans horisontaux passans par les points les plus élevez de l'extrados, comme 9, 8, 7, ils couperont les

aplombs prolongez en des points x, y, z, qui donneront la plus grande hauteur du voussoir sur sa retombée, & l'on inscrira par ce moyen le voussoir 9 6 B E portion de Sphère, dans un cylindre de même hauteur $x p^6 E e$; car faisant mouvoir le parallelograme C e autour de l'axe C c, il est évident qu'il formera un cylindre, dont ôtant le cylindre inscrit C p^6 x c, il reste une couronne de cylindre formée par l'angle qui est exprimé au plan horisontal par la couronne de cercle, dont $p^6 p^9$ KS est une partie, & à cause que le mouvement qui forme la Sphère dont le voussoir est une partie, se fait autour d'un axe commun, il suit que lorsqu'on a celle du cylindre, il ne reste plus qu'à abattre la pierre d'une maniere uniforme pour en retrancher les solides courbes prismatiques, formez l'un par le triangle x 96 rectiligne qui est une portion de Cône, l'autre par le triangle mixte 6 B p^6, qui est une portion de Sphére circonscrite au cylindre vuide, dont le côté est 6 p^6, ou ce qui est la même chose inscrite dans l'anneau solide.

COROLLAIRE.

Il est clair que cette méthode est également propre à la formation d'un Sphéroïde dont l'axe est vertical, qu'à la Sphère, puisque la formation de ce solide est la même que celle de la Sphère & du cylindre par la révolution d'une courbe A d. Elliptique autour d'un axe commun, car si au lieu de l'arc circulaire 6 B, & de la coupe 69. on substituë un arc Elliptique & une coupe plus ou moins inclinée, on aura toûjours un raport constant de la figure qui en résultera, à celle du cylindre inscrit; mais nous en parlerons ailleurs en traitant des Sphéroïdes.

Remarque sur les quatre Methodes de former les Voutes Sphériques & Sphéroïques.

Nous avons déja dit que la premiere méthode par les segmens de Sphère n'étoit pas génerale, mais particuliere à la Sphère, & qu'elle occasionnoit beaucoup de perte de pierre, d'où nous pouvons conclure que c'est la moindre de toutes.

Nous avons aussi fait voir que la séconde *par l'inscription des Cônes tronquez* étoit plus générale, puisqu'elle peut s'appliquer aux voutes Sphéroïdes, de même qu'aux Sphériques, & de plus aux Annulaires comme nous le dirons en son lieu; mais elle est plus propre aux grandes voutes qu'aux petites, & lorsque la difference de la concavité du Cône tronqué & de la Zône de Sphère ou de Sphéroïde est assez peu sensible pour qu'on puisse la négliger dans la pratique; car dans les petites voutes où il faut reprendre le parement de la doële conique

pour le creuſer en Sphérique, elle n'a aucun avantage ſur la quatriéme méthode.

La quatriéme par *l'inſcription des Cylindres* eſt ſans contredit la plus étenduë & la plus ſûre pour l'exécution, mais elle cauſe beaucoup de perte de pierre, particulierement vers l'élevation de 45 dégrez, d'où il faut couclure que la troiſiéme eſt la plus commode, & celle qui cauſe le moins de perte de pierre, pour les Sphères & les Sphéroïdes alongez ou aplatis verticaux; mais elle n'a pas le même avantage pour les Conoïdes que la précédente, qui non ſeulement ſuprime l'uſage des biveaux de lit & de doële variables pour le même lit, mais qui peut encore ſervir pour les doëles gauches qui n'ont pas leurs quatre angles dans un même plan, de ſorte que le Sphéroïde Conoïde ne peut être réduit en Polyédre de ſurfaces quadrilateres, mais ſeulement triangulaires, ce qui rendroit cette méthode trop compoſée, quoique toûjours bonne dans ſon principe.

Seconde diſpoſition des Vouſſoirs.

Des Voutes Sphériques lorſque leurs rangs ſont dans une ſituation verticale.

Il ne ſera pas néceſſaire d'entrer dans le détail de la conſtruction des Voutes Sphériques, dont les vouſſoirs au lieu d'être dans une ſituation horiſontale, ſont rangez en Arcades verticales, parce que l'on ſent bien du premier abord que ce n'eſt que la même choſe tournée differemment, comme on voit à la fig. 183. de la planche 57. c'eſt-à-dire que les joins de lit ſont devenus les joins de tête, & que les pôles de leurs cercles qui étoient dans un axe vertical, l'un au ſommet de la voute, l'autre dans le vuide au deſſous, ſont icy dans la baſe horiſontale diametralement opoſez; la ſeule difference qu'il y a de cette diſpoſition à la précédente, c'eſt qu'une partie de la voute peut être élevée ſans l'autre, & ſe ſoutenir, au lieu que dans la précédente il faut que chaque rang horiſontal ſoit continué dans le pourtour, de ſorte qu'on ne peut faire un tiers ou un quart de Sphère comme dans cette derniere; de là vient qu'on en fait principalement uſage pour les Niches qui ne ſont que des quarts de Sphères, mais nous parlerons ailleurs de ces mutilations.



Troisiéme diſpoſition des Vouſſoirs.

Des Voutes Sphériques dont les rangs ſont inclinez à l'horiſon, en termes de l'Art, *en Coquilles.*

Nous traiterons de cette eſpéce d'arangement des Vouſſoirs des Voutes Sphériques lorſque nous parlerons des tronquées, parce qu'il n'eſt d'uſage, comme le précédent, que pour les Niches.

Quatrieme diſpoſition des Vouſſoirs.

Des Voutes Sphériques, où ils ſont arangez de differente maniere dans la même Voute.

Quoiqu'il ſoit de la délicateſſe de l'Art, de cacher autant qu'il eſt poſſible, les joins des pierres qu'on employe à la formation des voutes; cependant comme il eſt impoſſible de les cacher entierement ſans les couvrir d'un enduit, qu'on ne peut apliquer ſolidement ſur la pierre de taille, les Architectes ſe ſont aviſez d'affecter certains arangemens de vouſſoirs qui ſont des figures agréables à la vûë, tirant ainſi une décoration de l'imperfection de l'Art, qui ne peut faire les voutes d'une piece.

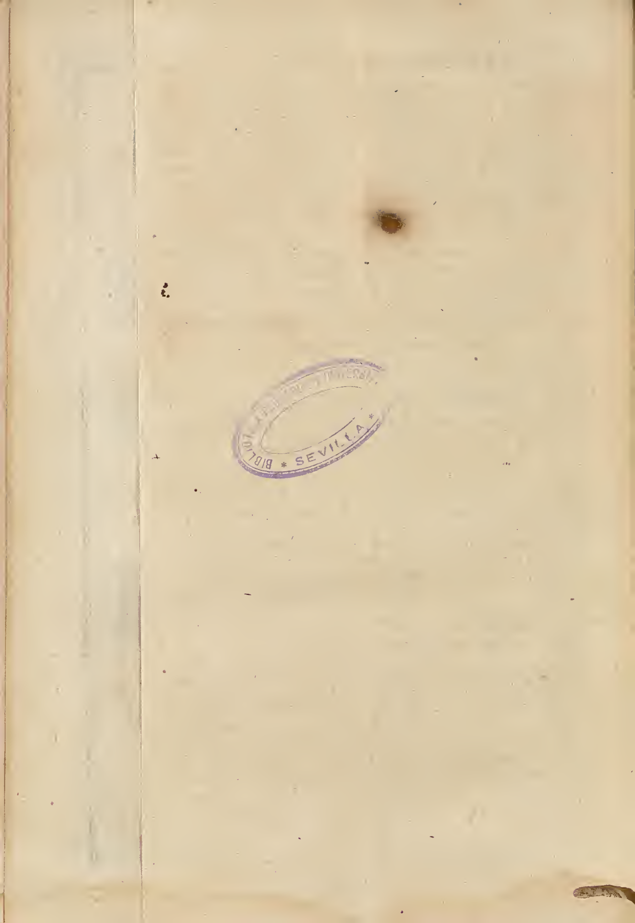
Ils prennent pour baſe de cet arangement une figure rectiligne diviſée par des paralleles, qui forment en differens ſens des rangs des vouſſoirs verticaux; tel eſt un Poligone regulier inſcrit dans le cercle horiſontal, comme un Triangle, un Quarré, un Pentagone, un Exagone, &c. cette diſpoſition s'apelle *voute de four fermée en Triangle*, *en Ppentagone*, &c. les rangs diſpoſez ſuivant chaque côté du Poligone ont un pole à l'horiſon entre les deux angles inſcrits dans le cercle de la baſe horiſontale,
Plan. 54. comme on peut le voir à la figure 166. ou bien aulieu de placer les an-
Fig. 166. gles du poligone à l'horiſon, il n'en ont placé qu'un à ſon pole, d'où abaiſſant des quarts de cercles verticaux ſur les diviſions de l'horiſon en certain nombre de parties égales comme en 3, 4, 5, 6, &c. ils ont fait des rangs de vouſſoirs verticaux, qui ſe rencontrent & ſe penetrent les uns les autres ſuivant autant de diagonales, ce qu'ils ont apellé *voute Sphérique faiſant le plan d'une voute d'arête triangulaire, quarrée, pentagone, &c.* comme on peut voir à la figure 180 de la planche 56.

De la premiere eſpece de Variations.

Des Voutes Sphériques fermées en Poligones.

Ces Voutes peuvent être conſiderées comme compoſées de deux parties, l'une qui eſt celle de chaque rang vertical conduit tout uniment

155. 156. 157. 158. 159. 160. 161. 162. 163.


SEVILLA

comme s'il étoit dans une voute ſimple, qu'on apelle la Coquille ou la Trompe, telle eſt la partie AHET fig. 166, l'autre qui eſt la rencontre de deux rangs qui ſe croiſent & ſe terminent à un cercle majeur, qui les coupe obliquement dans le plan de la diagonale de leur projection horiſontale; & parce que cette rencontre des deux rangs ſe forme d'une ſeule pierre E*i*, qui a deux branches comme une fourche, cette partie s'apelle *l'enfourchement*. La premiere partie des voutes Sphériques compoſées, n'a aucune difficulté, puiſqu'elle eſt la même que celle des voutes Sphériques à rangs de vouſſoirs verticaux, dont nous avons parlé cy-devant à la ſeconde diſpoſition.

Toute la difficulté conſiſte donc à la formation des vouſſoirs d'enfourchement qui ſont communs à deux rangs differens.

PROBLEME. XVII.

Faire une Voute Sphérique compoſée de rangs de Vouſſoirs de differentes directions.

Premiere Diſpoſition.

En termes de l'Art,

Faire les Vouſſoirs d'enfournement des Voutes Sphériques ou Sphéroïdes formées en Poligone.

On peut réſoudre ce Problême de trois manieres, la prémiere par l'analyſe de la projection du Polygone inſcrit dans le cercle de la baſe horiſontale, en faiſant par ſon moyen l'élevation des arcs verticaux, dont elle donne les diametres ou parties de leurs diametres.

La ſeconde, qui eſt fondée ſur la réduction de la Sphère en cônes tronquez, c'eſt d'en aſſembler les ſurfaces dévelopées qui ſe coupent obliquement ſuivant une diagonale, & d'en former le panneau d'enfourchement.

La troiſieme, c'eſt par la médiation des doëles plates.

Premiere Méthode, par l'inſcription de l'enfourchement dans un ſegment de Sphère.

Soit (fig. 164.) le cercle horiſontal I 5 O 15, qui eſt la baſe de la voute Sphérique dans laquelle on veut inſcrire un Polygone, par exemple un Quarré, ayant tiré par le centre C les diametres I O & 5 15 à angle droit, on tirera par leurs extrémitez les lignes I 5, 5 O, O 15, 15 I, on diviſera enſuite deux de ces côtez en deux également en *k* & K, par où l'on menera par le centre C deux diametres P*p* & P^2 p^2, qui feront les axes des quatre ſegmens de Sphère que retranchent les côtez du quarré Fig. 164.

inscrit, sçavoir IP 5, 5 P² O, &c. On divisara ensuite chacun de ces segmens en autant de parties égales que l'on voudra avoir de rangs de voussoirs, comme par exemple icy en cinq aux points o, 1. 2. 3. 4. & 5, & par ces divisions on menera des paralleles aux côtez du quarré I 5 & O 15, qui couperont les diametres I O & 5, 15, aux points 6. *d*, *e l*, *g f*, 8 7, par lesquelles on menera des parelleles aux côtez du quarré entre ses diagonales, comme 68, *d* 7, *e* 9, *l f*, & d'autres dans les segmens comme 4. 1. 14. 11 &c. 3, 2, 13, 12, & l'on aura la projection de tous les joins de lits des rangs de voussoirs qui sont dans une situation verticale, c'est-à-dire, à la circonférence des cercles verticaux, qui auront pour diametre les lignes inscrites dans le grand cercle horisontal, où est la naissance de la voute.

Il s'agit à present de former les Voussoirs d'enfourchement dans lesquels consiste toute la difficulté de ces voutes, renvoyant le lecteur, *aux voutes simples formées par des rangs verticaux*, pour la formation des voussoirs compris entre les enfourchemens. On commencera par déterminer dans la projection horisontale, la largeur du voussoir sur les côtez du quarré, comme I *a* & I a, suivant la grandeur de la pierre qu'on veut employer, & par les points donnez *a* & *a*, on tirera les lignes *ab*, a b paralleles à ces mêmes côtez, lesquelles détermineront la direction des joins de tête & donneront pour la projection horisontale du voussoir le rectiligne de six côtez I *a b d* b a I, dont les côtez I *a* & I a expriment les lits de dessous, *d b* & d b ceux de dessus, & les deux autres *a b*, a b les joins montans de la doële; comme cette figure est divisée en deux également par la diagonale, I *d* nous ne parlerons que de la moitié qui est le trapeze I *d b a*, parce que ce que nous en dirons s'apliquera facilement à l'autre.

Il s'agit 1°. de trouver la grandeur d'un segment de Sphère capable de contenir le voussoir, & les côtez de la figure de la doële pour y inscrire les sommets des angles, & les arcs compris entre deux, suivant la méthode que nous avons donné pour les voutes Sphériques à lits horisontaux simples; mais avec un peu plus de compositions dans cette espéce.

Pour y parvenir il n'y a qu'à examiner dans quels cercles de la Sphère doivent se trouver les lignes de la projection; si étant prolongées elles passent par le centre C de la fig. 164, elles apartiennent à des cercles majeurs; & si elles n'y passent pas, elles apartiennent à des cercles mineurs, mais auquel des deux qu'elles apartiennent, leur terminaison à la circonférence du cercle I 5. O 15. donne toûjours le diametre du cercle dont les joins du voussoir sont partie, & la ligne de

la projection est toûjours une abscisse de ce diametre, laquelle donnera l'ordonnée qui est l'aplomb d'un des angles du voussoir sur son plan horisontal.

Ainsi du point *d* de la projection, on élevera la perpendiculaire *d* D sur le rayon IC, laquelle coupant l'arc I 5 au point D, donne l'arc ID pour celui du milieu du voussoir, dont la projection & en même tems l'abscisse, est la droite I *d*; de sorte que transportant sa corde ID dans le segment de Sphère (fig. 165.) de D en I, on aura la position de deux des angles du voussoir, sçavoir le saillant qui est la naissance de la voute au point I de la fig. 164, & le rentrant *b d* b du lit supérieur. Il faut à present se servir de cet intervale D I pour trouver la position des angles *a* & a, comme de la base d'un triangle dont il faut trouver les côtez; pour cela il faut diviser la projection en triangles, en menant une droite de *d* en a, que l'on prolongera de part & d'autre jusqu'à la rencontre du cercle horisontal de l'imposte I 5, O 15, qu'elle coupera en F & G, & ayant divisé FG en deux également en *m*; du point *m* pour centre, & *m*F pour rayon on décrira un arc de cercle F *a*ʸ *d*ˣ indéfini, & par les points *a* & *d* on élevera des perpendiculaires *a a*ʸ, *d d*ˣ, qui couperont l'arc de cercle aux points *a*ʸ *d*ˣ, dont l'intervale *a*ʸ *d*ˣ, qui est la longueur de la corde, est déja un des côtez que l'on cherche, avec laquelle comme rayon, & du point D de la fig. 165., pour centre, on décrira un arc de cercle dans le segment de part & d'autre de la ligne ou corde DI en *av* & *a u*. Ensuite pour avoir le troisieme côté, dont I *a* ou I a son égal, est la projection, on tracera du point *k* milieu de la ligne I 5, dont I *a* est une partie, l'arc indéfini I H, & élevant au point *a*, la perpendiculaire *a* A, qui coupera cet arc en A, l'intervale IA, qui est la corde de cet arc, sera le troisieme côté que l'on cherche; de sorte que portant avec le compas cet intervale dans le segment de la fig. 165; du point I pour centre, on décrira un arc qui coupera *av* au point *a*, & a v au point a, qui est le sommet de l'angle du joint de lit de dessous, & de celui de la doële. Fig. 164. & 165.

Il ne reste plus à trouver que les deux angles *b* & b des joins du lit de dessus avec celui de doële, en cherchant de la même maniere les arcs qui répondent aux lignes de projection *a d* & *b d*; ce qui est facile à concevoir après ce que nous venons de dire. Il ne s'agit de même que de prolonger de part & d'autre la ligne *d b*, jusqu'à la circonférence du grand cercle qu'elle coupera aux points E & 4, & de son milieu L décrire un arc EB, puis élevant des perpendiculaires *b* B & *d* d^2 sur son diametre en *d* & *b*, l'intervalle B d^2 sera une des cordes des triangles D *a b* de la fig. 165. avec laquelle pour rayon, & du point D pour centre, on décrira un arc de part & d'autre en *b* 6

& *b* 6 ; enfin ſur *a b* prolongée de part & d'autre en *z*, & en *ff*, & du point R pour centre, on fera l'arc *z* 2 *a* 6, puis élevant aux points *a* & *b* des perpendiculaires à 2 *a b* 6 *b*, l'intervale 2 *a* 6 *b*, fera le troiſieme côté, lequel tournant ſur le point *a* ou a, pour centre, coupera l'arc 6 *b* en *b*, où ſera le ſommet du dernier angle que l'on cherche, & l'on aura dans le ſegment les angles du vouſſoir I *a b* D *b a*.

Il ne reſte plus qu'à placer entre ces angles les arcs de cercles dont on a trouvé les cordes, & ſur leſquels on aura coupé & formé les cerches pour les tranſporter dans le ſegment de Sphère creuſe dans la pierre. Ce qui ſe fera avec les mêmes précautions que nous avons marquées dans la conſtruction des voutes ſphériques ſimples faites ſuivant cette méthode, dans laquelle nous avons dit que le moyen le plus ſûr étoit d'avoir trois points à chaque arc, pour y placer la cerche, afin que ſon plan ne puiſſe être dans une fauſſe inclinaiſon ; ainſi pour le côté I *a*, on prendra à volonté un point *n* vers ſon milieu ; d'où tirant par le point *d*, un diametre *q s*, qu'on diviſera en deux également en *r*, on fera avec le rayon *r q* l'arc QN ; enfin élevant ſur I *a* du point *n* la perpendiculaire $n\ n^2$, ſi avec les cordes I n_2 & N d_2 pour rayons, & les points N & D pour centres, fig. 165. on fait des arcs de cercles, leurs interſections donneront les points n^1 d'un côté & n_2 de l'autre, leſquels détermineront la poſition de la cerche, formée ſur l'arc I A. On en uſera de même pour les autres côtez, afin que le plan de leurs cerches étant ſitué dans celui de la ſection de la Sphère, elles n'y donnent pas de faux contour, obſervant d'abattre les arêtes de la planche dont la cerche eſt formée juſques vers le milieu de ſon épaiſſeur en chanfrain, afin que cette épaiſſeur ne ſoit pas un obſtacle pour la pancher comme elle doit être ſans s'éloigner du ſegment creuſé dans la pierre.

Les arcs des arêtes des joins étant tracez, on leur apliquera perpendiculairement les biveaux de lit & de doële pour abattre la pierre ſuivant l'éxigence, & former une figure de ſolide, telle qu'on la voit à la fig. 168, ou pour le premier rang, ou pour le ſecond, comme à la fig. 167, qui paroît à moitié taillée & à moitié tracée.

On a vû par l'exemple du premier vouſſoir, comment on trouvoit la poſition des angles des joins, en diviſant la projection en triangles, & pour montrer qu'il n'importe de quelque maniere que ſe faſſe cette diviſion, nous en avons repréſenté une differente dans le ſecond vouſſoir, fig. 164, en tirant une perpendiculaire 10. 19, ſur la diagonale 9. 8, & faiſant avec le rayon MG pris ſur 10. 19. prolongée en *g* l'arc du cercle *g* 17. 16, qui donnera la cerche traverſante 17. 16, laquelle ſera portée dans le ſegment de 7. en 7 (figure 167) pour donner le plus grand arc d'un des angles à l'autre

On a marqué dans la fig. 168, comment le premier vouſſoir de la fig. 165, & celui de la fig. 167, ſe poſent l'un ſur l'autre, & combien le premier eſt plus grand que le ſecond, quoique dans la projection fig. 164, les lignes de leur milieu I *d*, & *d l*, ſoient à peu près égales, & même inégales en ſens contraire, puiſque I *d*, qui repreſente I 8 de la fig. 168, eſt plus petite que *d l*, qui repreſente la hauteur 8, 9, laquelle eſt cependant plus petite que I 8; la fig. à côté *d n i* eſt la cerche qui a ſervi à tracer l'arc *dn*I, en apliquant les points *d* en *d*, *n* en *n* & *i* en I.

A l'égard des autres rangs de vouſſoirs dont on en repreſente un à la fig. 169, marqué 4³ *p^h*, c'eſt celui qui eſt marqué en plan horiſontal de la fig. 164 en 3 *h h* 4, & celui qui eſt à côté en portion de Cône tronqué, dont la petite baſe eſt marquée 3 P 2, eſt celui qu'on apelle *trompillon*, qui ſeroit la moitié de la Clef d'une voute Sphérique, dont les joins de lit ſeroient horiſontaux,

Tous ces differens vouſſoirs ſe voyent raſſemblez dans la moitié d'une Voute Sphérique, deſſinée en perſpective au nombre 166, laquelle montre comment les joins des rangs de vouſſoirs, répondent au quarré inſcrit dans le cercle horiſontal qui comprend leur projection. *Fig. 166*

L'idée de ce genre de conſtruction de Vouſſoirs d'enfourchemens, par l'inſcription de leurs angles dans un ſegment de Sphère, apartient à M. de la Ruë, je n'ai fait ici que de la rendre plus ſimple, & plus exacte pour l'exécution, parce qu'il ne donne qu'une maniere de tâtonnement méchanique très incertaine, pour la poſition des cerches, qui eſt de voir ſi elles joignent au fond du ſegment, qu'il apelle *écuelle*.

Explication Démonſtrative.

La juſteſſe de cette méthode ſera facile à apercevoir, ſi l'on ſe repreſente toutes les lignes de la projection, ſur leſquelles nous avons décrit des arcs de cercles, comme autant de portions de diametres de cercles élevez ſur le plan horiſontal I 5 O, 15. à angle droit, & les perpendiculaires tirées ſur ces lignes, comme autant de verticales, qui ſont les ordonnées de chacun de ces cercles, dont les lignes de projection ſont les abſciſſes, leſquelles ſont formées par l'interſection des differens plans qui ſe croiſent dans la Sphère, & la coupent en differentes zônes & ſegmens, qui ont autant de Poles, que le Polygone inſcrit dans le cercle de la baſe, a de côtez; Or comme tous ces cercles majeurs & mineurs ſont verticaux, ils ſont tous exprimez dans la projection horiſontale, par des lignes droites ſuivant le Théoreme I. du 2e. livre; de ſorte que pour connoître la grandeur de leurs arcs, correſpondans aux lignes de

la projection, il faut en faire une élevation, comme si l'on couchoit le plan vertical, dans lequel ils sont, sur le plan horisontal, parce que le diametre est commun à l'un & à l'autre plan, dont il est l'interfection; Ainsi la figure 164. est un mêlangle de Plan Ichnographique, & d'élevation ou Ortographie, pour ne pas multiplier le nombre des figures, & en conserver plus facilement le raport, & avoir des points communs à la projection horisontale, & à la section verticale de la Sphère, faite par ces points donnez dans le Polygone, inscrit au cercle de l'imposte, ou naissance de la voute; En quoi on peut s'aider l'imagination, par des morceaux de papier ou de carton, découpez & apliquez à l'équerre sur le plan horisontal.

Seconde Méthode, de faire les Voussoirs d'enfourchement, *par* le moyen *des Panneaux de doële plate.*

La perte de pierre est si considérable en suivant la méthode précédente, particulierement pour le premier Voussoir à branches, que j'ai cru devoir en proposer une autre, plus propre au menagement auquel on est souvent forcé, & même plus précise; car au lieu de former un segment entier, on ne formera que le triangle sphérique; dans lequel se trouve le voussoir d'enfourchement, par le moyen d'une doële plate.

Plan. 55. *Fig.* 170. Soit, (fig. 170.) le cercle A P B *p* D, le plan horisontal de la voute sphérique, qui est proprement celui de son imposte, dans lequel on a inscrit un Polygone à volonté, par exemple ici un triangle équilateral A B D, on menera par le centre C, les diagonales A C N, B C *s*, D C S, prolongées indéfiniment, qui couperont le cercle A B D, aux points P *p p*, où seront les pôles des joins de lit de chaque secteur A C D, A C B, B C D.

On divisera ensuite les arcs A P, ou B *p*, en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de rangs de voussoirs dans les segmens A B, ou B D, que retranchent les côtez A B, ou B D, du Polygone inscrit, plus une moitié de partie 5 *p*, pour le trompillon, comme ici en $4\frac{1}{2}$, aux points 2, 3, 4, 5, *p*, par lesquels on menera des paralleles à 2, 9; 3, 8; 4, 7; 5, 6: qui seront les projections des joins de lit des voussoirs, compris dans la partie de la Sphère, qui est hors du Polygone.

Pour avoir celles des Voussoirs, qui sont au dedans du Polygone, il n'y a (dans la figure présente,) qu'à tirer des mêmes divisions 2, 3, des paralleles à B A, 2. E, 3 *d'*, jusqu'à la diagonale A C, ou bien lui tirer par le centre C, une parallele C *s'*, qui coupera le cercle en *s'*, & diviser l'arc *s'* B, en deux parties & demie, ou plus, si on le juge à propos, aux points 2, 3, ou en d'autres, si cet arc donne de plus grandes

ou de plus petites divisions, & par les points où ces lignes couperont les diagonales E r^o, d^o q^o, on menera des paralleles aux autres côtez du Polygone, qui en formeront de semblables à A B D, lesquels seront les projections des joins de lit des voussoirs, compris dans le Polygone inscrit.

Presentement pour former le *panneau de doële plate* du premier voussoir d'enfourchement à l'angle A, on menera par le point E, qui est la projection de son angle rentrant au lit de dessus, la ligne H K, perpendiculaire à la diagonale A C, qui sera terminée aux côtez A B en H, & A D, en K; puis sur A B comme diametre, & du milieu *m*, pour centre, ayant décrit un arc indéfini A *h*, on élevera sur A B, la perpendiculaire H *h*, qui coupera cet arc au point *h*, & l'on tirera la corde A *h*, qui sera un des côtez de la doële plate, qu'on décrira comme il suit.

D'un point A pour centre, mis à part, comme à la fig, 171, & de l'intervale de cette corde A *h* pour rayon, on décrira un arc de cercle, dans lequel on inscrira la ligne *k h*, égale à K H du plan horisontal de la fig. 170, & l'on tirera les lignes A *k*, A *h*, le triangle A *k h*, sera la doële plate que l'on cherche, qui est suffisante pour l'usage qu'on en veut faire, car la véritable est un quadrilatere qu'on trouvera facilement si l'on veut.

Des points *k* & *h*, de la fig. 171. pour centre, & de l'intervale H *h*, de la fig. 170. pour rayon, on fera des arcs qui se couperont en *y*, d'où comme centre & du même rayon, on décrira un arc de cercle *k m h*; si du milieu *m* de cet arc, on tire des lignes aux points *k* & *h*, le quadrilatere *k m h* A, sera la doële plate qui touche en quatre endroits une portion de Sphère, qui est la doële du tronc de l'enfourchement des premiers rangs de voussoirs verticaux.

Comme il convient à la bonne construction d'ajoûter quelques commencemens de branches à ce tronc d'enfourchement, au lieu de tirer la ligne H K, de la fig. 170. par le point E, il faut la tirer un peu plus près du centre C, suivant que l'on veut faire ses branches longues, ou courtes, par exemple en L, & alors faisant l'opération comme il a été dit ci-devant, au lieu du point F, on aura un point *l*, & au lieu du point *h* sur l'arc A *h*, on aura un point *u*, & une corde A *u*, au lieu de A *h*, dont on fera le même usage.

La doële plate étant tracée, comme à la fig. 171, il faut chercher le biveau de cette doële, avec les plans verticaux, où sont les arcs formez par les sections, sur les diametres donnez A B, & A D, afin de poser les cerches de l'arc A *h*, dans leur situation à l'égard de cette doële plate.

Des points k & b pour centres, fig. 171. & de l'intervale H A, de la fig. 170. pour rayon, on fera des arcs vers a & a indéfinis, & du point A pour centre de l'intervale b H, de la fig. 170 pour rayon, on décrira de part & d'autres des arcs qui couperont les précédens, aux points a & a, & l'on tirera les lignes a A, $a\,k$ & a b, a A, ces trois triangles de suite seront le developement des surfaces d'une pyramide renversée, dont on cherchera les angles des plans par le Probl. XII. du troisiéme livre.

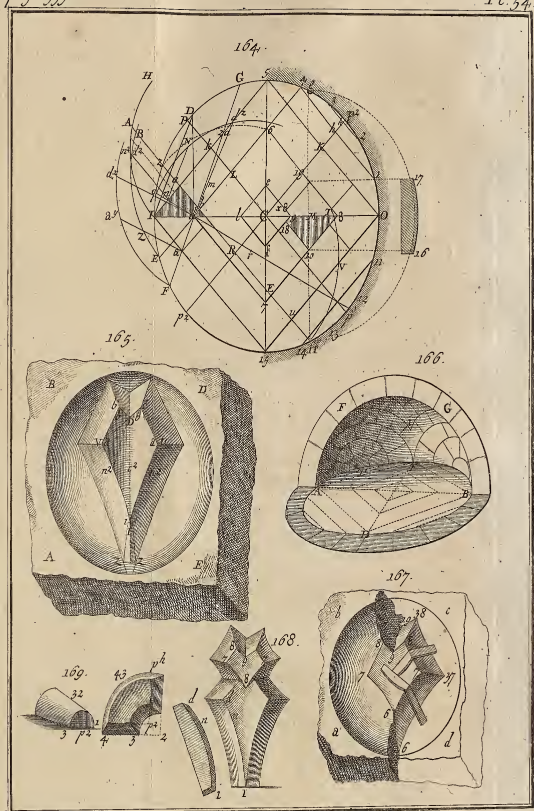
Par un point D pris à volonté sur A b, ou A k, il n'importe, on tirera à cette ligne une perpendiculaire b N, qui coupera les côtez A k & A a en b & en N, on portera A N, sur A a en A n, & l'on tirera $n\,b$, puis du point b pour centre, ayant fait un arc $n\,x$, & du point D aussi pour centre, un autre N x, qui coupera le précédent en x, l'angle $b\,x$ D, sera celui du biveau que l'on cherche, & $b\,x\,v$ son suplemennt, dont on fera usage, comme il suit.

Application du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement B C D E, fig. 174, on y tracera le triangle de la doële plate A $k\,b$, de la fig. 171, ou si l'on veut le quadrilatere A $k\,m\,b$, puis ayant pris avec la fausse équerre l'angle $b\,x\,v$, de la fig. 171, & une cerche formée sur l'arc A $f\,i\,b$, de la fig. 170, on fera une plumée ou rigole le long d'un côté A K, de la fig. 174, pour y apliquer cette cerche, & pour lui donner l'inclinaison de l'angle aigu qu'elle doit faire avec la doële plate, on posera la fausse équerre ouverte comme nous l'avons dit perpendiculairement au côté A K, & l'on apuyera la cerche contre la branche qui est en bas dans cette position, on formera exactement la plumée, & on tracera de même l'arc A H.

Au lieu de prendre l'angle du suplément $b\,x\,v$, de la fig. 171, on auroit pû prendre l'angle naturel $b\,x$ D, mais alors on auroit été obligé de couper les branches du biveau, à la longueur de la flêche $f\,l$, de l'arc A b de la fig. 170, pour pouvoir l'apliquer dans la plumée, comme on l'a représenté sur la ligne A K, de la fig. 174, ce qui est moins expéditif.

On en fera autant sur le côté A H, de la fig. 174, puis avec la cerche de l'arc $k\,m\,b$, de la fig. 171, posée avec le biveau A F z, de la fig. 170, on tracera un troisiéme arc K M H, à la fig. 174, qui terminera le triangle sphérique du tronc de l'enfourchement, suivant lesquels on creusera la doële spérique, dans laquelle on aura les quatres points A K M H, représentez à la projection de la fig. 170, par les points


164.
165.
166.
167.
168.
169.

A K E H, & l'arc du milieu, qui eſt une portion du cercle majeur dont la cerche ſe formera ſur le cercle A B D, de la grandeur de l'arc qui conviendra, qui eſt au moins A F, pour le tronc, & plus, ſi on y ajoute des branches comme il convient, au moins un peu, pour former l'angle rentrant du lit de deſſus, qui doit recevoir l'angle ſaillant du lit de deſſous du ſecond vouſſoir.

Il ne reſte plus qu'à retrancher de ce triangle ſphérique, un autre petit triangle qui excede la direction du joint en lit, qui doit faire le couſſinet du rang de vouſſoirs élevez ſur le diametre A B, lequel triangle étant exprimé à la projection par le rectiligne E I H, il faut chercher la valeur d'un de ces trois côtez ſur les profils, qui eſt celle de I H, laquelle eſt donnée ſur l'arc A *h* en *i h*, on la portera à la fig. 174, ſur l'arc tracé H A en H *i*, puis ayant poſé une regle pliante ſur ſes points *i* & *m*, on tracera dans la ſurface concave de la doële, l'arc *i* M, qui donnera l'arête du lit de deſſus du tronc de l'enfourchement, ſur lequel s'établit le premier vouſſoir ſimple du rang vertical, ſur le côté A B du Polygone A B D, dont on formera la coupe avec le biveau A *i d*, de la fig. 170.

Nous ſupoſons ici que le point M, ſoit celui du ſommet de l'angle d'enfourchement du lit de deſſus, de ſorte que ce premier vouſſoir n'eſt que le tronc, d'où partent les branches que forment les deux rangs de vouſſoirs qui en ſortent, dirigez l'un ſur A B, l'autre ſur A D; il eſt aiſé de voir que ſi ce même vouſſoir formoit déja un commencement de ſes branches, il ſeroit aiſé de retrancher la partie de l'angle rentrant qui ſeroit à leur origine, en traînant la longueur de la corde A *g*, de la fig. 170, ſur l'arc A H, de la fig. 174, & ſur l'autre arc A K, perpendiculairement à ces arcs, l'interſection de la trace de ces cordes donnera dans la doële ſphérique creuſée, l'angle de la naiſſance du ſecond vouſſoir d'enfourchement qu'on abattra, ſuivant le biveau formé ſur l'angle de coupe A P S, dans le milieu de l'angle d'enfourchement, & les branches ſuivant les biveaux de lit & de doële du rang A B 2 G, comme s'il s'agiſſoit d'une voute ſimple à rangs de vouſſoirs verticaux; cet angle rentrant convient pour y placer l'angle ſaillant du vouſſoir d'enfourchement, qui doit être poſé au deſſus, parce qu'il en aſſujettit la pointe ſur la diagonale du premier.

Ce ſecond vouſſoir doit auſſi avoir des branches, & ſe formera tout comme le premier, prenant ſa naiſſance inférieure au point F, du profil qui eſt repréſenté en projection par le point E, & la corde F Q^2 pour la diagonale, ſi le vouſſoir étoit ſans branches commencées, ou F c^6, ſi on vouloit que ſes branches euſſent pour longueur la moitié du rang

E M, & pour avoir la valeur de l'arc dont la projection eſt E M, on fera un profil ſur le diametre G 2, comme on l'avoit fait pour le premier vouſſoir ſur A B, en retranchant de ce ſecond profil la hauteur I *i* du premier, ce qui eſt facile après les exemples que nous avons donnez de pareils profils, à la conſtruction précédente des voutes ſphériques, par la méthode des ſegmens de Sphère, aux figures 164, 165, 167 & 168.

Explication Démonſtrative.

Pour former le premier vouſſoir d'enfourchement, qui eſt le concours des deux rangs élevez ſur les côtez A B & A D du Polygone inſcrit, nous avons commencé par ſupoſer un triangle, apliqué à la ſurface concave de la Sphère qu'il touche en trois points, dont les projections ſur le plan horiſontal, ſont A, H & K, les côtez de ce triangle ſont les cordes de trois arcs trouvez par les profils, comme nous avons fait à la méthode précédente, ſçavoir a *b*, valeur de la projection A H, & de ſon égale A K, par la conſtruction, & parce que la corde H K eſt horiſontale, la valeur en eſt toute trouvée, c'eſt pourquoi nous l'avons inſcrit dans l'arc *k h* de la fig. 171, où il eſt clair que le triangle A *k h*, eſt la valeur de la projection A K H, de la fig. 170.

Cette ſurface étant ſupoſée apliquée dans la Sphère, entre les plans verticaux des joins de la voute, exprimez par les lignes A B & A D, qui en ſont les projections, eſt un côté de Pyramide triangulaire renverſée, dont la pointe eſt à la naiſſance de la voute en A, & la baſe dans un plan horiſontal imaginaire paſſant par le point F, qui exprime en profil la corde dont la projection horiſontale eſt H K; de ſorte que la hauteur de cette Pyramide renverſée, eſt une verticale élevée ſur le point A, qui eſt égale à la ligne H *b*, plus à l'excès de la hauteur E F, ſur H *b*. Ainſi nous avons les quatre triangles qui comprennent cette Pyramide, ſcavoir, 1°. (fig. 171) A *k h*, qui couvre la partie de la ſurface concave de la Sphère où eſt la doële du vouſſoir, 2°. deux triangles qui ſont les ſections des plans verticaux, coupant la Sphère par les lignes A B & A D, & le triangle horiſontal A H K, qui la coupe par les points K & H, un peu au deſſous de la hauteur F. Ainſi par le Problême 12 du 3e. livre, nous avons pû chercher les angles d'interſection de ſes ſurfaces entre-elles, qui ſont les vrais biveaux de la doële plate avec les plans verticaux, où ſont les arcs montans des joins de lit, tournans de A en B & en D; mais comme ces plans ne continuent pas au delà de ces arcs, dans la coupe qui doit faire un angle obtus mixte avec la doële concave, ces biveaux ne ſervent qu'à trouver la poſition de cerches de ces arcs, leſquels étant tracez en angle rentrant,

deviennent enſuite une arête ſaillante de lit & de doële, dont le biveau eſt celui de l'angle mixte, fait par un arc de cercle majeur avec ſon rayon prolongé.

Il eſt viſible que cette diſpoſition de Trait eſt plus générale, que celle des *écuelles* ou ſegmens de Sphère, puiſqu'elle ne convient pas ſeulement aux voutes exactement ſphériques, mais auſſi aux culs-de-four ſurhauſſez ou ſurbaiſſez; En effet, ſi l'on ſubſtituoit des arcs Elliptiques, aux circulaires élevez ſur A B, ou A D, il ne ſurviendroit aucun changement à la maniere de trouver les biveaux de doële plate avec les plans de ces arcs; or ces arcs étant tracez ſur la doële, le reſte de la conſtruction ſuit le train ordinaire des coupes convenables aux joints & aux lits des ſphéroïdes.

Troiſiéme méthode de faire les Vouſſoirs d'enfourchement, par Panneaux fléxibles, *ſuivant le ſiſtême de la réduction de la Sphère en Cônes tronquez.*

Quoique la maniere dont Philibert De Lorme & ſes ſectateurs, Jouſſe, Deran, & Dechalles, ont tracez les Panneaux des enfourchemens des Voutes Spériques fermées en Polygones, ſoit très fautive, comme l'a fort bien remarqué M. de la Ruë, il ne s'en ſuit pas, ainſi qu'il le croit, qu'on ne puiſſe en faire de plus juſtes, ſuivant le même ſiſtême de la réduction de la Sphère en Cônes tronquez, en faiſant quelques changemens à leur conſtruction. Nous avons déja prouvé que ce ſiſtême n'eſt point fautif dans ſon principe, mais ſeulement qu'il ne pouvoit conduire l'opération, à l'entiere perfection de la formation d'une ſurface ſphérique, en ce qu'il étoit borné à celle d'une conique inſcrite dans la Sphère; la même vérité ſubſiſte, ſoit que les Vouſſoirs ayent des branches comme ceux des enfourchemens, ou qu'ils n'en ayent point; qu'ils ſoient triangulaires, ou qu'ils ayent leurs côtez paralleles; ainſi nous l'avons purgée du reproche de *l'erreur* intrinſeque. A l'égard de celui de l'incommodité de l'exécution, en ce que *l'éloignement des centres des arcs à décrire, peut cauſer de l'embarras pour la place*, comme le remarque l'Auteur cité, nous y avons pourvû au Problême VIII. du 3$^{e.}$ livre.

La projection horiſontale des joins de lit étant faite, comme il a été dit aux deux exemples précédens du quarré inſcrit, fig. 164, ou d'un triangle équilateral, fig. 170, on prolongera les cordes des arcs G A, & *g* A, juſqu'à ce qu'elles rencontrent les diagonales D C, en S, & B C, en *s*, où ſeront les ſommets des Cônes A S N, A *s* N, dont les rangs de vouſſoirs verticaux G A B 2, & *g* A D 9, ſont des parties tronquées, leſquels deux Cônes égaux ſe pénetrent ſuivant une ſection, dont *Fig.* 170.

A N eſt la projection horiſontale ; par conſéquent pour avoir le developement de ces Cônes tronquez, on décrira du centre S, & des intervales S G, & S A pour rayons, la portion de Couronne de cercle indéfinie A G W *a*, & du centre *s*, & des intervalles *s g*, *s* A pour rayon, une autre portion de Couronne égale A T *t g*, qui croiſera la précédente de *x*, en X, la figure *x a* W X *t* T *x*, eſt celle que les Auteurs citez, prenoient pour Panneau de leur doële très mal à propos, comme on va le démontrer.

Erreurs de l'ancien Trait.

Premierement, on ne peut faire ce panneau d'une ſeule piece, il faut néceſſairement qu'il ſoit de deux, parce que l'enfourchement eſt un compoſé de deux ſurfaces coniques, qui ſe rencontrent dans un angle rentrant.

Secondement, le contour de la ligne du milieu, n'eſt pas une ligne droite comme dans l'ancien Trait l'eſt *x* X, mais une ligne courbe qu'il faut tracer comme il ſuit.

Troiſiémement, la ligne X *x* diagonale du Panneau eſt trop courte, ainſi il faut réformer & rejetter cet ancien Trait.

Correction & réforme de ce Trait.

Ayant abaiſſé du point E, ſommet de l'angle de la projection du lit de deſſus du premier vouſſoir de l'enfourchement, une perpendiculaire E *e*, ſur la ligne G 2, on décrira du point M, pour centre, & de la longueur M G pour rayon, un arc G *e*, qui coupera E *e*, au point *e*.

On diviſera cet arc G *e*, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe, comme ici en quatre aux points 1, 2, 3, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires ſur G E, qu'elles couperont aux points *b*, *b*, *b*, par leſquels on tirera des lignes dirigées au point S, qui couperont la ligne A E, aux points 2^1, 2^2, 2^3, par leſquels on menera des paralleles à G E, qui couperont la corde A G, aux points v *u*. On portera enſuite les intervales de chacune des diviſions de l'arc G *e*, ſur l'arc de developement G W, aux points 1, 2, 3, e^d, par leſquels on tirera des lignes dirigées au point S, comme 1. 1^1, 2. 1^2, 3. 1^3, indefinies ; puis du point S, pour centre, & des intervales S v, S *u*, pour rayons, on décrira des arcs de cercles qui couperont les droites ci-devant, aux points 1^1, 1^2, 1^3, par leſquels on tracera à la main, une courbe A 1^1, 1^2, 1^3, e^l, qui eſt une portion d'Ellipſe dévelopée ſur le Cône ; laquelle eſt le dévelopement de celle du

du milieu de l'enfourchement, de forte que le triangle mixte distingué par une hachure A e^d, 1^d, est le panneau de la moitié du premier voussoir, laquelle moitié est représentée au plan horisontal, par le triangle rectiligne A E I. L'autre moitié du panneau étant en tout égale à celle-cy, le même demi panneau retourné en sens contraire, servira à tracer le reste de la surface du premier voussoir d'enfourchement, ce qui demande une préparation sur la pierre, & des attentions particulieres pour l'y apliquer; mais il faut auparavant connoître & tracer la courbe, qui se forme à l'angle rentrant des deux surfaces coniques, pour en former une cerche.

Ayant prolongé les lignes S B & A C, jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en N, & divisé en deux également A N en *n*, on tirera par ce point *n* la ligne 1^4, 1^5, parallele à A B, qui coupera les lignes S A, S B, prolongées aux points 1^4, 1^5, puis ayant tiré à cette ligne une perpendiculaire *n* 1^6, du point Q*i*, milieu de 1^4, 1^5, pour centre, & de cette moitié pour rayon, on décrira un arc 1^5, 1^6, qui coupera *n* 1^6, au point 1^6; la ligne *n* 1^6, sera le demi petit axe conjugué au grand A N, par le moyen desquels on décrira à part, (fig. 175.) la demie Ellipse A 2^6 N.

Ensuite ayant porté le demi diametre A C, de la fig. 170, de A en C, de la fig. 175, on décrira le demi cercle A *e p*, qui coupera la demie Ellipse A 2^6 N au point *e*, l'arc Elliptique A *y e*, est celui sur lequel on doit former le contour de la cerche du milieu de l'enfourchement, qui est un angle rentrant formé par la rencontre de deux portions de surfaces coniques; c'est pour quoi la cerche doit être délardée en chanfrain, sur l'épaisseur de la planche dont elle est faite.

Il faut encore tracer par la même maniere une demie Ellipse *g s o*, fig. 175, dont le grand axe se trouvera en menant par *g*, une ligne *g o*, parallele à A N, fig. 170, & le petit sera la moyenne proportionelle, entre 4^3 *d* & *d* 3, de la ligne menée par le milieu *d*, parallelement à A B, observant de poser le point *g*, à distance de A, de la longueur de la flêche de la corde G *g*, de la fig. 170, qui est si petite icy, qu'on n'a pas pû la marquer correctement, & par le point *e* de l'Ellipse A N, on tirera une ligne au point *c*, qui coupera l'Ellipse sur *g o*, en un point *x*, dont on fera usage, comme on le va dire.

Application du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement G I *i g*, fig. 172, de la largeur au moins de la corde G *g*, de la fig. 170, & de la longueur au moins de la corde A F, on portera sur la ligne du milieu A *e*, la longueur de la corde A *h*, puis

aux deux côtez de cette ligne, on en tirera deux autres paralleles G I, *i g*, à distances égales à la demie corde G *g*, de la fig. 170, on prendra ensuite la longueur de la fléche de la corde G *g*, pour la profondeur d'un enfoncement de repaire, qu'on fera sur le trait du milieu en A, & la distance *e x*, pour un pareil repaire qu'on fera en *e*, puis on creusera une plumée le long de cette ligne du milieu, avec la cerche formée sur l'arc Elliptique A *e*, de la fig. 175, posée sur les deux repaires & perpendiculaires au parement dressé : On en creusera deux autres sur les lignes G I, *i g*, avec la cerche formée sur l'arc Elliptique *g x*, tenuë aussi perpendiculairement au même parement, & on formera à le regle apuyée sur deux plumées une surface conique, comme il a été dit au commencement de ce livre, de chaque côté du milieu, laquelle fera avec la conique de l'autre côté un angle rentrant.

Ces deux surfaces coniques étant faites, on y apliquera le panneau fléxible de carton, ou autre chose, découpé sur le triligne mixte A e^d, 1^d, de la fig. 170, pour en tracer le contour d'un côté & d'autre du milieu, en le retournant de droite à gauche, comme on voit à la fig. 172. à chaque moitié.

Il ne reste plus pour achever la doële, que de la recreuser un peu sur les milieux de chaque portion conique, pour effacer l'angle rentrant du milieu A *e*, en y apliquant une cerche de l'arc G A *g*, d'un cercle majeur A B D, que l'on fera mouvoir sur les arcs tracez A 1^d, A I, comme nous l'avons dit pour la formation des surfaces sphériques. Ensuite de quoi on formera les lits & les coupes, avec les mêmes biveaux qu'aux deux méthodes précédentes.

Quoique je propose ici une application du trait sur la Pierre dans l'éxactitude Géométrique, ce n'est que pour en montrer la possibilité, & même la facilité, car on peut se relâcher de cette grande précision dans la pratique, sans qu'il en puisse résulter aucune erreur sensible, dans les voutes où il y a plusieurs rangs de voussoirs, entre les angles du polygone & leurs pôles.

Alors on peut s'épargner la peine de tracer les arcs Elliptiques A N & *g o*, de la fig. 175, en leur substituant sans façon, un arc de cercle majeur formant une zône de Sphère, ou un triangle sphérique indéfini, où l'on apliquera le panneau fléxible de part & d'autre, d'un arc de cercle majeur tracé au milieu du voussoir, parce que l'arc circulaire A *z e*, est si peu enfoncé au dessous de l'Elliptique A *y e*, que la difference est presque imperceptible, & que la largeur du demi panneau, pliée dans la surface sphérique, ne peut donner une difference de largeur qu'on puisse apercevoir, étant comparée à ce qu'elle étoit sur la

surface conique dans la partie étroite vers A, elle pourroit seulement en donner à l'endroit où le paneau a toute sa largeur, comme en E I; mais quelle difference de longueur y a-t'il entre la corde A G, dans cet exemple & son arc, qui n'est que d'environ 13. dégrez? elle est si petite qu'on peut la négliger. Il n'en étoit pas de même dans l'ancien trait, où le panneau avoit le double de cette largeur en R *r*, fig. 170.

Ainsi pour faciliter cette construction sans inconvenient, on peut tout d'un coup former une surface sphérique, & y appliquer les panneaux de dévelopement. En effet après avoir formé à la rigueur les deux portions de surfaces coniques; on trouvera que pour y faire passer une surface sphérique, il n'y aura presque pas de ragrément à faire qui en vaille la peine, pour peu que la voute soit grande, & ce ragrément sera d'autant moindre, que la largeur du voussoir sera petite, à l'égard de la circonférence du cercle majeur de la Sphère; & ordinairement dans les voutes qui auront plus de 15. à 20. pieds de diamatre, il se réduira presque à rien.

Nous ne dirons rien des branches des voussoirs qui excedent la longueur de la partie commune A E, qu'on peut apeller le tronc, on peut les alonger autant qu'on le jugera à propos, suivant la grandeur de la pierre avec laquelle on fait le voussoir d'enfourchement, cette partie de branche qui excede le tronc, ne differant en rien des voussoirs des parties de voutes, dont les rangs sont verticaux, desquelles nous avons parlé cy-devant. Le joint de doële & de lit du panneau doit toujours être tiré au sommet S, comme W *æ*, *l* b^d &c.

La doële creuse étant formée en portion de Sphère, & les joins montans tracez, on abattra la pierre avec les biveaux de doële & de lit, comme il a été dit pour toutes sortes de voutes sphériques, soit que les joins de lit soient en situation verticale ou horisontale.

La seule attention que l'on doit avoir, c'est de tenir toujours le biveau perpendiculairement à l'arête du joint, tant sur la doële que sur le lit.

Aplication de ce Trait aux Voutes Sphéroïdes, surhaussées ou surbaissées.

Nous avons montré, ci-devant, que le systême de l'inscription des Cônes tronquez dans la Sphère, pouvoit aussi bien convenir aux cul-de-fours surhaussez ou surbaissez, qu'aux sphériques à simples rangs de Voussoirs, pourvû qu'ils ne soient pas sur un plan ovale, c'est-à-dire, que ce ne soit pas un Conoïde de base Elliptique. Il sera aisé de faire voir aussi que si les rangs de Voussoirs sont variez dans leurs di-

rections, les panneaux d'enfourchemens peuvent être faits par la même
Fig. 170. méthode que nous venons d'expliquer, si au lieu des arcs de cercles verticaux A F, A h, G e, qui ont servi à faire les profils des hauteurs des points E & H de la projection, on leur substituë des arcs Elliptiques sur haussez, si le cul-de-four excéde le plein ceintre; ou sur baissez s'il est plus bas, parce que nous avons donné au 2[e] livre, la maniere de trouver les Ellipses de toutes les sections d'un Sphéroïde, & nous en parlerons encore ci-après au chapitre suivant en parlant des Voutes Sphéroïdes.

Il est cependant vrai qu'en ce cas, les Cônes tronquez n'étant pas Droits sur une base circulaire, mais sur une base Elliptique, leurs dévelopemens ne seront plus des Couronnes de cercles, mais des Zônes comprises par deux courbes ondées, telles que sont celles des dévelopemens des Ellipses perpendiculaires à l'axe d'un Cône scalene, dont nous avons parlé au 3[e] livre, page 327, ainsi la construction devient beaucoup plus composée; c'est pourquoi, si l'on a de pareilles voutes à faire, je conseille plutôt la méthode précédente de l'usage des doëles plates, que de celle ci, parce qu'elle sera moins composée, plus expéditive & plus sûre; mais de telles sortes de voutes tombent rarement dans la pratique, un Architecte qui formeroit de pareils desseins, se tailleroit inutilement de la besogne difficile.

Explication Démonstrative.

La premiere partie de la construction qui concerne la formation des Cônes tronquez, & de leur dévelopement a déja été expliquée ci-devant, lorsqu'on a parlé de la formation du Trait des Voutes Sphériques, par le moyen de ce systême.

Il s'agit ici d'expliquer ce qu'il y a de particulier à cette espece de Voute, dans la variation de ses joins.

Il est visible que les rangs de Voussoirs étant tournez differemment, autant de fois que le Polygone inscrit a de côtez, il se forme aussi autant de Cônes tronquez, qui se pénetrent suivant les diagonales, A C, B C, D C, qu'il y a de rangs de Voussoirs enfermez dans le Polygone A B C, ainsi en les suposant prolongez, on peut considerer autant de Cônes égaux qui se pénetrent, dont les axes se croisent au point C; Or nous avons démontré au Théoreme 27. du premier livre, qu'en pareil cas les courbes faites par leur pénetration étoient planes, & qu'elles suivoient la nature de la position de la diagonale A C N, considerée comme un plan qui coupe ces Cônes perpendiculairement à leurs triangles par l'axe A S N, A s N; ici cette diagonale AN, coupe les deux

côtez du Cône S A, & S N, par conféquent elle forme une Ellipfe, & non pas un cercle comme l'a cru M. de la Ruë, avec les Auteurs qu'il critique, dont il n'a connu qu'une partie de l'erreur; car ce cas de fection circulaire ne peut arriver dans aucun Polygone infcrit, mais feulement fur une feule diagonale, lorfque les axes des Cônes fe confondent, comme il a été démontré au Théoreme cité du premier livre.

Dans les Polygones au deffus du quarré, cette courbe eft une hyperbole, ou bien une parabole, ce qui ne pourroit arriver que par un grand hafard.

Quelle que foit cette courbe, formée à l'angle rentrant par la pénétration des deux Cônes, il eft clair que fon dévelopement, fur une furface conique étenduë fur une plane, ne peut être une ligne droite, mais une courbe dont la convexité eft tournée vers la bafe, par conféquent deux de fes arcs tournez du côté de leur convexité, ne peuvent fe réünir dans un plan; donc cette courbe dévelopée ne peut être commune aux deux furfaces coniques opofées, qui forment la doële de l'enfourchement. Donc il eft impoffible de faire un panneau d'une feule piece qui puiffe s'y apliquer, fi fléxible qu'en foit le carton, c'eft pourquoi nous n'en faifons qu'une moitié.

Sans nous embarraffer de connoître cette courbe, nous la décrivons par notre conftruction, en faifant le dévelopement du triangle rectiligne G A E, qui repréfente la partie du Cône tronqué A B 2 G, reftant de la pénétration du Cône tronqué A *g* 9 D, hors de la diagonale A E; car fi on releve la portion de cercle G *e* E, fur fon côté G E, perpendiculairement au plan horifontal A B D, on connoîtra que c'eft une partie de la bafe du Cône tronqué G 2 B A, laquelle ayant été divifée à volonté en plufieurs parties égales 1, 2, 3; fi l'on fupofe des plans verticaux paffans par ces divifions, & par le fommet du Cône S, on aura fur le plan horifontal leurs projections en $b\,2^1$, $b\,2^2$, $b\,2^3$, qui donneront fur la diagonale A E, des divifions 2^1, 2^2, 2^3, correfpondantes à celles de la portion de bafe A *e*, aux points 1, 2, 3.

Presentement fi l'on tire des paralleles à la bafe G E, par les points 2^1, 2^2, 2^3, elles couperont la corde G A, aux points v *u u*, par où, & du point S pour centre, ayant fait des arcs de cercles concentriques au dévelopement G W, de l'arc de cercle dont G 2 eft la projection, chacun de ces arcs feront les dévelopemens des lignes droites $u\,2^1$, $u\,2^2$, v 2^3; or puifque nous avons déja fait l'arc G e^d, fenfiblement égale à l'arc G *e*, par une operation Méchanique, (la Géometrie n'en fourniffant pas d'autre,) & que de fes divifions auffi

égales, nous avons tiré des lignes droites au sommet S du Cône, il est visible que ces arcs de dévelopemens sont divisez proportionnellement à ceux de la projection A E, par conséquent que les points 1^1, 1^2, 1^3, répondroient exactement sur 2^1, 2^2, 2^3 de la projection, si le dévelopement G e^d A, étoit replié sur la portion de Cône G A E, qui est hors de la section A E, par conséquent la courbe A 1^2, e^d, est le vrai dévelopement de la diagonale A E, de l'intersection des deux Cônes tronquez, & le triangle mixte A e^d i^d, sera le vrai panneau de la moitié du tronc de l'enfourchement, qui est le dévelopement de la surface conique triangulaire, marquée au plan horisontal A E I, *ce qu'il falloit faire.*

Ce Panneau étant suposé bon, il est clair que l'aplication en a été bien faite sur la pierre, car nous avons pris l'angle rentrant que font les cordes A G, & A *g*, qui sont à la surface des deux Cônes tronquez qui se pénetrent au dessus du point E, où elles font un angle un peu plus aigu que n'est l'angle *g* A G; ainsi nous avons donné à chaque moitié du tronc de l'enfourchement l'inclinaison qu'elle doit avoir à l'égard de l'autre avec laquelle elle fait un angle rentrant, suivant la courbe A *y e*, de la fig. 175, comme nous l'avons dit. *Fig.* 175.

Apre's avoir démontré la justesse de notre Trait, il est à propos de faire voir en quoi péche celui des anciens Auteurs de la coupe des pierres, pour montrer la fausseté du raisonnement du Pere Déchalles qui l'avoit adopté, & supléer à la remarque de M. de la Ruë, qui a bien indiqué la faute de leur Trait, mais non pas d'où elle venoit, ni en quoi elle consistoit, car la *preuve* Méchanique qu'il a voulu donner par le moyen des piéces mobiles de papier découpé, n'est que l'exposition d'un seul cas, qui ne conclut pas pour les autres, & qui n'éclaire point l'esprit.

Démonstration de l'erreur de l'ancien Trait des Panneaux d'enfourchement des Voutes Sphériques, fermées en Polygone.

On peut démontrer cette erreur par plusieurs raisons.

1°. Parce que le Panneau qui est la partie commune de deux Couronnes de cercles, qui sont le dévelopement de deux Cônes tronquez, qui se croisent en changeant de place, change aussi de grandeur relative de l'envelopement, ou dévelopement.

2°. Parce qu'on ne peut faire ce Panneau d'enfourchement de doële, d'une seule piéce.

3°. Parce que la ligne du milieu de ce Panneau, ne peut être une ligne droite.

4°. Parce que ſupoſant qu'elle pût l'être, elle ſeroit trop courte pour ſe plier ſur l'arc de cercle de la Sphère, auquel elle doit s'apliquer d'un bout à l'autre.

La premiere ſource de l'erreur de Philibert De Lorme, inventeur des Panneaux de dévelopement des Doëles Sphériques en ſurfaces, aplicables aux Cônes tronquez, vient aparamment de ce qu'il a cru que puiſque la Couronne de cercle G W α A, étoit le dévelopement du rang de vouſſoirs G 2 B A, & que l'autre portion de Couronne g t T A, étoit celui du rang g 9 D A, la partie X R x r, commune à ces deux Couronnes devoit être le panneau de l'enfourchement, exprimé dans la projection horiſontale, par le Rhumbe A Q E q, qui eſt auſſi commun aux deux Cônes G B & g D, qui ſe croiſent.

Mathurin Jousse, le Pere Deran, & ce qui eſt encore plus ſurprenant le Pere Dechalles, qui étoit Mathématicien, ont donné dans la fauſſe lueur de ce raiſonnement, ſans s'apercevoir qu'il ne pouvoit conclure que pour un dévelopement, dont les parties demeuroient entre elles à même diſtance où elles étoient, ſur la ſurface du corps envelopé.

Or, il eſt clair que les deux Couronnes de cercles, qui ſont des dévelopemens des deux Cônes tronquez G B, g D, inſcrits dans la Sphère, n'ont pû être tranſportées ſur une ſurface plane, leurs côtez A G, A g, reſtans immobiles, ſans que leur partie commune change de place & de grandeur; donc elle ne peut repréſenter celle qui eſt commune aux deux Cônes, qui ſe croiſent dans la Sphère.

Pour prouver cette mineure, il ſuffiroit de montrer la figure 170, où l'on voit que les deux arcs A b x, A d x, qui ſont les dévelopemens des arcs A B, A D, s'écartent du point A avant que de ſe réünir au point x, d'où il ſuit que ce point x, ne doit plus repréſenter le point A, affecté à la naiſſance horiſontale des arcs de dévelopement, ni la ligne X x, la courbe d'interſection des Cônes en angle rentrant, exprimée à la projection par A E. *Fig.* 170.

Pour prouver ces dernieres conſéquences, j'établis le Lemme ſuivant.

LEMME.

Si l'on fait mouvoir deux Couronnes de cercles égales, qui ſe croiſent autour de leurs rayons ou diametres, comme ſur des axes de révolution, je dis:

1°. *Que plus les axes de révolution seront inclinez entre eux, plus l'intersection sera éloignée de la ligne qui passe par les deux centres des Couronnes.*

2°. *Que plus l'intersection sera éloignée de cette ligne, plus la diagonale qui lui est perpendiculaire sera courte, & au contraire plus la diagonale de la partie commune des deux Couronnes, perpendiculaire à la précédente, sera longue.*

Fig. 173. SOIENT (fig. 173.) deux portions de Couronnes de cercles égales, H *g* A I, A F K *d*, dont les rayons C *g*, T *d*, sont en ligne droite; Soient aussi deux autres Couronnes de cercles égales aux précédentes, H *g* A I, G A W *u* A, dont les axes C *g*, C^2 G, se croisent en A, on tirera par l'intersection X, la ligne X *o*, perpendiculaire à la ligne C c^2, passant par les centres C, c^2; je dis que X *o*, est plus grand que *e* A, & *x* X plus petit que *e* A.

LA premiere partie est claire, car les lignes C X, & C *e*, sont égales comme rayons du même cercle, & C *o* plus petit que C A, oposée à l'angle droit C *o* A; or dans les triangles rectangles C *o* X, C A *e*, la somme des quarrez de C *o*, + o X, est égale à celle des quarrez de C A + A *e*, donc en retranchant le quarré de C *o*, plus petit que celui de C A, il restera X *o*, plus grand que *e* A.

SECONDEMENT, suposant les Couronnes & la ligne X *o* prolongées, il est clair que *o* X = *o* Z, & *o* *x* = *o* A, par conséquent X *x* = A *z*, par la même raison A *e* = A E. Or par la 31e. du 3e. livre d'Eucl, ou par la 15e. du même A E = A *e*, est plus grand que A *z*; donc A *e* est plus grand que X *x*, *ce qu'il falloit démontrer.*

PAR la même raison, si l'on supose une autre portion de Couronne H I A *g y* Y, dont le centre est au point 4, qui coupe la précédente H *g* A I; on démontrera que la diagonale Y I, est plus petite que X *x*; car puisque A *y* = Y I, & X *x* = A *z*, & que la ligne A *y*, s'aproche plus de la ligne C *g*, qui passe par le centre du cercle, A *z*, sera plus grande que A *y* = I Y, donc X *x* = A *z*, est plus grand que I Y, *ce qu'il falloit secondement démontrer.*

NOUS n'avons pas besoin de démontrer que l'autre diagonale devient plus grande, pour le sujet dont il s'agit, on peut le voir dans la figure, il nous suffit de conclure que si les axes diviennent paralleles, comme C *g*, C^3 N, alors la diagonale de la partie commune aux deux Couronnes, qui passe par leurs centres, est la plus petite qu'il se puisse, parce qu'alors elle est égale à la différence du grand & du petit rayon de chaque Couronne; & que si les axes concourent en ligne droite, elle est plus grande, étant égale au Sinus droit de l'arc *e g*, dont cette difference

difference eſt le Sinus verſe, & qu'elle s'étend depuis le diametre à la circonférence extérieure, au lieu que les autres diagonales n'arrivent point au diametre.

Corollaire I.

D'ou il ſuit que plus l'angle que font les côtez des Cônes S A *s*, deviendra aigu, plus la diagonale S *s*, s'éloignera du point A, & de ſon équidiſtant *x*, par conſéquent plus l'intervale *x* X ſe racourcira; c'eſt-à-dire que l'erreur du premier panneau d'enfourchement ſera plus grande; or comme cet angle S A *s*, eſt égal à ſon opoſé au ſommet G A *g*, que font entre elles les cordes inſcrites G A, & *g* A, dans les rangs de vouſſoirs verticaux qui ſe croiſent; il ſuit que plus les rangs ſeront larges, les angles qu'elles feront entre elles en A, étant plus aigus, plus auſſi il y aura d'erreur, & par un raiſonnement contraire, plus ils ſeront étroits, moins il y en aura; de ſorte que s'ils étoient infiniment étroits, la diagonale ſe confondroit avec la tangente au point A, & alors l'erreur s'évanoüiroit avec le Paralogiſme du P. Déchalles, & toute la conſtruction du Trait.

Corollaire II.

Non ſeulement les differentes largeurs des rangs de vouſſoirs, changent les angles des arcs des Couronnes, mais encore le nombre des côtez du Polygone inſcrit dans le cercle, raprochant ou éloignant la diagonale S *s*, du point A, change auſſi la grandeur de la partie commune aux deux Couronnes de cercles, parce qu'elle racourcit ou alonge les rayons G S, *g s*; d'où il ſuit que plus le nombre de ces côtez eſt grand, plus ces rayons ſont courts, parce que l'angle A C S, qui eſt la moitié de celui du Polygone, devient plus aigu, & par conſéquent la largeur des Couronnes a un plus grand raport à ſon rayon. La corde A *g*, c'eſt-à-dire la largeur du rang de vouſſoir, reſtant égale, parce qu'elle fait toujours la même angle avec le rayon A C, du Polygone de quelques nombres de côtez qu'il ſoit.

La *ſeconde raiſon* qui condamne l'ancien Trait, eſt qu'on ne peut faire ce panneau de doële d'enfourchement d'une ſeule piéce, parce que les Cônes tronquez G B, *g* D, qui ſe croiſent en A E, font un angle rentrant ſolide curviligne, qu'on peut conſiderer comme une ſuite de ceux que feroient des pyramides d'une infinité de côtez. Or nous avons démontré au 3e. livre, qu'on ne peut faire le dévelopement d'un angle ſolide d'une ſeule piece, qui n'eſt pas diviſée par quelque angle rentrant, pénétrant juſqu'au ſommet de l'angle ſolide; parce que (par la 21. prop. du 11e. livre d'Euclide, les angles qui compoſent un

angle solide sont moindres que quatre droits ; donc il est impossible de faire d'une seule piece un Panneau de surface sur une matiere si fléxible qu'on voudra, qui puisse se plier & s'adapter parfaitement à l'angle rentrant de deux Cônes qui se croisent sans être plié en double, mais seulement de deux moitiez égales, comme nous le faisons dans notre nouveau Trait.

La *troisiéme raison* est que le dévelopement de la ligne d'intersection de ces deux Cônes, ne peut pas être une ligne droite ; car soit que cette ligne soit une Ellipse, comme nous l'avons démontré au premier livre, d'un cas pareil à celui-ci, soit qu'elle soit d'une autre section conique ; il est clair, (par ce que nous avons dit au 3e livre du dévelopement des sections coniques sur la surface du Cône,) qu'elle ne peut être une ligne droite. Or une telle courbe ayant sa concavité tournée du côté du sommet S, ou *s* du Cône, elle aura sa convéxité tournée du côté de la base ; donc les deux arcs oposez ne pourront se réünir en une ligne droite ni courbe, mais seulement se toucher en un point, d'où elles s'écartent l'une de l'autre ; par conséquent les deux panneaux de chaque moitié dont la projection est A Q E, ou A *q* E, ne peuvent être assemblées en surface plane continuë, & si la concavité est tournée vers la base comme aux hyperboles, elles enfermeront un espace hors œuvre, qu'il faut retrancher de la surface, sur laquelle on les assembleroit, & qui les diviseroit encore en deux panneaux.

Fig. 170. Enfin *la quatrième raison*, qui est le défaut dont M. de la Ruë s'est aperçû, est que la ligne du milieu du panneau X *x*, est trop courte pour être couchée sur la Sphère, depuis le point A, au point F, auquel elle répond, comme on peut le voir en élevant sur A C, au point E, de la rencontre de la projection des Cônes tronquez, une perpendiculaire E F, sur le rayon A C, la ligne X *x* devroit être égale à l'arc A F.

Cette inégalité ne peut se démontrer que pour un cas particulier, & encore en suposant la rectification du cercle, parce qu'elle est variable. 1°. Suivant la largeur des voussoirs qui donne un plus grand ou un plus petit raport de l'arc A *g*, à l'arc A F, secondement suivant le nombre des côtez du Polygone inscrit dans la Sphère, qui donne une plus grande ou une plus petite diagonale A E ; car si au lieu du triangle A B D, on avoit inscrit un exagone A P B *p* D p A, on auroit eu une diagonale B *f*, beaucoup plus petite que A E, & l'arc B 1^{7}, auquel elle répond, auroit eu un moindre raport à B *f*, & B 1 ou A *g* son égale, un plus grand raport à cet arc, par conséquent une moindre erreur.

Ainsi lorsque M. de la Ruë détermine celle de la voute de four *sur un quarré*, d'environ un sixiéme, (ce qui ne s'accorde cependant pas avec la figure,) il ne peut le dire que dans la supposition de l'exemple

qu'il en donne, où le quart de cercle horisontal n'est divisé qu'en cinq voussoirs ; car s'il l'avoit été en quinze ou en dix-neuf, comme il le seroit pour une Voûte de 21. pieds de diametre, l'erreur diviendroit si peu sensible, que l'Apareilleur ne s'en apercevroit peut-être pas.

Il importe peu de connoître cette erreur précisement, puisqu'il faut rejetter ce Trait ; cependant comme il se peut trouver des gens curieux d'éxactitude, je vais donner le moyen de la trouver avec précision.

Soit l'arc A P B, ou A G D, divisé en 9. voussoirs, cet arc étant le tiers du cercle, sera de 120. dégrez, par conséquent la 9e. partie sera de 13 dégrez 20', ainsi ôtant $13^d\ 20'$ de 180, il reste pour l'arc G D *p*, $166^d\ 40'$, & pour l'angle G A C, $83^d\ 20'$, ou pour son suplément à deux droits $96^d\ 40'$, qui est l'angle C A S. Fig. 174.

Presentement, 1°. dans le triangle C A S, on connoît l'angle A C S, de 60^d ; l'angle C A S, de $96^d\ 40'$; donc on connoîtra l'angle C S A, de $23^d\ 20'$. On connoît de plus le rayon C A, que nous suposerons de 1000. parties ; ainsi on trouvera par la Trigonometrie le côté A S de 2186.

Secondement, dans le triangle A S *o*, rectangle en *o*, on connoît l'angle *o* A S, égal à son oposé, au sommet G A C, de $83^d\ 20'$, & son complément $6^d\ 40'$, qui est l'angle A S *o* ; ainsi on connoîtra le côté *o* S, de 2171, & *o* A, de 254.

Troisiémement, il faut chercher la valeur de la corde A G, qui sera la base d'un triangle isoscele G A C, où l'on connoît les deux angles à la base de $83^d\ 20'$, & l'angle A C G, de $13^d\ 20'$. On connoît de plus ses côtez, qui font le rayon A C = C G ; ainsi l'on parviendra à connoître la corde A G, de 230.

Quatriémement, pour avoir le Sinus X *o*, de l'arc X R *n*, on ajoutera 230. au côté S A 2186, ce qui donnera le rayon S G de cet arc de 2416, du quarré duquel ôtant le quarré du Sinus du complément S *o* de 2171, il reste pour le Sinus *o* X 1060 ; dont il faut retrancher *o x* = *o* A de 254, il restera pour la valeur de la ligne X *x* 806, *qu'il falloit premiérement trouver.*

Cinquiémement, pour comparer la longueur de cette ligne X *x* à l'arc A F, auquel elle doit s'apliquer, il faut chercher la valeur de sa projection A E, par le moyen du triangle A G E, où l'on connoît l'angle A E G de 30^d, l'angle G A E de $83^d\ 20'$, par conséquent le troisiéme A G E de $66^d\ 40'$; on connoît de plus le côté A G de 230.

Donc on parviendra à connoître A E de 422, qu'il faut ôter du rayon A C 1000, reste 578, pour le Sinus du complément de l'arc cherché, dont on trouvera le nombre des dégrez par cette analogie, comme 1000 est au Sinns total, ainsi 578 est au Sinus de $35^d\ 19^l$, dont le complément est $54^d\ 41^l$.

Presentement, il ne reste plus qu'à rectifier cet arc d'environ 55 dégrez pour en connoître la longueur, & la comparer à la ligne trouvée X *x*, par l'analogie ordinaire; comme 100 est à 314, ainsi 2000 est à 6280, & ensuite comme 360, 6280 :: $54^d\ 40^l$, 952. Or nous avons trouvé X *x* de 806, ainsi cette ligne est à l'égard de l'arc sur lequel elle doit se plier, comme 806, est à 952, où ce qui est la même chose 403 à 476, aprochant comme 7 à $8\frac{1}{4}$.

Par un semblable calcul, on trouvera que dans la Voute Sphérique *sur le quarré* dont le quart de cercle horisontal est divisé en cinq parties, comme l'exemple de la Planche de M. de la Ruë, la ligne X *x*, sera à son arc A F, comme 744, est à 873; ce qui est un peu different du raport du sixiéme que cet Auteur a trouvé, car prenant pour 3[e]. terme 6. le quatriéme est $7\frac{15}{372}$.

Si l'on veut se contenter de trouver cette erreur sur la figure du Trait, il n'y a qu'à rectifier l'arc A F, le porter en A *z*, & continuer l'arc X G, en Y; l'intervale Y Z, est la longueur qui manque au milieu du panneau X *x*, parce que la ligne S *o*, étant perpendiculaire sur X Y, *o* X, est égal à *o* Y, & $ox = oA$, donc $AY = xX$, cette maniére est plus exacte qne de porter l'arc sur X *x*, parce que l'origine *x*, est moins sensiblement-déterminée.

REMARQUE.

Il faut observer ici, qu'à examiner le Trait dans la rigueur Géométrique, la ligne X *x*, ou la notre A e^d du vrai panneau doit encore être plus courte, que celle du dévelopement de l'arc A F de la Sphère, parce que cette ligne est le dévelopement de l'Ellipse d'intersection des deux Cônes tronquez A S N, A *s* N, laquelle est toute dans le cercle depuis le point A, jusqu'au point F, marqué e^f dans la fig. 175, au dessous, lequel point F, est l'intersection des Cônes tronquez inscrits dans la Sphère.

Pour le démontrer, soit A 2^b N l'Ellipse d'intersection de ces Cônes, & A *efp* le demi cerche majeur de la Sphère, qui coupe cette Ellipse au point *ef*. Ayant pris à volonté des points v & *u*, sur A N, & élevé sur ces points des perpendiculaires v *z* *u* Z, elles couperont le cercle & l'Ellipse, l'un en *y* en dedans, l'autre en *z* au dehors.

Par une des proprietez de l'Ellipse, on aura $AEN . AuN :: \overline{Ex}^2 . \overline{uY}^2$, mais $\overline{Ex}^2 = AE \times Ep$, par la nature du cercle ; donc $AE \times EN . Au \times up :: Au \times un . \overline{uY}^2$, & $AE \times Ep . Au \times up :: \overline{Ex}^2 . \overline{uz}^2$, par la propriété du cercle ; or le raport de pu à uA, est plus grand que celui de nu à uA ; donc le raport de uz à Ex, est plus grand que celui de uY à Ex, donc uY est plus petit que uz, par conséquent tous les points de l'Ellipse, sont au dedans du cercle, donc l'arc Elliptique Ayx, est plus court que l'arc circulaire Ax, *ce qu'il falloit démontrer.*

De la Seconde espece de Variation des Joins, inverse de la précédente.

En termes de l'Art,

Des Voutes Sphériques faisant le Plan d'une Voute d'Arête.

Ce qu'on apelle *Voute Sphérique, faisant le plan d'une Voute d'arête*, n'est qu'un renversement de la disposition des joins des Voutes Sphériques fermées en Polygones. Dans celle-ci, fig. 176 & 177, l'ouverture des angles du Polygonne est disposée du centre C, à la circonférence du cercle horisontal, ou ce qui est la même chose, du Pôle de l'horison à ce cercle de base, comme on peut le voir à la fig. 177 en perspective, coupée à moitié dans son élevation ; & dans les Voutes Sphériques fermées en Polygone, les joins de lit sont disposez de la circonférence au centre ; non que dans l'une ou dans l'autre les angles des enfourchemens, soient tous au centre ou à la circonférence ; mais dans une situation parallele à ceux qui sont au centre, ou à la circonférence. Ainsi dans cette espece de Voute, les enfourchemens dont la situation étoit d'avoir la pointe en bas, & les branches en haut, sont au contraire tournez la pointe en haut & les branches en bas, ce qui ne change en rien la construction que l'on a donné dans les articles précedens, puisqu'il ne s'agit que de la renverser.

D'ou il suit que l'on peut exécuter ces sortes de Voutes de trois maniéres, comme celles qui sont fermées en Polygone, sçavoir.

1°. Ou par l'inscription des arcs qui forment les côtez des Voussoirs dans un segment de Sphère, si la Voute est parfaitement Sphérique.

2°. Ou par les panneaux des Cônes tronquez dévelopez.

3°. Ou par la réduction de la Sphère en Polyëdre, c'est-à-dire par les panneaux de doële plate.

Il suit secondement, qu'en suivant la méthode des Auteurs qui en ont

écrit, parmi lesquels M. de la Ruë n'est pas compris, parce qu'il n'a pas parlé de cette espéce de Voute, on trouvera les mêmes erreurs pour les panneaux d'enfourchemens qu'on a exposez en parlant des Voutes Sphériques fermées en Polygone, mais en sens contraire; car au lieu que dans celle ci le panneau étoit trop court, dans les Voutes Sphériques faisant le plan des Voutes d'arête, ces panneaux se trouvent trop longs d'une samblable quantité; ce qui est bien sensible, puisque c'est

Fig. 176. la même construction renversée. Ainsi fig. 176., l'intervale b^4 P de la ligne du milieu, est plus court que R P trouvé suivant l'ancienne méthode, par l'intersection de l'arc L R, tiré du centre S, & de la diagonale G R, du Polygone qui est ici un Pentagone A D E G 5.

On pourroit se dispenser d'entrer dans le détail de cette construction en renvoyant le Lecteur à la précédente qu'il ne s'agit que de renverser, mais crainte de me rendre obscur en affectant d'être concis, je vais l'exposer au long, parce que l'une servira d'explication à l'autre.

Fig. 176. Soit pour exemple (fig. 176.) le cercle horisontal A K B F, qui est la base ou l'imposte de la Voute Sphérique dont on veut disposer les joins, en sorte que leur direction projetée, soit telle que le seroit celle d'une Voute de cinq arêtes. Ayant divisé sa circonférence en cinq parties égales aux points A, D, E, G, 5, on tirera par ces points & par le centre C, autant de diagonales A B, D F, E g, G P, 5 K, dont une moitié D C, A C, E C, &c. donnera la direction du milieu des joins de lit qui se trouvent dans les secteurs P C K, P C g, g C F, &c. & l'autre moitié du diametre donnera la diagonale de tous les angles d'enfourchement, comme P C, C g, C F, &c.

On divisera ensuite chaque cinquiéme partie de la circonférence, comme P K, K B, &c. en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Voussoirs, lesquelles doivent être en nombre impair, afin qu'il y en ait une au milieu, comme P g, en L, M, N, O, g, en sorte que l'intervale M N, donne un rang de Voussoirs, dont le milieu soit suivant le rayon A C, qui divise l'arc P g, en deux également, afin qu'il y ait cinq rangs de Voussoirs qui se croisent en C, d'où ils partent en forme de rayons d'étoile.

Le plan horisontal étant ainsi tracé comme on voit dans la figure, on se déterminera au choix de la méthode, dont on veut se servir pour l'apareil.

Premiere Méthode.

Si la Voute est parfaitement Sphérique, on peut l'exécuter *par l'inscription* des arcs de cercles, qui forment les côtez des Voussoirs d'en-

fourchement dans des segmens de Sphère, comme nous l'avons dit des Voutes fermées en Polygone. Il ne s'agit que de les chercher, en prolongeant les lignes droites de la projection, jusqu'à ce qu'elles coupent la circonférence de part & d'autre, & donnent par ce moyen leur diametre.

Ainsi pour avoir l'arc L 4, dont L H est la projection, on prolongera L H jusqu'en *ll*, & ayant divisé L *ll* en deux également, en ½, on fera au dessus ou au dessous de L H un arc indéfini, puis on élevera sur L H une perpendiculaire H 4, au point H qui coupera cet arc au point 4, l'arc L 4 sera celui d'un des côtez du Voussoir, & la valeur de la projection du côté L H, égal à H X; de même pour trouver l'arc du milieu de l'enfourchement, dont la projection est P H, on élevera en H, une perpendiculaire H Q, sur le rayon H C, l'arc P D Q sera celui du milieu que l'on cherche. On a aussi dans l'horison l'arc L P X; ainsi par le moyen de leurs cordes on inscrira ces arcs dans un segment de Sphère préparé, comme nous l'avons dit, pour y tracer le Voussoir du premier enfourchement, les suivans se trouveront de même.

Seconde Méthode, *par Panneaux fléxibles.*

Ayant divisé l'arc L 4, formé comme il a été dit ci-devant, sur le diametre L *ll*, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points au contour du Panneau d'enfourchement, on prolongera la corde L P, jusqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire C S, sur le milieu du diametre L *ll*, au point S, où sera le sommet du Cône tronqué, dont L P est une partie de côté. De ce point S pour centre, & S L pour rayon, on décrira un arc L R, sur lequel on portera les parties de l'arc L 4 successivement, pour y avoir une même longueur de contour L b^4.

On tracera ensuite la courbe b^4 P du milieu de l'enfourchement, de la même maniére qu'on a tracé celle du premier Voussoir de la Voute Sphérique précédente fermée en triangle, en menant *premiérement* des perpendiculaires sur L H, par les divisions 1, 2, 3, 4 de l'arc L 4, qui tomberont sur L H aux points *t* & T. *Secondement* par ces points *t* & T, des lignes droites au point S, qui couperont P H aux points *u* v. *Troisiémement* par ces points *u* & v, des paralleles à L H, qui couperont la corde P L aux points *o n*. *Quatriémement* par ces points & du point S pour centre, on décrira des arcs indéfinis *o* 5, *n* 6, &c. dont les longueurs seront déterminées aux points 5, 6, & 7, par les interfections des lignes droites tirées des divisions de l'arc L b^4, au point S, la ligne menée par les points b^4, 5, 6, 7, P, sera le côté du demi panneau d'enfourchement, qui doit être apliqué au milieu du premier Voussoir, com-

me en P *b*, de la fig. 178. dans un angle rentrant de deux portions de Cônes tronquez qui se pénetrent, comme il a été dit au Trait précédent. Les Voussoirs suivant au dessus se feront de même.

REMARQUE.

Il faut cependant remarquer dans cette méthode, que l'on ne peut faire des panneaux de doëles des rangs de Voussoirs qui sont sur les rayons A C, D C, E C, &c. parce que les cordes de l'arc M N, & de ses semblables étant paralleles à la ligne C S, qui est l'axe commun des Cônes tronquez établis sur les cercles, dont L H & M I sont les projections d'une partie de leurs bases, ces cordes, dis-je, ne peuvent rencontrer un tel axe, de sorte que tous les rangs de Voussoirs, depuis l'imposte juqu'au sommet de la Voute représenté par le point C en projection, doivent être ébauchez comme des portions de Berceaux, & non pas de Cône, comme les autres Voussoirs faits suivant ce systême des Cônes tronquez inscrits dans la Sphère, & ensuite creusez en portions de Sphère, comme les rangs verticaux des Voutes Sphériques simples, où il n'y a pas de changement de direction des joins, à moins que l'on ne voulût diviser la doële en deux portions de Cônes, tournez en sens contraire, ce qui seroit se donner inutilement du travail, & s'amuser à la bagatelle.

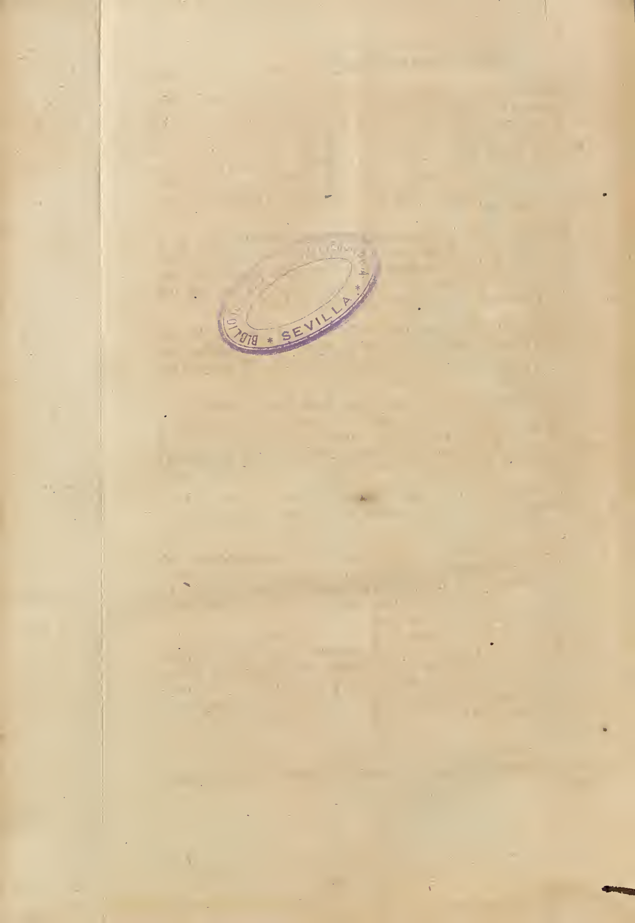
Troisiéme Méthode, *par Panneaux de Doële plate.*

On formera un triangle isoscele avec trois côtez donnez, sçavoir la corde L X, de l'arc horisontal L P X, & les deux cordes égales à
Fig. 176. L 4, de l'arc vertical L 2 4, dont L H & X H sont les projections, ce triangle représenté en L *b x*, de la fig. 178, sera la doële plate du premier Voussoir d'enfourchement.

On cherchera ensuite le biveau de doële plate & du plan vertical, passant par chaque joint montant, en suposant à peu près comme au Trait précédent, une pyramide triangulaire L p^h *x* H, dans le vuide de la Voute, mais en situation naturelle, la base en bas & la pointe en haut, au lieu qu'à ce Trait elle étoit renversée. Ainsi ayant ajoûté de part & d'autre du triangle *l b x*, de la fig. 178, les triangles égaux A *l b*, *a x b* formez sur ses côtez, par l'intersection des lignes prises pour rayons, & des points *l* & *b*, *x* & *b* pour centres, à la fig. 179. en L H & L 4, on trouvera par la même pratique l'angle E Y D, de la fig. 179, dont le suplément E D *u* est celui que l'on cherche, par le moyen duquel on aura la coupe *l x* X, de la fig. 178, qui résultera de l'angle du plan vertical passant par H *x*, & du plan incliné de la doële plate L *b x*, qui est en surplomb sur la base de suposition L p^h *x*.

L'Aplication

171.
172.
170.
173.
174.
175.


SEVILLA

L'Aplication du Trait fera facile, ayant dreffé un parement pour y apliquer le Panneau triangulaire de doële plate, on abattra la pierre pour former les joins montans avec le biveau E D *u*, de la fig. 179, & avec le biveau formé fur l'angle Q *z* R, de la fig. 176, où l'on fupofe le point *z* au milieu de la corde L X, en dedans du point P, qu'on a fupofé ci-devant à la circonférence avec ce biveau pôfé perpendiculairement fur le côté L *x*, de la fig. 178, on abattra la pierre pour former le lit de deffous.

Les Vouffoirs d'enfourchemens qui doivent fe pofer au deffus fe feront de même, avec cette difference, qu'on ajoûtera une partie de longueur au deffous de l'angle rentrant, pour avoir une partie de la naiffance des branches qui font ici renverfées du haut en bas, au lieu qu'au Trait précédent elles s'ouvroient du bas en haut.

Les furfaces des joins montans étant faites, on y apliquera les cerches des arcs dont les arêtes de la doële plate font les cordes, qui font à la fig. 176; les arcs L 2' 4, pour le joint *l z h*, de la fig. 178, & L P X, de la fig. 176, pour le lit L P *x*, de la fig. 178.

On trouvera auffi la cerche du milieu de la doële, à la fig. 176, fur l'arc P D Q, qui eft déterminé par la droite H Q, perpendiculaire fur le rayon P C, d'un cercle majeur paffant par le point P, où eft le milieu de la bafe horifontale du Vouffoir L X, & par le point H, où eft le fommet de la doële plate, repréfenté en L *h x*, de la fig. 178.

Le refte s'achevera comme aux Voutes Sphériques à joins fimples, en formant les lits & têtes par le moyen des biveaux de doële creufe, & de lit ou de tête.

Pour donner une jufte idée de l'impoffibilité du dévelopement des Panneaux d'enfourchement de cette Voute, comme à la précedente, fuivant *l'ancien Trait*, nous avons tracé une partie du panneau A I *z h* L, dans la place où le Trait le donne, en $I^2\ b\ h^2\ l^2\ m^2$, que nous avons diftingué par une hachure d'une moitié de ce panneau, laquelle anticipe fur celle qui ne l'eft pas $I^7\ h^2\ x^2\ y^2$, d'une quantité exprimée par la faillie de l'arc $I^2\ b\ h^2$, & comme l'autre moitié avance autant fur celle qui eft hachée en *d*, il fuit que la partie en fufeau $I^2\ b\ h^2\ d$, eft commune aux deux moitiez de panneau, par conféquent double; donc il eft impoffible d'exprimer ce dévelopement par une furface fimple, qui puiffe s'étendre fur une furface plane.

USAGE.

Cette difpofition des joins des Voutes Sphériques, fe met rarement

en pratique dans toute la surface, mais elle est très commune vers le sommet dans toutes les Rotondes décorées de Colomnes ou de Pilastres, dont la saillie est ordinairement en partie continuée dans la Voute, par des Arcs doubleaux, qui vont se réünir tantôt à la clef, tantôt à une bordure, qui renferme une Calotte, comme aux Chapelles du Dôme des Invalides à Paris, & ailleurs.

DES VOUTES SPHERIQUES, INCOMPLETES ET TRONQUE'ES.

TOUTES les Voutes en cul-de-four, qui sont moindres qu'un Hémisphère, ou Hémisphéroïde, peuvent être apellées *Incompletes*, cependant je crois devoir en distinguer de deux sortes.

LES unes que j'apelle *Incompletes ouvertes*, sont celles qui n'ont pour apui qu'un arc horisontal moindre que le cercle, & au reste se soûtiennent en l'air par l'art de leur apareil, ou sur une face comme les *Niches*, ou sur deux ou plusieurs, comme les *Trompes Sphériques.*

LES autres que j'apelle *Tronquées*, sont celles qui ont peu ou point de base horisontale, mais qui sont soutenuës par des murs en ligne droite, qui retranchent à chaque pan un demi segment de Sphère, tels sont les *Culs-de-fours en pandantif, sur un quarré ou sur un Polygone quelconque*, dont les apuis de naissance ne sont ordinairement que sur les sommets de leurs angles.

LA difference de l'arrangement des joins de lit des Voutes Sphériques, décide des differentes manieres dont on peut retrancher quelque partie de l'Hémisphère, sans alterer la solidité au point qu'elle ne puisse plus subsister, la raison est bien sensible, puisque cet arrangement change l'apui des rangs de Voussoirs, & la direction de leur *Poussée*, d'où il suit:

1°. QUE lorsque les rangs de Voussoirs sont horisontaux, & leurs lits assez en pente pour glisser, on ne peut rien retrancher de chacun sans les détruire, parce qu'en interrompant la continuité, l'effort qu'ils font en ce sens poussant au vuide, ils doivent s'écarter & tomber.

2°. LORSQUE les rangs sont verticaux, & de largeur uniforme, on peut les élever jusqu'environ à 25. dégrez de hauteur, parce que le frotement des lits peu inclinez les soûtient, mais environ à 30. dégrez ils coulent, & ne peuvent être retenus qu'en leur substituant un apui.

3°. LORSQUE les rangs sont inclinez vers un pôle horisontal, & d'épaisseur inégale en fuseau, tendant à ce pôle, on peut les élever jusqu'au quart de cercle, mais on ne peut rien retrancher des parties inférieu-

res, ni latérales ; cependant si l'on considere la rélation que les rangs de Voussoirs ont entr'eux dans une même Voute, on reconnoîtra que l'on peut quelquefois retrancher beaucoup de l'Hémisphère sans les détruire, & qu'en leur substituant des apuis de murs, on peut les tronquer tout comme l'on voudra.

On conçoît facilement qu'on peut retrancher des rangs de Voussoirs tous entiers, lorsqu'ils ne servent pas d'apui à un autre rang ; ainsi dans les arrangemens horisontaux, on peut retrancher autant de rangs que l'on veut, à commencer à la Clef qui est au pôle de l'horison, parce que chaque rang se contient lui-même dans l'effort qu'il fait horisontalement pour s'écarter, c'est-à-dire, en termes de l'Art, qu'il *fait Clef*, & qu'il est soûtenu par l'inférieur suivant l'effort qu'il fait verticalement ; ainsi d'une Voute Sphérique à rangs de niveau, on peut élever autant de rangs & si peu que l'on veut, sans achever la Voute.

Secondement, des rangs à plomb, on peut en faire des complets, si peu & autant que l'on veut jusqu'à la Clef de la Voute, c'est-à-dire, depuis le pôle horisontal jusqu'à l'équateur, où est le sommet de la Sphère ; mais on ne peut aller au-delà.

Troisiémement, des rangs inclinez à l'horison, qui aboutissent à deux pôles oposez de niveau, & qui diminuent en côtes de Melon, on peut comme aux verticaux en élever jusqu'aux pôles de l'horison, lorsqu'ils sont entiers ; je veux dire, lorsqu'ils vont d'un pôle de leurs cercles à l'autre, comme l'on conçoit les Méridiens dans la Sphère du monde Droite, dont l'équateur devient un cercle vertical, & dans ce sens on peut en élever si peu que l'on veut, parce que chaque rang a son apui sur les inférieurs collatéraux.

Dans cette troisiéme espece d'arrangement de rangs de Voussoirs inclinez à l'horison, on peut encore faire des retranchemens de leurs parties, depuis l'équateur jusqu'aux pôles ; de sorte qu'on peut conserver le même arrangement, & ne faire qu'un quart de Sphère, ou moins si l'on veut, parce que les apuis ont leurs directions au pôle qui est à la base horisontale.

Ces quatre circonstances sont les seules où l'on peut faire des Voutes Sphériques incompletes, c'est-à-dire, moindres que l'Hémisphère, & ouvertes.

Mais en leur donnant des apuis de murs de force suffisante pour résister à leur poussée, on peut les *tronquer* d'autant de façons que l'on voudra ; d'où il résulte qu'on peut établir une Voute Sphérique sur une enceinte de murs droits, disposez entr'eux en forme de tel Po-

lygone que l'on voudra. Nous nous arrêterons aux trois arrangemens de Voussoirs qui conviennent la mieux aux réguliers, pour que la direction de leurs joins y fassent une agréable simétrie, après que nous aurons traité des Voutes Sphériques incompletes.

Des incompletes ouvertes.

La premiere est celle qui est faite par rangs de Voussoirs, dont les lits sont plans & horisontaux, au lieu d'être inclinez & coniques, ce qu'on apelle *en tas de charge*, elle ne peut être mise en usage que pour des petites niches; & parce qu'il n'y a point d'Art dans son apa-
Fig. 185. reil nous n'en ferons pas mention, nous avertirons seulement qu'on fait un peu de coupe vers le sommet, parce que les arêtes y deviennent trop aiguës, & par conséquent cassantes. Cette disposition de joins n'est pas agréable à la vûë, par ce qu'elle n'est pas naturelle, on en peut voir l'effet, fig. 185.

PROBLEME. XVIII.

Faire une Voute Sphérique, ou Sphéroïde incomplete.

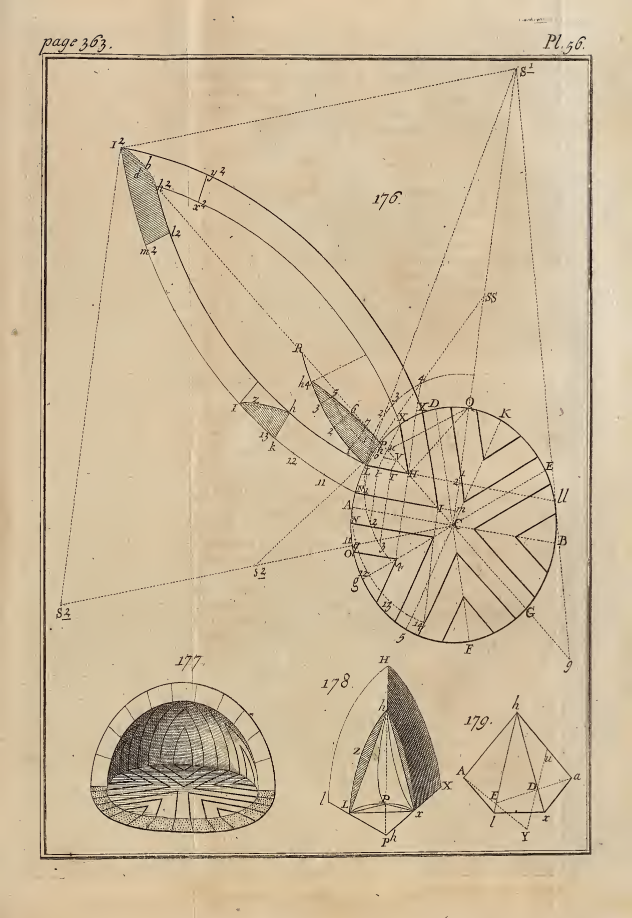
Ce Problême comprend trois cas. 1°. Lorsque la disposition des joins
Fig. 182. continus est en demi-cercles verticaux paralleles à l'équateur, en sorte
& 183. que leur pôle commun soit au milieu de la portion du cercle horisontal de l'imposte.

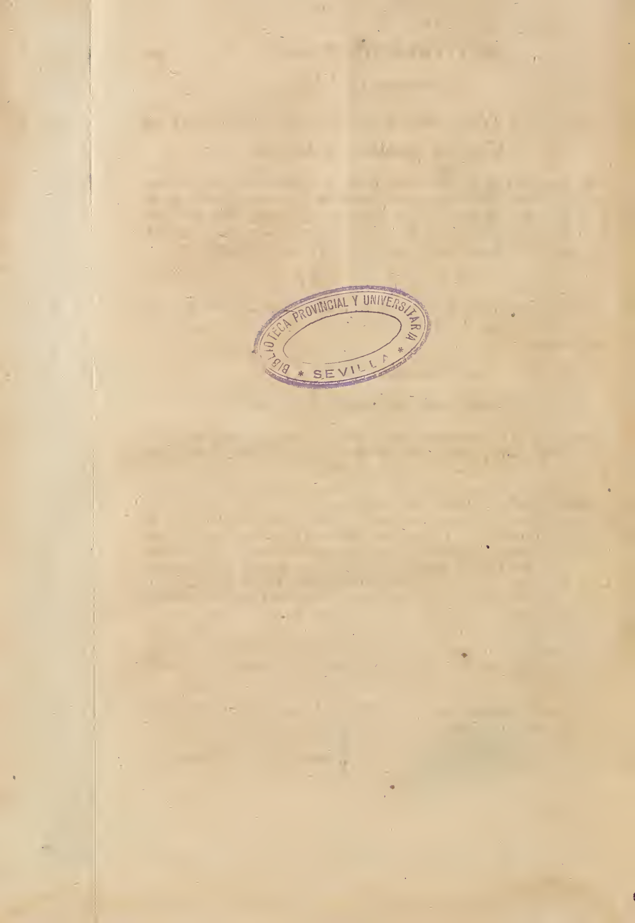
2°. Lorsque l'arrangement des rangs de Voussoirs est en côte de Melon,
Fig. 180. comme les intervales des Méridiens dans la Sphère armillaire; en sorte que leur commune interfection qui est au pôle de l'équateur, par lequel on supose la Sphère coupée, ou par un de ses paralleles, soit au milieu de l'arc horisontal de l'imposte, comme au cas précédent.

Fig. 186. 3°. Lorsque les Voussoirs étant ararngez de la même maniére, la Sphère n'est pas coupée comme dans les deux cas précédens, perpendiculairement à son axe, mais obliquement par deux ou plusieurs plans verticaux, ou si l'on veut inclinez à l'horison en talud, pourvû que l'angle des plans latéraux, ne fassent pas un angle plus aigu que celui de 45. dégrez avec l'axe mesuré horisontalement, parce qu'au dessous, les clavaux pousseroient trop au vuide.

PREMIER CAS.

Où les joins continus des rangs de Voussoirs, sont des *cercles verticaux perpendiculaires à l'axe de la Sphère, dont le pôle est au milieu de l'arc de l'imposte.*


176.
177.
178.
179.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
* SEVILLA *

En termes de l'Art,

Trompe en Niche droite pardevant, par rangs de Voussoirs paralleles à la face.

Ce premier Cas ne demande point de construction particuliére, puisque ce n'est que la moitié, ou moins si l'on veut d'une Voute de rangs verticaux, ou d'une Voute Sphérique ordinaire, dont les joins de lit sont changez en joins de tête; comme on peut voir à la figure 182, qui en est le plan horisontal, & 183 la vûë en perspective.

SECOND CAS.

Où les joins continus des rangs de Voussoir sont inclinez à l'horison, comme autant de Méridiens de la Sphère Droite, coupée par son équateur.

En termes de l'Art,

Trompe en Niche & en Coquille.

Soit (fig. 181.) le demi cercle A P B, le plan horisontal de la Niche à son imposte, dont le centre est C, on fera l'autre demi cercle A H B, pour l'élevation verticale de la Niche, quoiqu'il soit renversé ici du haut en bas, ce qui revient au même, comme nous l'avons fait observer dans les Principes du Dessein, au 3$^{e.}$ livre. On divisera sa circonférence en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Voussoirs, comme ici en cinq, aux points A, 1, 2, 3, 4, B; par lesquels on tirera, à l'ordinaire, des perpendiculaires sur son diametre A B, pour en avoir les projections en 1^p, 2^p, 3^p, 4^p, par lesquelles & par le point P, milieu du demi cercle A P B, où est un pôle de la Sphère, on fera passer autant de quarts d'Ellipses (par le Problême VII. du 2$^{e.}$ livre,) dont les deux axes sont donnez, sçavoir P H, commun à toutes les Ellipses pour grand axe, & 1^p C, 2^p C, pour les deux autres demi-axes, ces Ellipses seront les projections horisontales des cercles majeurs inclinez à l'horison, qui font les joins de lit de la Niche. *Fig.* 180. & 181.

Cependant comme l'on n'a besoin pour la construction, que d'un point ou deux de chacune de ces Ellipses, on peut s'épargner la peine de les tracer, supofé qu'il ne s'agisse que d'une Niche qu'on fait ordinairement, d'une ou deux piéces par chaque rang; car s'il s'agissoit

d'une plus grande Voute, comme pourroit être le Chevet de quelque Chapelle, il faudroit tracer les quarts d'Ellipses dans tout l'intervale de la ligne de face au pôle.

Pour trouver les points de la projection Elliptique des joins de lit à la jonction d'un Voussoir à son trompillon, ou à un second Voussoir, entre celui du devant & le trompillon, on menera par le point D, pris à volonté suivant l'éxigence de l'apareil, la ligne D E parallele à A B, sur laquelle comme diametre, ayant fait le demi cercle D *h* E, en haut ou en bas, il n'importe, & l'ayant divisé en même nombre de parties égales que le demi cercle A H B, si l'on abaisse par les divisions des perpendiculaires sur D E, elles donneront les points 1^t, 2^t, qui feront aux projections Elliptiques des joins de lit sur le plan horisontal, par lesquels & par les points correspondans sur A B, on menera des lignes droites indéfinies 1^p, 1^t, 2^p, 2^t, qu'on prolongera jusqu'à leur intersection avec la ligne du milieu C P, prolongée en S.

Par ce moyen on réduira la portion de Sphère A D E B, en portion de pyramide tronquée inscrite à l'Hémisphère, dont l'axe C S, est commun à la Sphère dans la partie C P, les cinq côtez de cette pyramide tronquée, seront autant de doëles plates des Voussoirs, desquelles il faut tracer les surfaces.

Si les divisions des Voussoirs sont égales, il est clair que toutes les doëles le seront aussi, en ce cas un panneau servira pour toutes.

Fig. 184. Ayant tracé à part, fig. 184, une ligne $3^\cdot$ 4, on lui fera une perpendiculaire M *m*, puis ayant pris la moitié de la corde de l'arc de tête du Voussoir qu'on veut faire, par exemple 1^3, 1^4, fig. 181, on la portera de part & d'autre du point *m*, de la fig. 181, en 1^3, 1^4, & la moitié de la corde $3^\cdot$ 4, de la fig. 184, qu'on portera en *m* 3, & *m* 4, de la fig. 184. Par les points $3^\cdot$ 4, on menera des lignes $3^\cdot$ 3^6, $4^\cdot$ 4^6 paralleleles à *m* M, & des points 1^3, 1^4 pour centres, & pour rayon l'intervale de la corde A D ou E B, on fera des arcs de cercles qui couperont les lignes $3^\cdot$ 3^6, $4^\cdot$ 4^6 aux points 3^6, 4^6, par lesquels on menera des lignes 3^6. 1^3, 4^6. 1^4, & 3^6. 4^6, le trapeze 1^3. 3^6. 4^6. 1^4, sera la doële plate que l'on cherche.

Les panneaux de lit seront tous égaux à celui de l'imposte O B E N, soit que les divisions des têtes des Voussoirs soient égales ou inégales entr'elles dans l'intervale A B E D.

Les *biveaux de lit & de doële* se trouveront par la maniere génerale, on prolongera la corde $3^\cdot$ 4, jusqu'à la rencontre du diametre A B en O,

la ligne tirée de O en S sera la section de la doële plate avec l'horison, on en usera de même pour les autres Voussoirs, excepté pour la Clef dont la section avec l'horison sera la ligne *u* S v, parallele à la corde 2' 3.

L'intersection des plans des lits prolongez avec l'horison sera comme dans les Voutes coniques, à l'axe P C H, où ils tendent tous par la direction des joins de tête ; avec ces deux lignes & les projections des joins de lit, on trouvera l'angle des plans qui est le biveau demandé.

On élevera sur le point 3^p, la perpendiculaire 3^p 3e, sur la projection 3^p 3e S, qu'on fera égale à la hauteur 3^p 3, & ayant tiré 3e S, on lui fera la perpendiculaire 3e K, qui coupera S 3^p prolongée en K, par où on menera la perpendiculaire F G, qui coupera l'axe P C en F, & S O prolongée en G ; sur S K prolongée, on prendra K *x* égal à K 3e, on menera F Y & *x*G, le suplément à deux Droits de l'angle F *x* G, donnera le biveau Y *x* L que l'on cherche.

On trouvera aussi le biveau de la doële & de tête, comme aux Voutes coniques ; ainsi ayant formé un morceau de Pyramide tronquée, on apliquera sur les plans des faces, les arcs de tête & de trompillon s'il est vertical, & sur les plans des lits, les arcs des Méridiens A D, B E, & l'on aura ce qui est nécessaire pour creuser la doële Sphérique exactement.

L'Aplication de ce Trait sur la Pierre n'a aucune difficulté, non plus que sa démonstration, dans laquelle il y a seulement une observation à faire sur la difference de cette espece de Voute avec les autres Sphériques ; c'est que les joins de lit sont plans & non pas coniques, parce qu'ils sont tous des cercles majeurs, dont le plan passe nécessairement par l'axe de la Sphère, au lieu que dans les autres especes de Voutes Sphériques, le plan du cercle du joint de l'extrados, & celui de la doële correspondant, ne sont pas dans un même plan, mais à la surface d'un Cône tronqué, comme nous l'avons dit, il n'y a dans celle-cy de joint conique que celui qui se fait à la tête du Voussoir qui joint le trompillon, encore pourroit-il être plan, si les arêtes ne devenoient pas trop aiguës, comme on le voit par l'angle mixte I E R ; il convient mieux de les faire suivant la coupe naturelle I E N, qui les rend droites, & la surface conique.

Il n'est pas nécessaire de dire pourquoi on fait un segment de Sphère au pôle qu'on apelle trompillon comme aux Voutes coniques, puisqu'il est visible que c'est par la même raison que les angles deviendroient trop aigus. Ces lits en joins coniques tant au trompillon qu'aux Voussoirs, se feront comme aux Voutes Sphériques ordinaires, en abat-

tant la Pierre suivant le biveau mixte I E N ou P E N, qui est le même au trompillon & au reste de la doële.

Remarque sur cette Construction.

L'AVANTAGE de cette construction sur celle des Auteurs qui ont écrit de la Coupe des Pierres, consiste en ce qu'elle s'aplique également aux Sphéroïdes, comme à la Sphère; la seule difference qu'il y a, c'est que les biveaux de la doële plate avec les plans des lits, ou des têtes dans les Voutes surhaussées ou surbaissées, ne peuvent servir que pour les deux Voussoirs collateraux correspondans, ce qui ne fait aucun changement à la construction, mais qui augmente seulement le nombre des opérations; c'est pourquoi nous n'avons pas jugé nécessaire d'en donner des exemples particulieres.

A l'égard de l'aplication des cerches pour l'excavation de la doële Sphéroïde, il faut toujours avoir attention à situer leurs plans dans la doële, comme les Ellipses d'où elles sont tirées sont situées dans le Sphéroïde, ou si elles sont circulaires, comme elles peuvent l'être, dans le sens qu'elles sont perpendiculaires à l'axe du Sphéroïde & qu'on veüille opérer avec justesse, il faut les situer par le moyen des biveaux mixtes, formez suivant la perpendiculaire à la tangente, comme I E N l'est dans la Sphère.

TROISIEME CAS.

Des Voutes Sphériques incompletes, dont les joins sont inclinez à l'horison, comme à la précédente, mais qui font une partie moindre qu'un quart de Sphère, *dont les faces sont dans deux plans qui font un angle saillant.*

En termes de l'Art,

De la Trompe Sphérique sur le Coin,
ou
De la Trompe sur le Coin & en Niche.

Fig. 187. SOIT (fig. 187.) l'angle saillant A C B, qu'on apelle en Architecture un Coin, dans lequel on veut faire un renfoncement Sphérique, qui soutienne l'encognure de cet angle. Ayant divisé l'angle A C B, en deux également, par la diagonale P C, du point C pour centre, & de l'intervale C A, pris à volonté, on décrira l'arc de cercle A P B, qui sera le plan horisontal de la Trompe à son imposte, & dont le milieu P sera le Pôle, ou le centre du trompillon.

Du

Du même point C, & de l'intervale C A ou C B, on décrira un quart de cercle B 2 H, qui repréſentera l'élevation d'une des deux faces de la Trompe, que l'on diviſera en autant de parties que l'on voudra avoir de Vouſſoirs, comme en trois & demie, aux points 1, 2, 3, H, mettant une demie pour la moitié de la Clef. De chacune du ces diviſions on abaiſſera, à l'ordinaire, les aplombs 1 p^1, 2 p^2, 3 F pour avoir les projections de ces diviſions ſur le rayon horiſontal C B, & par ces points de projection donnez & l'axe commun P p double de P C, on fera paſſer des Ellipſes P L F, P N I, P p^1. par le Problême VI. du 2e. livre, qui feront les projections horiſontales des joins de lit depuis la face juſqu'au pôle P, on les tracera auſſi ſi l'on veut, de l'autre côté dans le Secteur A C P; comme dans ſon Collatéral C P B; enſuite on réduira la ſurface Sphérique en Pyramide tronquée, comme nous avons fait à la conſtruction précédente pour chercher la doële plate, en ſupoſant autant de ſections circulaires perpendiculaires à l'axe P C, qu'on aura de Vouſſoirs.

Par exemple, pour le troiſiéme Vouſſoir dont la projection eſt F P p^2, on tirera par le point F, la perpendiculaire G K, ſur l'axe C P, laquelle coupera le cercle majeur de la Sphère A P B p, en K. Du point G pour centre, & pour rayon G K, on décrira un quart de cercle K i g, dans lequel on menera F f parallele à G g, & par la rencontre I de l'arc Elliptique P N p^2, avec la ligne G H, on menera I i parallele à F f, ou ce qui eſt la même choſe à l'axe P g.

Il faut enſuite déterminer la tête du Vouſſoir du côté du trompillon. Par le point D, pris à volonté ſur l'arc horiſontal D P, pour terme du trompillon D P E, on menera D E, perpendiculaire à P C, par conſéquent parallele à G K, ſur laquelle, comme diametre, on décrira le demi cercle D b E, dont les diviſions ſe trouveront en tirant par les points L & N d'interſections de ce diametre, avec les arcs Elliptiques P L F, P N I, les perpendiculaires L l, N n, ſur D E, qui couperont ce demi cercle aux points l & n, & l'on aura toutes les lignes néceſſaires pour trouver le panneau de la doële plate comme il ſuit.

Ayant tiré du point N en I, la corde N I, on la tranſportera à part, (à la fig. 189.) en N I, & ſa diviſion au point Q, faite par l'interſection de la ligne C B, projection d'une face de la Trompe. Enſuite on élevera à chacune de ces extrémitez & de ſa diviſion en Q, une perpendiculaire, faiſant N n, égale à l'ordonnée N n du demi cercle D b E, de la fig. 187, & I i égale auſſi à I i de la même figure. On tirera n i, qui coupera l'indéfinie Q q au point q, la ligne n i ſera la corde de l'arc que le joint forme dans la Sphère, laquelle corde

étoit racourcie par la projection en N I, on la prendra pour un des côtez du panneau, pour trouver les autres.

Fig. 188. On fera à part, (fig. 188.) une ligne *m* M, perpendiculaire sur une autre indéfinie *f i*, & ayant pris la moitié de la corde *l n*, de l'arc D *m* E, de la figure 187, on la portera de part & d'autre du point *m*, fig. 188, en *l* & en *n*. De même on prendra la moitié de la corde *f i*, de la fig. 187, & on la portera aussi de part & d'autre du même point *m* en *f*, & *i*, par où l'on menera les lignes *f* F, & *i* I, paralleles à *m* M. Ensuite du point *l* pour centre, & de l'intervale *n i*, de la fig. 189, pour rayon, on décrira un arc qui coupera *f* F, en F ; puis du point *n* de la fig. 188 pour centre, & de l'intervale *n q* de la fig. 189, on fera aussi un arc qui coupera *i* I, au point *q*, on tirera la ligne *q* F, le trapézoïde F *q n l*, sera le panneau d'une doële plate qui paroit plane ; mais parce que la Sphère est coupée par le plan vertical de la face B H, dont la projection est C B, lequel n'est pas parallele à la section du joint du trompillon D E, il suit que les quatre angles de cette portion de Sphère ne sont pas dans un même plan, (par l'observation de la page 4. ;) de sorte que le trapézoïde F *l n q*, n'en peut toucher que trois, sçavoir ceux dont la projection est L N F de la figure 189, & que le point *q* ne touche pas le quatriéme p^2 ; cependant, comme il est dans le même plan que le joint de lit, il sert à le trouver.

Il faut premiérement chercher la véritable longueur des lignes N p^1, & Q p^2, qui sont racourcies par la projection, en faisant un profil sur la base N p^2, aux extrémitez de laquelle on élevera deux perpendiculaires N n^2, p^2, 2^2, qu'on fera égales à N *n*, & à 2 p^2, ce qui est indiqué dans la figure par les arcs de cercles 2 2^2, *n* n^2, ensuite on menera n^2, 2^2, qui fera la valeur de N p^2.

Pour trouver la valeur de la projection Q p^2, on fera Q *q* parallele à 2 p^2, & l'on portera sur l'indéfinie Q *q*, l'intervale Q *q*, de la fig. 189, qui donnera le point *p* de la fig. 187 ; si l'on tire *q* 2, cette ligne sera la valeur de la projection Q p^2, par le moyen de ces deux lignes, on trouvera la position du quatriéme angle du Voussoir, dont la projection est p^2, en faisant un triangle qu'on peut joindre au panneau de la fig. 188, pour lequel on a les trois côtez donnez, sçavoir, *q n* qui est la base, n^2 2^2 & *q* 2 de la fig. 187, qui sont les deux autres côtez avec lesquels faisant des intersections d'arcs de cercles, on aura le point 2 de la fig. 188.

Il faut considerer que ce triangle *q n* 2, ajoûté au panneau, n'en fait pas une partie, mais un second panneau, qui doit être apliqué sur la surface du joint de lit, pour y trouver par ce moyen, l'angle

qui eſt hors du plan de la doële plate, laquelle devroit être gauche, pour les toucher tous quatre.

Il reſte à trouver le biveau qui doit ſervir à donner l'inclinaiſon de la doële plate, & du plan du joint de lit & de tête, ce qui ſe fera ſuivant nos principes ordinaires, en trouvant ; 1°. la ſection du joint de doële avec l'horiſon 2°. du joint de lit, avec la même horiſon, 3°. & de la face avec le même.

Pour trouver la ſection de la doële avec l'horiſon, il n'y a qu'à prolonger la corde *l n*, juſqu'à la rencontre du diametre D E, prolongé en O, & par le point S, rencontre de F L, ou I N, prolongées juſqu'à la rencontre de l'axe C P S, on menera la ligne S O, qui ſera celle qu'on cherche. *Fig.* 187.

La ſection commune de tous les plans des joins de lit avec l'horiſon & entr'eux, eſt à l'axe P C. Celle de la face & de l'horiſon eſt C B. Par le moyen de ces lignes, on trouvera les biveaux de doële plate & de lit, comme dans le Trait précédent, & celui de doële & de tête, comme au Trait de la *Trompe plate.*

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant tracé le contour du panneau de la doële plate, tracée à la fig. 188, on abattra la Pierre au long des joins de lit, avec les biveaux de lit & de doële, trouvez par la maniere ordinaire, & la tête, avec ſon biveau de doële & de tête ; l'arête formée ſur le côté *l* F, ſera la corde de l'arc de Sphère, dont la valeur eſt E K à la fig. 187, qu'on tracera ſur le lit, par le moyen d'un panneau, ou d'une cerche.

Il n'en ſera pas de même de l'autre côté *n q* de la doële plate, il faudra ajoûter ſur la ſurface du lit le triangle *n q* 2, pour avoir la corde *n* 2, de l'arc de cercle qu'il faut tracer avec la même cerche ou panneau, quoiqu'il ſoit plus petit, parce que tous les plans des lits, paſſans par l'axe P C, forment à la ſurface de la Sphère des cercles majeurs.

Pour tracer l'arc de tête, on tirera ſur le parement coupé au biveau, une ligne du point F, au point 2, qui ſera la corde de l'arc de cercle majeur 3. 2 de la fig. 187.

Enfin pour former la tête du côté du trompillon, marquée ſur le panneau *l n*, on tracera l'arc *l n* du demi cercle D *h* E, de la figure 187, & par le moyen des quatre arcs tracez pour les quatre côtez du Vouſſoir, & la cerche d'un arc de cercle majeur, poſée ſur les arcs de tête pour apuis, à diſtances proportionnelles des lits, & ſuivant une

direction tendant à l'axe, on creusera exactement la doële Sphérique dont on a les quatre termes bien posez.

A l'égard de la Clef, il en faudra faire le panneau de la même maniére que celle de la Trompe sur le coin, parce qu'il n'y aura point de gauche, si les demies têtes sur chaque pan sont égales entr'elles, avec cette seule difference, qu'au lieu des arcs de parabole, qu'on traçoit sur les plans des Trompes coniques, on se servira ici d'un arc de cercle majeur A D B *p*, pris en H 3, qui en est la longueur. A l'égard du trompillon, c'est un demi segment de Sphère, à former suivant ce que nous avons dit au commencement de ce livre, page 25.

Explication Démonstrative.

Fig. 189. LORSQUE nous avons tiré par la projection F, de la troisiéme division des Voussoirs marquée 3, nous avons changé l'obliquité de la face C B, à l'égard de l'axe P C de la Sphère, en une base de pyramide tronquée Droite G K S, formée par les doëles plates, comme au Trait précédent, & inscrites dans la Sphère par les cordes de l'arc du cercle mineur, qui a pour rayon G K, afin que les côtez L F, & N I, deviennent égaux entr'eux; alors le trapeze isoscele F *l n* I, de la figure 188, en exprimera la surface, puisque tous ces côtez & ces angles sont égaux à ceux d'une surface de cette pyramide, par la construction; mais parce que l'obliquité de la section, en retranche une partie qui est F Q I dans la projection, à la fig. 187, & F *q* I dans le panneau, à la fig. 188, nous avons retranché de la ligne *n* I, la partie *q* I, égale à la valeur de la projection Q I, de la fig. 187, & nous avons réduit le trapeze F *l n* I, surface de la pyramide droite, en un trapézoïde F *l n q*, surface de la pyramide oblique sur la base C B. Or parce que l'angle des plans de la pyramide droite, se fait suivant la ligne N I, qui en est la projection, & que celui de la pyramide oblique, se fait suivant la ligne N *pc*, qui est dans le même plan que la ligne N I, parce que les trois lignes N I, N *pc*, I *pc*, sont dans un même plan, nous avons fait servir N I, c'est-à-dire, sa valeur, ou celle de sa partie *n q* fig. 188, de base à la formation d'un triangle qui nous a donné le point 2, quatriéme angle de la portion de Sphère que comprend le Voussoir; lequel point 2, est hors du plan F *lnq*, dans un plan qui lui est incliné, en sorte que le point 2. ne tombe pas perpendiculairement au point *q*, mais suivant l'angle des plans du côté de la pyramide, & de celui qui passe par son axe C S, & son côté I S, ce que nous avons fait & ce *qu'il falloit faire*, pour avoir sur ces plans tous les arcs de la Sphère, & la creuser par le moyen de ses cerches.

Remarque ſur la Conſtruction.

On peut faire la même aplication de cette conſtruction, aux Trompes qui ſont ſurbaiſſées ou ſurhauſſées, (c'eſt-à-dire, des portions de Sphéroïdes,) que dans le Trait précédent ; car ſupoſant toujours l'axe du Sphéroïde en P C, en ſorte que la courbe P K *p*, ſoit une Ellipſe, qui ſe meut autour de cet axe, comme ſur un côté immobile. Soit que P *p*, ſoit ſon grand ou petit axe, il eſt clair que les rayons *x* E, & G K, décriront toûjours des cercles, & que le Sphéroïde pourra être réduit en un Cône droit inſcrit, & tronqué entre ces deux ordonnées *x* E, & G K, & par conſéquent en pyramide droite.

La difference tombera ſeulement ſur l'arc de face, dont C B eſt la projection, lequel ſera un quart d'Ellipſe, au lieu que dans le précédent cas, il étoit quart de cercle. Or ce quart d'Ellipſe ſera facile à tracer, puiſque ſes deux demi-axes conjuguez, ſeront donnez par la détermination du côté C B de la face de la Trompe, & de la hauteur de ſa Clef C H.

Il ſera encore vrai que les projections des joins de lit, feront des Ellipſes pour le Spheroïde, comme pour la Sphère ; car les ſections de leurs plans, ſeront des Ellipſes, par le Théoreme V. du premier livre, & la projection d'une Ellipſe, eſt auſſi une Ellipſe, par le Théoreme III. du même livre ; donc cette conſtruction convient au Sphéroïde, comme à la Sphère, *ce qu'il falloit prouver.*

DES VOUTES SPHERIQUES TRONQUE'ES.

Quoique l'on puiſſe tronquer les Voutes Sphériques, auſſi bien que toutes les autres, en les coupant par des murs de forces ſuffiſantes pour ſoutenir leur pouſſée, on ne doit le faire, que lorſqu'il n'en réſulte aucune difformité ; comme lorſque ces Voutes Sphériques ſont coupées par des murs diſpoſez en Polygone régulier inſcriptible dans le cercle, tels ſont le Triangle équilatéral, le Quarré, le Pentagone, l'Exagone, &c. parce que la régularité de leurs côtez retranche toujours des demis ſegmens égaux autour de l'Hémiſphère, & fait que les parties qui reſtent entre les angles des murs, auſquelles on donne le nom *de pandantifs*, ſont toutes égales & uniformes dans la diſtribution des joins, ce qui fait une ſimétrie agréable à la vûë.

Mais lorſqu'on s'écarte de cette régularité, comme lorſqu'on veut faire une Voute Sphérique entre quatre murs, diſpoſez en *quarré long*, l'inégalité des côtez de cette figure, qui ſont alternativement plus longs

& plus courts, retranche des fegmens de Sphére inégaux ; d'où il réfulte que les Clefs des *Formerefts*, c'eft-à-dire, des Ceintres en demi cercle formez par la fection des murs verticaux coupant la Sphère, font de hauteurs inégales, auffi bien que tous les joins qui y viennent aboutir, lorfque les Vouffoirs font fituez par rangs verticaux.

Il y a *trois fortes de Voutes tronquées* ufitées, la premiére eft celle dont les joins de lit ont leurs pôles au fommet de la Voute, c'eft-à-dire, dont les rangs de Vouffoir font horifontaux, on l'apelle *Cul-de-four en Pandantif.* PLAN. 56. *Fig.* 190.

La feconde eft de celles qui ont plufieurs pôles à l'horifon, & autant que le Polygone a d'angles, telles font les *Voutes Sphériques en Pandantif, fur un Quarré, un Pentagone, un Exagone, &c.* dans celles-ci les rangs de Vouffoirs font verticaux, & coupent perpendiculairement les diagonales du Polygone, on en peut voir de cette efpece à la planche 59, fig. 207 & 208.

La troifiéme efpece eft femblable à celle-ci, dans l'arrangement des joins de lit, à l'égard de l'horifon, mais non pas à l'égard du Polygone infcrit dans la Sphére ; car ils ne font pas perpendiculaires aux diagonales, mais paralleles aux côtez du Polygone ; ainfi leurs pôles qui font auffi en même nombre que les côtez, ne font pas dans les angles du Polygone, mais au milieu du fegment que chaque côté en retranche, de forte qu'au lieu de Pandantifs, elles forment des enfourchemens dans les angles. Ce font ces Voutes Sphériques, dont nous avons parlé fous le nom de Voutes Sphériques fermées en Polygone, qu'on a vû deffinées en perfpective, à la fig. 166, de la planche 54, dont on ne fait que retrancher la partie du trompillon en lui fubftituant un mur fi l'on veut ; car fi les angles de ces Voutes font bien butez, les formerefts peuvent être fans apuis, au lieu qu'il n'en eft pas de même des deux précédentes.

Premiére efpece.

Cul-de-four en Pandantif, fur un Polygone quelconque.

Fig. 191. Soit pour exemple (fig. 191.) le triangle équilatéral A B D, la difpofition des murs qu'on veut vouter en cul-de-four ; nous choififfons cette figure quoique moins ufuelle, parce qu'elle eft plus fimple & plus propre que le quarré, à diftinguer les lignes du Trait de celles du plan horifontal, & à fervir de modele pour les Polygones impairs.

On commencera par divifer en deux également les angles A, B, &

D, par des diagonales A C, B C, D C, dont l'interfection donnera le point C, pour centre de tous les arcs qui repréfentent la projection des joins de lit, & le pôle P, de tous les cercles horifontaux, que ces mêmes joins font dans la furface concave de l'Hémifphère tronquée par les trois plans verticaux A B, B D, D A.

La diftance de tous ces cercles du centre C, fera déterminée par la quantité de Vouffoirs que l'on veut former, depuis l'impofte jufqu'à la Clef, c'eft-à-dire, au pôle P; c'eft pourquoi, ayant élevé fur C B, la perpendiculaire C P, égale à C B, on décrira du centre C, le quart de cercle B 4 P, qui repréfentera le profil de la Voute, depuis l'impofte B, jufqu'à la Clef, dont le milieu doit être le point P; on divifera ce quart de cercle en tel nombre de Vouffoirs qu'on voudra, par exemple ici en fept & demi, mettant la demie P 7, pour la moitié de la Clef. Par chaque point des divifions ayant abaiffé, à l'ordinaire, des perpendiculaires qui repréfentent des aplombs, on aura fur le rayon C B, les points 7^p, 6^p, 5^p, 4^p, &c. qui détermineront la longueur des rayons de la projection des joins de lit, lefquels joins feront tous des arcs de cercles concentriques, paffant par ces points, & terminez en partie par les côtez du Polygone A B D; je dis en partie, parce que tous ceux qui feront en dedans du point 5^p, feront des cercles entiers, qui feront au dedans du Polygone.

Les Architectes ont coutume d'infcrire le premier cercle T F G, dans le Polygone, en forte qu'il touche les côtez A B, B D, D A du Polygone, peur-être parce qu'ils y trouvent quelque raifon, peut-être auffi pour plus de facilité de l'Apareil, afin que les Vouffoirs qui font aux points d'atouchement G T F, foient moins compofez; car autrement leur doële feroit en partie plane & verticale, & partie concave; mais comme cette difficulté arrive aux rangs de Vouffoirs inférieurs, qui font tronquez par le mur, elle me paroît de peu de conféquence; cependant cet affujetiffement caufe une grande irrégularité dans la largeur du Vouffoir du Cul-de-four entier, & de ceux des Pandantifs, particulierement dans le Quaré, dont on ne peut divifer le quart de cercle du profil B P, en parties égales plus une demie, en voici la raifon, le point 5^p, eft terminé fur C B, par l'interfection de l'arc A 5 B, & de la ligne G T 5, perpendiculaire fur le côté du Polygone A B. Or il eft clair, que dans le Quarré, l'arc 5 B, eft de 45 dégrez, puifqu'il eft la moitié de A 5 B, qui eft le quart du cercle de 90 dégrez, tel eft l'arc B P, ou B *b*, à la fig. 196; de forte qu'en ce cas le point P, tombe fur A, parce que la perpendiculaire fur la demie diagonale C B, tombe en C A, & que l'intervale P 5, devient égal à 5 B; donc l'arc 5 P, qui doit contenir une moitié P 7, au

deſſus des diviſions égales, laiſſera un plus petit reſte de 5 à 7, que de 5 à B; donc les diviſions deviendront inégales dans chaque partie, & par conſéquent les largeurs des Vouſſoirs qui en dépendent & déterminent les intervales des joins de lit le ſeront auſſi, & ne feront plus de ſimétrie depuis la Clef à l'impoſte.

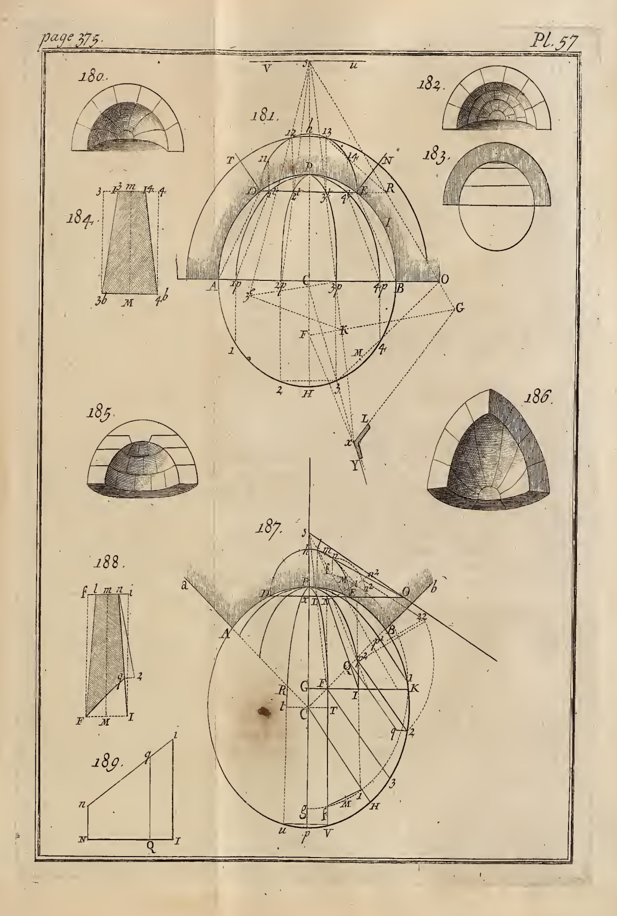
Il n'en eſt pas de même dans le cas préſent du triangle équilatéral A B D, où l'arc 5 B n'eſt pas de 45, mais de 60 dégrez, parce qu'il eſt la moitié du tiers 120, qui eſt l'arc A 5 B; de ſorte que l'arc P 5, reſtant au deſſus vers le pôle, eſt de 30 dégrez, lequel étant diviſé en deux & demi, donne 12 dégrez pour chaque largeur de Vouſſoir, laquelle diviſion eſt partie aliquote de 5 B, de 60 dégrez qui donne 5 Vouſſoirs de 12 dégrez chacun, de même que les deux & demi reſtant de 5 à P.

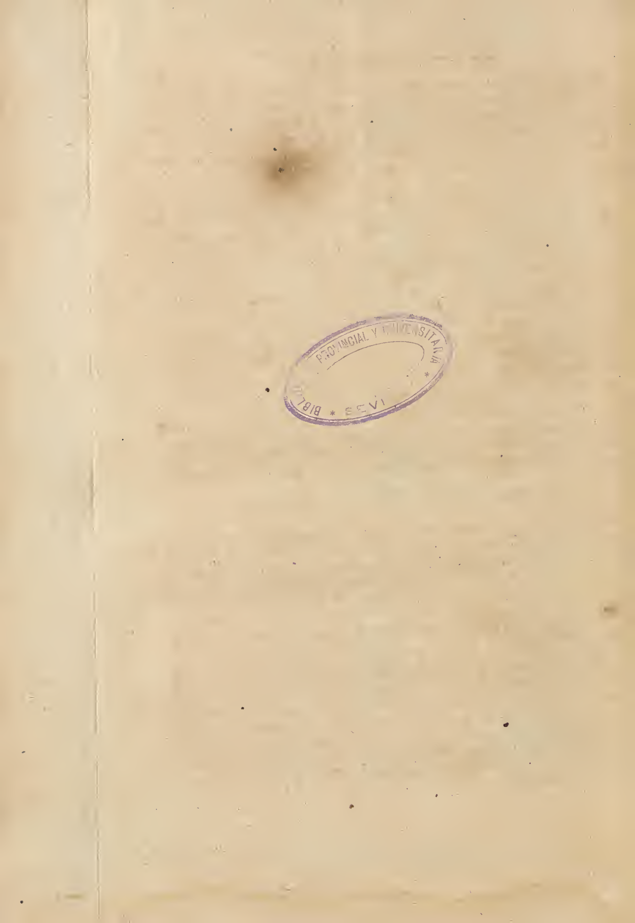
D'ou il ſuit, que ſi le nombre des Vouſſoirs dans le *Cul-de-four en Pandantif ſur un Quarré*, eſt aſſez grand pour rendre l'inégalité qui en réſulte peu difforme; on pourra faire le cercle entier T G F, tangeant au Quarré, mais ſi le nombre en étoit trop petit pour couvrir le défaut, je veux dire diminuer l'apparence de cette irrégularité, je ne vois pas qu'on doive ſuivre dans cette partie du Trait, ni le Pere Derand, ni Monſieur de la Ruë.

La projection des joins de lit horiſontaux étant faite, on peut choiſir une des trois manieres que nous avons donné pour la formation des Voutes Sphériques, dont la partie qui eſt au deſſus de G T F, ne differe en rien de celles de la premiere eſpece, toute la difference tombe dans celle qu'on apelle Pandantif, laquelle eſt compriſe dans le triangle mixte G F D de la projection.

La maniere la plus ſimple & la plus commode, eſt celle de l'équarriſſement, particuliérement pour la premiére & ſeconde Pierre, que l'on fait ordinairement en tas de charge, c'eſt-à-dire, ſans donner de coupe aux lits, par deux raiſons: la premiere c'eſt que l'engraiſſement de la coupe, c'eſt-à-dire, ſon inclinaiſon au deſſus d'un plan horiſontal, eſt très peu conſidérable, & ne rend point les arêtes des lits ſupérieurs trop aigues. La ſeconde, parce que ces Pierres faiſant partie d'un mur, dont les lits ſont de niveau, le racommodement en eſt plus commode, en ce qu'il faudroit referver un excédent de Pierre ſur le lit, pour y menager l'engraiſſement de la partie qui doit être en coupe; mais lorſqu'on commence à monter plus haut, cette pratique ne convient plus.

Il faut remarquer que la partie de la Voute qui eſt en Pandantif, eſt d'autant plus grande, que le Polygone ſur lequel le Cul-de-four eſt


page 375.
Pl. 57
180.
181.
182.
183.
184.
185.
186.
187.
188.
189.



eſt établi a moins de côtez ; ainſi le Pandantif du Triangle eſt plus grand que celui du Quarré ; celui du Quarré plus grand que celui du Pentagone, & ainſi de ſuite, parce que l'angle du Polygone devenant plus grand, les deux tangentes tirées de ſon ſommet au cercle inſcrit, ſont toujours plus petites, comme on peut le voir en jettant les yeux ſur B T de la fig. 191, & B T de la fig. 196.

D'où il ſuit que lorſque le Polygone a plus de quatre côtez, on peut ſans inconvenient, mener le tas de charge juſqu'au ſommet du Pandantif, mais non pas dans le Quarré, & encore moins dans le Triangle ; car il eſt clair que ſi l'on tire 5 R, parallele à C B, la ligne R 5, repréſentant un lit horiſontal, feroit avec la doële 5· 4, un angle mixte R 5· 4, dont l'arête 5 feroit trop aiguë, & pour le Quarré faiſant p^3 *e*, perpendiculaire ſur B E, & menant *e f*, parallele à E C, on voit que l'angle 2 *e f* eſt moins aigu, mais qu'il l'eſt encore trop. Pour le Pentagone dont l'enfourchement finiroit à peu près au point 3. fig. 192, on voit que l'angle 2 3· 2, commence à devenir aſſez fort pour qu'on y mene les aſſiſes, en tas de charge, & à plus forte raiſon à l'Exagone, dont la derniere aſſiſe de Pandantif, ſeroit au milieu des points 2 & 3. *Fig.* 196.

Cette petite digreſſion fait voir juſqu'où l'on peut élever les aſſiſes des Pandantifs en tas de charge, c'eſt-à-dire, juſqu'où il convient de les tailler par équarriſſement, car dès qu'elles deviennent en coupe, on les fait auſſi commodement & avec moins de perte par panneaux.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Pour faire les premieres aſſiſes du tas de charge, par exemple pour la Pierre *e i k* de la fig. 191, ayant tracé au lit de deſſous l'angle *i* D K, on ſe retournera d'équerre ſur ce lit, pour tracer le même angle au lit de deſſus, & y inſcrire l'arc *i k*, qu'on prendra ſur l'épure, & on abatra la Pierre entre les points *i* & *k* du lit de deſſus, & le point D du lit de deſſous, ſuivant une cerche formée ſur une portion d'un cercle mineur, qui aura pour diametre le côté du Polygone, tel eſt le demi cercle A H B. *Fig.* 194.

Quoiqu'il n'importe de former cette cerche de la longueur préciſe de l'arc que doit occuper le côté du premier Vouſſoir, on peut cependant la trouver très facilement, ſi on éleve une perpendiculaire *q* 1*e* ſur le côté A B, au point *q*, où l'arc 1^1 *q* le coupe, l'arc B 1*e*, ſera celui que l'on cherche, & l'arc B 1 du cercle majeur, ſera celui de la cerche qui convient au milieu du premier Vouſſoir, depuis le ſommet B, ou D de l'angle du Polygone, juſqu'au milieu de l'arc *i k*

du lit de deſſus ; ainſi ayant deux points de chaque cercle, & l'arc du cercle qui doit s'y adapter, on creuſera avec toute la préciſion poſſible la premiere doële au deſſus de l'impoſte, dont la figure ſera telle qu'elle paroît en D, fig. 194 pour l'intérieur, & au coin ſaillant D de la figure 191, ſi la Voute étoit extradoſſée.

La ſeconde aſſiſe du tas de charge ſe fera de la même maniere, en traçant le lit de deſſus *o l m n* ſuivant l'épure, en *o l m n* de la figu. 193, & s'étant retourné d'équerre au lit de deſſous pour y avoir des repaires aux points L & *m*, on y tracera le triangle *l* D *m* de la fig. 191, ſur les côtez duquel on portera les longueurs *l i* & *m k*, pour y poſer l'arc *i k* du lit de deſſous, qui étoit celui de deſſus de la premiere aſſiſe, ce qui eſt très aiſé & facile à concevoir.

On pourſuivra de même à la troiſiéme aſſiſe, ſi le tas de charge peut encore y être pratiqué, ſans que le lit de deſſus faſſe un angle trop aigu avec la doële, & que le Vouſſoir du Pandantif comprenne toute la partie qui eſt entre les deux murs, ſe ſervant toujours pour la naiſſance du Pandantif ſur le mur, d'une partie quelconque du cercle mineur A H B à la fig. 191, & B H D à la fig. 196, d'un arc du cercle majeur A B D pour le milieu de la doële.

Mais ſi le Vouſſoir du Pandantif ne s'étend pas d'un mur à l'autre, comme aux aſſiſes au deſſus de la premiere & de la ſeconde, où il ne pourroit occuper tout l'eſpace G T, l'aplication du Trait ſur la Pierre devient un peu plus difficile, ou du moins demande plus d'attention, parce que la doële qui eſt une ſurface courbe, fait un angle mixte rentrant avec la plane du mur, lequel angle eſt d'une ouverture inégale d'un bout à l'autre, étant d'autant plus aigu qu'il aproche de B en T, de ſorte qu'on ne peut le former avec un biveau.

Fig. 196. Soit (fig. 196,) la derniere aſſiſe du Pandantif K L T G, diviſée en quatre Vouſſoirs, ou la moitié Q G M A en deux également, ou inégalement, par la ligne *h o*, tirée du centre C, qui coupe le mur A E au point *n*.

Le Plan horiſontal du premier Vouſſoir, ſera le Pentagone mixte *m* M *h n k m*, compoſé de trois Droites *m* M, *h n* & *n k*, & de deux courbes M *h* & *m k*.

On taillera la Pierre ſur l'arc M *h*, comme ſi on vouloit faire une portion cylindrique de Tour ronde, dont A M *h o* ſera le panneau du lit horiſontal, ſuivant les côtez duquel on abatra la Pierre à l'équerre,

sur le parement creux M *h*, & sur les joins A M, *h o*. La hauteur de ce Voussoir sera reglée par celle que la coupe P *q* du lit de dessus donne au dessus de P, par exemple en S, qu'il faut ajoûter à la hauteur de la retombée P *g*; on décrira ensuite du centre C, par le point *n*, l'arc *n x*, qui coupera C A en *x*, d'où on élevera sur la même C A, la perpendiculaire *x y*, qui coupera l'arc *d* P, profil du Voussoir au point *y*, & la retombée de *d g* en *z*, la figure *r z y* P *q*, sera le panneau du joint montant *o h*, & la figure *r d* P *q*, sera celle de l'autre joint montant A M; ainsi apliquant ces deux panneaux sur les côtez du Voussoir préparé en portion de cylindre, comme à la fig. 195, & la figure M *m* K *n h* sur le lit de dessous, on aura toutes les arêtes du Voussoir tracées.

Il ne s'agit plus que d'abatre la Pierre de l'une à l'autre. Premierement par les trois points donnez (fig. 195.) *y*, *n*, K, on fera passer une surface plane qu'on terminera entre *y* & *k*, par un arc de cercle formé par le moyen d'une cerche coupée sur le cercle mineur B H D, de telle longueur qu'on voudra, il n'importe, pourvû qu'elle soit assez longue pour s'étendre de *y* en K.

Secondement, on abatra la Pierre entre les cinq lignes courbes P *m*, *p y* sur les joins montans, P *p* sur la surface creuse, *m k* sur le lit de dessous, & *k y* qu'on vient de former, lesquelles étant les termes de la surface courbe qu'on doit former, conduiront le Tailleur de Pierre de façon qu'il ne peut se tromper pour peu qu'il ait de connoissance. Il pourra encore s'aider d'une cerche convexe faite sur le cercle majeur A B D, pourvû qu'il l'a tienne toujours perpendiculairement à l'arc P *p*, & parallelement aux joins montans A M du plan horisontal, ou P M de la fig. 195.

Pour tailler le second Voussoir *o h* G Q de la fig. 196, on commencera de même par faire une portion de cylindre Droit, en traçant sur le lit de dessous le panneau *o h* G Q, & abatant la Pierre à l'équerre de tous côtez; ensuite sur la surface du joint montant *o h*, on posera le panneau qui a été employé au Voussoir précédent, qui doit se joindre contre celui-cy, & le joint G Q restera en ligne droite; puis on apliquera au lit de dessous le panneau du triangle mixte G *h n*, dont ayant tracé le contour, on aura toutes les arêtes de la Pierre tracées. On abatra la Pierre en droite ligne de *n* en *y*, & par les quatre points donnez *h* P *y n*, on fera passer une surface plane qu'on terminera entre *y* P, avec une cerche convexe formée sur le cercle du ceintre du formeret B H D, & la surface courbe triangulaire P T *y*, avec une cerche convexe formée sur le cercle majeur A P B, qu'on observera de tenir perpendiculairement à l'arc P T, & parallelement à T G, & la coupe P *q* se

Fig. 196. & 197.

sera à l'ordinaire, comme à toutes les Voutes Sphériques ; l'effet de ces deux Pierres rassemblées est representé à la figure 198 & 199.

REMARQUE.

Le dernier Voussoir du Pandantif qui aboutit au milieu du formeret en T, ou qui le touche par son milieu au point T, s'il est commun à deux Pandantifs, devient si aigu en ce point, ou si mince, qu'on ne peut le faire sans y ajouter une partie du mur qui fortifie la Pierre, c'est pourquoi, on ne peut le faire que composé d'une surface courbe & d'une surface plane dans sa doële, ce qui en réduit le Trait à la voye de l'équarrissement.

D'où il suit, que si le mur du formeret étoit suprimé par une ouverture en arcade sans bandeau, il faudroit que ce dernier Voussoir n'eût pas son lit de dessus dans un cercle tangent au Polygone en T, comme le veulent les Auteurs de la coupe des Pierres ; mais dans un cercle qui fût tout au dedans du Polygone, à quelque distance du point T, pour lui donner de l'épaisseur ; il n'en est pas de même des Voussoirs inférieurs du Pandantif, on peut les faire sans y ajoûter une partie de la surface du mur, & les poser sur des lits concaves cylindriques, ou coniques, apuyez sur le contour de ce mur arondi cylindriquement de niveau, ou coniquement en coupe pour mieux buter la Voute ; en ce cas, on peut faire les Voussoirs du Pandantif, suivant les trois méthodes couvenables aux Voutes Sphériques.

Premierement, si on veut les faire par panneaux fléxibles de dévelopement, (fig. 191.) on élevera une perpendiculaire C Q, sur une des diagonales, par exemple A C, & ayant transporté les divisions du quart de cercle B 5 P, sur l'arc de cercle circonscrit A *p*, en A 1, 1' 2, 2' 3, &c. on prolongera les cordes A 1, 1' 2, 2' 3, 3' 4, jusqu'à la rencontre de la ligne C Q, pour avoir les sommets des Cônes 1c, 2c, 3c, 4c, 5c, &c. desquels comme centres, on décrira des arcs de dévelopement suivant la maniere ordinaire à ce systême, puis d'un point pris à volonté sur chacun de ces arcs pour le milieu du Pandantif, on menera un rayon *m a*, & l'on prendra la moitié *m k*, de l'arc *i k* de la projection, qu'on portera de part & d'autre du point *a*, l'on tirera les courbes *o i*, *l* 3, en subdivisant les Voussoirs pour trouver des points entre *o* & *i*, & *l* & 3 ; mais à cause que cette précision donneroit trop d'embarras, il suffira de les tracer avec une cerche de l'arc A H B, & l'on aura le troisiéme panneau.

Fig. 191.

Pour le quatriéme on prendra de même sur la Couronne de dévelopement *g b* 4, un milieu *b a*, aux côtez duquel on portera les demi-arcs

de *i k* & de G M T, M *l m* M, & entre les points *i k*, 4 *g*, on tracera de même des arcs *i g*, *k* 4.

Remarquez que cette pratique quoique d'une exactitude suffisante pour une bonne exécution, n'est pas exacte dans la rigueur Géometrique, je ne trouve pas étrange que le Pere Dérand ait passé par dessus cette petite erreur, parce qu'il nous a préparé dans sa Préface à ces sortes de négligences, qui ne tirent point à conséquence pour l'exécution; mais je suis surpris que le Pere Déchalles, qui a prétendu en le copiant y ajoûter des Démonstrations, se soit grossierement trompé dans celle qu'il veut en donner, *clarum est*, dit-il, *quòd arcus desumptus à semi circulo terminet tale exemplar*, il est bien vrai que l'arc A H B, termine les côtez des Voussoirs, mais non pas celui des panneaux faits suivant le systême des Cônes tronquez inscrits dans la Sphère; car puisque ces portions de Cônes inscrits, ont leur axe dans une ligne verticale élevée au point C, qui représente le centre commun de leurs bases, & que ces Cônes sont coupez par des murs verticaux, par conséquent parallelement à leur axe, qui est aussi vertical, il suit que les sections que font les surfaces planes des murs, sont des hyperboles, & que la courbe du panneau fait par le dévelopement de la surface du Cône, est une hyperbole dévelopée avec la surface du Cône, & non pas un arc du cercle A H B; or parce que tous ces Cônes tronquez, ont leurs côtez de plus en plus inclinez à l'axe commun, à mesure que les rangs de Voussoirs aprochent de la Clef; il suit que la courbure des hyperboles diminuë toujours, parce qu'elle augmente d'amplitude; de sorte que si la Clef étoit si plate, que l'angle du sommet du Cône fût infiniment grand, l'hyperbole se réduiroit à une ligne droite.

Nous ne proposerons pas dans la pratique la recherche de ces courbes, quoique nous ayons donné la maniere de les tracer au 3[e]. livre, parce que ce seroit s'amuser à la bagatelle, il suffit d'en trouver un point ou deux entre les extrémitez données par la subdivision des Voussoirs; mais comme nous n'admettons point de faux principe de pratique, nous voulons que le Lecteur soit toujours convaincu de la vérité de celles qu'on propose, & qu'il sçache à quoi s'en tenir pour celles que la facilité fait adopter, lorsque l'erreur qui en résulte peut être insensible dans l'exécution.

La *démonstration de* ce Trait est répanduë dans l'explication qu'on en a donné, & dans celui des Voutes Sphériques completes.

Quant à la seconde méthode de la construction des Voutes Sphériques, on remarquera que les Pandantifs peuvent être exécutez par l'inscription des côtez des Voussoirs, dans un segment de Sphère, lors-

qu'ils doivent comprendre une partie de la furface du mur en œuvre; laquelle entre dans le fegment de Sphère, & doit fubfifter pour une plus folide conftruction.

A l'égard de la méthode de la réduction de la Sphère en Polyëdre, elle peut très-bien être employée pour les Pandantifs, en creufant la doële plate des Vouffoirs, fuivant l'angle du fuplément à deux Droits de la pyramide triangulaire, formée par les quatre plans de la doële plate des deux cordes, & des arcs qui font fur les murs verticaux qui fe joignent, & du plan du lit de deffus, comme on a fait au Problême XVI. fig. 159, parce que les Vouffoirs angulaires des formerets doivent comprendre une partie de la furface du mur, au moins le premier qui feroit extremement aigu & pofé fur la pointe; cependant les Vouffoirs enfuite pourroient fort bien être réduits à la portion de Sphère qu'ils occupent, fans y comprendre une partie du mur, & alors rien n'empêcheroit qu'on ne fe fervît de cette méthode, où les angles des pierres du mur, que leurs joins de lit horifontaux formeroient avec l'arc du formeret, ne feroit pas trop aigu; mais comme cet inconvenient eft prefque inévitable, il faut convenir que la voye de l'équarriffemeut, c'eft-à-dire, de l'infcription des Cylindres dans la Sphère, eft celle qui convient le mieux à tous les Vouffoirs angulaires, pour joindre le Pandantif au mur fur lequel il s'apuye.

REMARQUE.

Cette forte de Voute étoit ufitée chez les Anciens, Palladio liv. I. dit, qu'il a reconnu dans les ruines des Thermes de Titus à Rome, une Voute en Cul-de-four fur un Quarré, cependant Vitruve dans l'énumération des Voutes, ne dit rien de celle-ci.

Seconde Efpece.

Voute Sphérique en Pandantif fur un Polygone régulier quelconque, où les Vouffoirs font verticaux.

PREMIER CAS.

Sur le Quarré.

Cette Voute peut être variée de deux manieres.

Premierement, on en peut faire le Trait comme de la Voute Sphérique fermée en Polygone, & retrancher tous les fegmens de la Sphère, par des murs rangez en côtez de ce Polygone, fur les cordes du cercle

circonſcrit à ſon plan horiſontal, ce qui eſt poſſible, comme nous l'avons dit, ſans la conſtruction du reſte de la Voute, parce que les rangs de Vouſſoirs qui ſont paralleles entr'eux, & verticaux dans le ſegment de Sphère, ne ſont pas de ſuite neceſſaire avec ceux dont eſt composé le Polygone, il leurs ſervent ſeulement d'apuis, qui peuvent être remplacez par ces murs; nous ne dirons rien de cette premiere façon qui a été expliquée au Problême XVII. On n'a qu'à revoir la fig. 166. à la planche 54, où les joins ſont paralleles aux côtez du Polygone, & imaginer qu'on éleve des murs ſur les cordes A E, E B, B D, D A, qui mettent les Trompes ou Niches Sphériques, hors de l'enceinte quarrée.

Secondement, on peut changer la direction des joins des rangs de Vouſſoirs verticaux, en les faiſant perpendiculaires aux diagonales du Polygone inſcrit dans le cercle majeur, qui eſt le plan horiſontal ou projection de l'Hémiſphère, comme on voit (fig. 209.) & dont l'ef- *Fig.* 209.
fet eſt repréſenté en preſpective (fig. 210.) pour un Quarré; alors & 210.
il ſe fait une double inſcription. *Premierement* du Polygone dans le cercle; *Secondement* d'un ſecond Polygone dans le premier, comme ici le Quarré E F G I, dans le Quarré A P B D.

Soit pour exemple (fig. 209.) le Quarré A P B D inſcrit dans un Plan 60.
cercle, ou ſur tout autre Poligone que l'on voudra ſur un de ſes côtez, *Fig.* 209.
comme A D pour diametre, ayant tracé le demi cercle A H D, on le diviſera en tel nombre de Vouſſoirs que l'on jugera à propos, mais en nombre pair, *contre l'uſage ordinaire*, parce qu'il n'y a pas de Clef ſur le milieu, il doit s'y trouver un joint, ou un Vouſſoir à branches, qui en commence deux rangs; nous avons diviſé ici le quart de cercle A H, en quatre parties égales, deſquelles ayant abaiſſé des perpendiculaires 1^p, 2^p, 3^p, H I, pour en avoir la projection, on tirera les diagonales A B, D P, auſquelles on menera des paralleles par les points p, comme p^d, p^d, & I E à D p, & p 6 & I G à A B, & tranſportant les mêmes diviſions & paralleles ſur E p, p F, F B & B G, on aura la projection de ces quatre portions de la Voute, qu'on apelle *Pandantifs*, leſquelles ſont l'eſpace compris entre le quarré E F G I inſcrit, & le quarré A P B D circonſcrit au précédent, mais inſcrit dans la Sphère.

Il reſte à faire la diviſion des rangs de Vouſſoirs du quarré inſcrit, pour cela ayant prolongé un de ſes côtez E F, juſqu'à la rencontre du cercle circonſcrit, qu'il coupera au point f, on diviſera l'intervale f B en deux & demi, pour avoir deux rangs & la moitié de la Clef, aux points 1^5, & 1^6, qui donnent des diviſions inégales à celles des Vouſſoirs formans les Pandantifs; car l'arc P 1 3, étant de 45. dégrez,

P *f* sera de 56^d 15^l, & par conféquent *f* B de 33^d 45^l, lequel nombre de dégrez étant divifez en deux & demi donne 13^d, 20^l, pour une divifion entiere, au lieu de 11^d, 15^l, que donne la premiere divifion du Pandantif ; ainfi les Vouffoirs du quarré infcrit feront plus larges à la doële, que ceux des Pandantifs.

Par les points 1^5 & 1^6, ayant mené 1^5 V, 1^6 X, paralleles à A B, on menera par ces mêmes points V & X des paralleles à F E & F G, qui donneront les points v & *u*, x & *x* fur les diagonales E G, F I du quarré infcrit, par le moyen defquels on achevera la projection, en menant par ces points des paralleles aux côtez E I & G I.

Pour en venir à préfent à *l'Aplication du Trait*, il faut comme aux Pandantifs de la Voute précédente avoir égard à la liaifon des Vouffoirs avec les murs, pour une bonne conftruction, en les compofant d'une partie de la doële fphérique, & d'une partie de la furface plane du mur au formeret, où fe fait l'angle de la jonction des deux furfaces ; de forte qu'on ne peut exécuter cette forte de portion de Sphère, par l'infcription de fes côtez dans un fegment de Sphère parfait, pour lequel il faudroit enlever la pierre qui doit faire un angle avec la furface fphérique, & une partie du mur.

Mais rien n'empêche qu'on ne fe ferve toujours de celle de la *réduction de la Sphère en Polyèdre*, laquelle donnera pour le premier Vouffoir une doële plate triangulaire, que l'on creufera dans la pierre fuivant le biveau de cette doële plate, avec les murs verticaux du polygone fur lequel on éleve la Voute Sphérique tronquée ; ce biveau eft le fuplément à deux angles droits de l'angle des plans de la doële plate, & de celui qui paffe par la corde & l'arc du formeret, que l'on trouvera de la même maniere que nous l'avons expliqué au Problême XVII. fig. 171. planche 55, parce ce qu'on a quatre plans qui forment une pyramide renverfée, fçavoir les deux des murs, celui de la doële plate, & celui du lit de deffus ; ainfi il eft inutile de la repeter ici.

2°. On peut auffi, mais avec moins de commodité, fe fervir de la méthode des *panneaux de dévelopement de la réduction des rangs de Vouffoirs en Cônes tronquez*, parce que les joins montans de ces panneaux, doivent être des courbes des trois efpeces des fections coniques, fuivant que les rangs des Vouffoirs font plus près ou plus loin de leur pôle P ; car le dévelopement du joint du formeret, dont la projection eft *q* F ; eft la courbe *q*^d, F^d qui eft une Ellipfe, parce que le plan du mur vertical P B, coupera le Cône *e f g f* en fes deux côtez, étant prolongé au deffous du fommet S en Y. Le joint dont la projection eft *q o*, peut être une parabole, fi la corde 1^2, 1^3, étoit parallele au plan

plan P B, dont *o q* eſt une partie; & enfin le joint du formeret, dont *o n* eſt la projection, eſt une hyperbole, parce que ſi l'on prolonge la corde 1^1, 1^2, qui eſt le côté du Cône tronqué, & qu'on prolonge auſſi le plan B P, il coupera ce côté au delà du ſommet S du Cône parfait.

Cependant à cauſe que les panneaux ne ſont qu'une diſpoſition à la perfection des Voutes Sphériques, puiſqu'après les avoir employé pour former des Cônes tronquez, il faut en venir à une ſeconde excavation de la pierre, on peut fort bien, au lieu des courbes des ſections coniques, tracer tout d'un coup ſur le panneau une portion d'arc du formeret, lorſque les Vouſſoirs comprennent un petit nombre de dégrez du cercle, parce qu'alors la corde differe peu de l'arc, & par conſéquent la ſurface conique rentre ſi peu dans la Sphérique, que l'erreur de ce contour devient inſenſible, & peut être négligée.

La conſtruction des panneaux de la figure 209, étant la même que celle de la figure 170 & 191 pour le Pandantif, depuis P, juſqu'en F, on verra à la ſeule inſcription de la figure, la maniere de les tracer.

La difference qu'il y a de ces Pandantifs à ceux dont les joins de lit ſont horiſontaux, eſt que le pôle de chaque Pandantif, eſt dans l'angle du Polygone en A, ou B, ou P, ou D, & que dans l'autre eſpece de Voute, les pôles ſont tous réünis à la Clef.

A l'égard des Vouſſoirs d'enfourchement rangez ſur les perpendiculaires E G, I F, aux côtez du Polygone qui ſont les diagonales du Quarré inſcrit, il faut ſe rapeller ce que nous avons dit des enfourchemens au Problême XVII. des Voutes Sphériques fermées en Polygone; on y verra que pour trouver le panneau de l'enfourchement *m* F *g* N *u y*, il faut en faire deux moitiez, & chercher la courbe Elliptique, comme il a été dit au même endroit, auquel on renvoye le Lecteur.

La *démonſtration* de cette conſtruction, étant la même que celle du cas précédent pour les Pandantifs, & que celle des enfourchemens des Voutes Sphériques fermées en Polygone, on n'a rien à ajouter à ce qui en a été dit.

Troiſiéme maniere de faire les Pandantifs de rangs de Vouſſoirs verticaux.

Par équarriſſement.

Nous nous ſommes peu arrêtez ſur les manieres précédentes; par-

ce que nous jugeons que la voye de l'équarrissement est la plus convenable à ces sortes de Pandantifs.

Là préparation du Trait, est de faire la projection verticale du Pandantif sur un plan perpendiculaire à la diagonale du Polygone inscrit dans la Sphère.

On tirera par le point P, la ligne *b* P R, perpendiculaire à la diagonale D P, & par les points E, K, L, I; F, *q*, *o*, *n*, on menera des paralleles à la même diagonale ; puis on prolongera les projections des joins de lit F E, *q* K, *o* L, &c. jusqu'à ce qu'elles rencontrent le cercle circonscrit A P B, aux points *e k l i*, qui donneront pour rayons des arcs de la projection verticale, les lignes *m e*, *m k*, *m l*, *mi*; de sorte que prenant chacun de ces rayons successivement, on décrira du même point P pour centre, les arcs e^e M 4^f, k^e 3^q, l^e 2°, i^e 1^n, qui seront terminez de part & d'autre à des lignes paralleles à D P, tirées par les points E, K, L, I; F, *q*, *o*, *n*, & l'on tracera à la main par les points de leurs intersections les Courbes P e^e, P 4^f.

Ou bien d'une autre maniere plus simple & plus correcte, ayant trouvé comme nous venons de dire, les rayons *m e*, *m k*, *m l*, *m i*, & ayant tracé avec ces rayons des arcs concentriques au point P, on prendra la longueur de la ligne R 4^f, de laquelle pour rayon, & du point P pour centre, on fera des arcs qui couperont cette ligne F 4^f, aux points *x* & X, qui seront les foyers d'une Ellipse, dont l'arc P 4^f est le quart, P R la moitié du petit axe, & R 4^f la moitié du grand ; ainsi il sera aisé de le décrire, & son égal b^e P e^e, par le Problême VII. du deuxiéme livre.

Il ne reste plus pour achever le Trait, que de tirer du centre C les coupes *e* T, *k t*, &c.

Aplication du Trait.

Fig. 214. On fera trois paremens d'équerre les uns aux autres, par exemple fig. 214. N A, N H, N C ; sur celui qui sera destiné pour être aplomb A D N B, on apliquera le panneau formé sur l'épure de l'assise, ou une partie du rang de Voussoir qu'on peut faire avec la pierre qu'on veut mettre en œuvre, par exemple pour la moitié du dernier rang, on levera le panneau e^e M *m z* k^e à la fig. 209, posant M *z* sur l'arête M N de la fig. 214, & *z* k_e sur N K, puis on tracera suivant ce panneau, l'arc e^e M, en *e* M de la fig. 214, on repairera ainsi le point m^o de ce panneau en *m*, par où on menera *mg*, parallele à l'arête N G, sur le parement de retour N H, & par le point *k*, on menera sur le

lit de deſſous, une parallele k F à la même arête N G. Enſuite prenant avec la fauſſe équerre l'angle C A P du plan horiſontal fig. 209, on le portera à la fig. 214, en N P K pour tracer au lit de deſſous, la ligne P K, qui coupera k F au point K; on creuſera enſuite une portion de cylindre entre les lignes k F & $m\ g$, par le moyen d'une cerche formée ſur l'arc k^{e}, m^{o} de la fig. 209; on levera le panneau de tête S $e\ k\ t$, de l'horiſontale S e avec l'arc $e\ k$, ou bien le panneau 9 k e T de la verticale 9 k avec le même arc $k\ e$, puis on apliquera ce panneau ſur le parement N H, poſant le côté droit 9 k, ſur l'arête M D; ſi on fait le panneau ſur 9 k, qui repréſente une verticale, ou bien $s\ e$ ſur $r\ g$, ſi on a levé le panneau de la ſeconde maniere, puis avec le panneau on tracera l'arc $e\ k$ en M r, avec ſes coupes M T, $r\ t$ marquées au panneau, puis on trainera avec le compas la ligne r K, parallelement à la ligne ou arête courbe $m\ k$, qui a été formée en creuſant la portion de cylindre, ou bien avec une regle pliante, on tracera dans ce creux l'arc r K, entre lequel & l'arc e M, on creuſera une portion de doële Sphérique, par le moyen d'une cerche faite ſur $e\ k$, portion d'un cercle majeur qu'on tiendra toujours perpendiculairement autant qu'il eſt poſſible à ces deux courbes; de ſorte qu'on ne pourra s'en ſervir que juſqu'au point L, ſuivant la poſition K L; il reſtera donc à creuſer la partie triangulaire L e K, qui ſe termine au mur E P; pour le faire on formera une cerche ſur l'arc 3 H, puis abattant la pierre ſuivant la ligne K P tracée au lit de deſſous, & la ligne P e, on formera une portion de ſurface plane ſur laquelle on apliquera la cerche ou panneau H 3 r^{t}, qui donnera l'arc e K, entre lequel & l'arc K L, on achevera de creuſer la portion de Sphère e L K.

La doële Sphérique étant creuſée, on abattra la pierre pour former les lits de deſſus & de deſſous E Q T M, & K $r\ t$ avec les biveaux mixtes $k\ e$ T, ou ce qui eſt le même, $e\ k\ t$ de la fig. 209, comme à toutes les autres Voutes Sphériques; & l'on aura un Vouſſoir qui comprendra une portion du mur K P E Q, pour éviter l'arête trop vive qui ſe formeroit ſuivant l'angle m E K de 45. dégrez (fig. 209.)

Explication Démonſtrative.

Il eſt viſible que la projection horiſontale & verticale ſont bien faites pour ce qui regarde les joints de lit, on peut ſeulement demander pourquoi nous avons formé la projection verticale des arcs des formerets P 4^{f}, P e^{e} en quarts d'Ellipſe, la raiſon eſt qu'ils ſont la projection verticale d'un quart de cercle A H; or nous avons démontré au 2e livre, que la projection d'un cercle étoit une Ellipſe, donc ces arcs ſont bien tracez.

Il est clair aussi que nous avons supofé l'Hémisphère entiere par la circonscription du cercle A P B D, au quarré inscrit A P B D. Suivant cette supofition nous avons prolongé les projections des joins de lit F E en *e*, *q* K en *k*, &c. pour avoir les diametres des cercles des projections verticales des rangs de Voussoirs verticaux concentriques en P, où est le pôle de tous ces cercles considerez dans la Sphère, ainsi que les autres points A D B, où sont les pôles des portions Sphériques apellées Pandantifs, qui sont retranchez de l'Hémisphère par le Quarré E F G I, inscrit dans le premier A P B D, & par les plans des murs des formerets A P, A D; B P, B D.

L'Aplication du Trait sur la Pierre est claire par les principes du 3e. livre, puisqu'à chaque face de pierre supofée verticale, nous avons apliqué la projection d'élevation & de profil, & à l'horisontale le Trait du plan horisontal.

Des Voutes Sphériques en Pandantif sur des Polygones irréguliers.

Lorsque les côtez du Polygone qui font les murs des formerets, sont de longueurs égales, ils retranchent évidemment des demis segmens de Sphère égaux entr'eux, par conséquent d'une hauteur égale à la Clef, alors toutes les Clefs sont de niveau.

Par un raisonnement contraire, si les murs des formerets sont de longueurs inégales, les segmens de Sphère qu'ils retrancheront dans une Voute Sphérique, seront plus grands les uns que les autres, par conséquent leurs Clefs ne seront plus de niveau, ce qui est une difformité insuportable dans un lieu de parade pour l'habitation, & qu'un Architecte ne doit exécuter que dans quelques Soûterrains.

Suposant par exemple que l'on veüille vouter en Cul-de-four un *Fig.* 212. Quarré long, dont nous représenterons ici la moitié suivant la diagonale en A D B fig. 212, le ceintre du formeret du grand côté A D, sera le demi cercle A H B, & celui du petit D B, sera le demi cercle D *b* B, lesquels étant divisez à même nombre de Voussoirs, donneront par leurs projections des divisions inégales en E D, & en F D.

D'où il suit, 1°. que le pôle du Pandantif qui étoit au Quarré de la fig, 209. en P sur la diagonale, s'en trouve icy éloigné de l'intervale d'un arc de cercle majeur P D, décrit sur la diagonale A B pour diametre, lequel arc P D sera d'autant plus grand, que les côtez du Quarré long seront inégaux, parce que C P devant toujours être perpendiculaire sur A B, l'inégalité des côtez du Quarré long, retranche

plus ou moins du quart de cercle P D B, ſuivant leurs plus ou moins de difference de longueur, ou d'obliquité des angles ſi le Polygone n'eſt pas rectangle.

D'où il ſuit encore, 2°. que les centres des arcs verticaux des joins de lit du Pandantif, ou Panache E^{e} M F^{e}, k^{e} m 3e, 1e m 2e, ne ſont plus réünis à l'angle D, comme ils l'étoient en P au Quarré, mais ſeparez en des points c, c, c, donnez dans les interſections de la ligne T D, parallele à A B, avec les verticales m^{b} M, m^{3} m, m^{2} m, tirées par les milieux des projections de ces joins en E F, K q, &c.

Les interſections de ces mêmes lignes avec les arcs E^{e} M f^{e}, k^{e} m 3e, &c. marqueront auſſi le milieu du Pandantif, en tirant par les points où ils ſe croiſent, la courbe M m D qui eſt Elliptique.

De cet exemple de la moitié d'un Quarré long, on peut déduire celle du Rhumbe du Rhumboïde, & des autres polygones irréguliers.

Comme la conſtruction en eſt parfaitement ſemblable à celle de la figure 209, dont nous venons de parler, nous ne nous y arrêterons pas plus long tems, d'autant plus qu'on peut vouter un Quarré long, & de telles figures de beaucoup d'autres manieres plus agréables à la vûë, & au cas qu'on veüille les vouter en Pandantifs, il convient pour mettre les Clefs de niveau aux figures en parallelogrames oblongs, de faire la Voute en Hémiſphéroïde au lieu de l'Hémiſphère, c'eſt de quoi nous allons parler.

CHAPITRE VIII.

DES VOUTES EN SPHE'ROIDES.

En termes de l'Art,

Des Voutes en Cul-de-four ſurhauſſées, ſurbaiſſées, où ſur un Plan Ovale.

NOUS diſtinguons de deux ſortes de Sphéroïdes, les uns réguliers, les autres irréguliers.

Nous apellons *Sphéroïde régulier* le ſolide formé par la révolution d'une Ellipſe conſtante autour d'un de ſes axes, ſi c'eſt ſur le grand, le Sphéroïde ſera appellé *Oblong* ou *Alongé*, ſi c'eſt ſur le petit le Sphéroïde ſera appellé *Aplati*.

Nous apellerons *Sphéroïde irrégulier* celui qui eſt formé par la révolution d'une demie Ellipſe variable dans ſon contour, telle ſeroit celle qui en tournant ſur un axe vertical conſtant, s'élargiroit ou ſe retréciroit par ſon autre axe, ſuivant le contour d'une autre Ellipſe horiſontale.

On doit encore faire une diſtinction des Sphéroïdes réguliers *Oblongs*, lorſqu'on aplique leur figure aux Voutes; ſi le grand axe eſt vertical, la Voute s'appellera *ſurhauſſée*, & ſi le même axe eſt horiſontal, elle ne s'apellera pas ſurbaiſſée, mais *Cul-de-four ſur un Plan Ovale.*

La raiſon de cette diſtinction de nom, eſt fondée dans la maniere de la conſtruction, parce que le Cul-de-four ſurhauſſé dont les joins de lit ſont horiſontaux, ſe fait comme les Voutes Sphériques où ces joins ſont des cercles concentriques, mais dans l'autre ſituation ces joins de lit ſont des Ellipſes qui rendent le Trait de la coupe des Vouſſoirs ſi difficile, que tous nos Auteurs de la coupe des pierres y ont échoué, comme nous allons le montrer.

Erreurs de tous les anciens Traits des Voutes Sphéroïdes.

La premiere faute des Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres dans ce Trait, conſiſte en ce qu'ils n'ont pas ſçû faire le *Plan*, c'eſt-à-dire, la projection des joins de lit. Le Pere Derand veut que ce ſoient des *Ovales équidiſtantes.* M. de la Ruë dans la même idée, les trace par des arcs de cercles concentriques mal aſſemblez, avec d'autres auſſi concentriques entr'eux, mais excentriques aux premiers avec leſquels ils font des jarêts, qu'il auroit pû éviter en ſuivant une meilleure méthode, mais il n'auroit jamais pû éviter les inconveniens attachez à ce mauvais principe, comme on le verra ci-après.

Pour ſentir la raiſon de cette Erreur, il faut ſçavoir que les *Ovales équidiſtantes*, ainſi que les Ellipſes qui ſeront auſſi équidiſtantes, ſont des figures diſſemblables, qui formeroient dans la doële de la Voute des joins de lits irrégulierement placez, & hors de la ſurface d'un Spheroïde régulier, la raiſon peut en être aperçûë du premier abord en jettant
Plan 59. Fig. 205. un coup d'œil ſur la fig. 205, où l'on voit ſenſiblement que les Ovales concentriques & équidiſtantes, s'alongent de plus en plus à meſure qu'elles aprochent du milieu C, où elles deviennent enfin pointuës.

Mais comme ce n'eſt pas aſſez d'en convaincre les yeux qu'une figure mal faite peut tromper, il faut auſſi en convaincre la raiſon. Puiſ-

que les points F & f, par exemple, sont deux des quatre centres de l'Ovale sur lesquels sont décrits tous les arcs qui passent par les extrémitez des grands axes, il est clair que les Ovales qui passeront par ces points, ne seront plus composées que de deux arcs de cercles tracez des centres c^x & c^y, qui se croiseront aux points F & f, où les arcs de réunion s'évanoüissent en se réduisant à un seul point. La chose est encore plus claire, si l'on veut décrire d'autres Ovales au dedans des points F & f; donc la figure des premieres Ovales se change alors en celle d'un Fuseau qui n'est plus propre à désigner un lit de Voute Sphéroïde, où il ne doit point y avoir d'angle. Fig. 205.

Le Pere Dechalles pour éviter cet inconvenient dans son Trait de la Voute *rampante, ouverte au milieu, & tournante sur un Plan Ovale*, veut que l'on prenne les distances égales, non sur les rayons tirez des foyers, comme les Auteurs citez, mais sur *les rayons tirez au centre* de l'Ovale, comme en D C; nous allons démontrer que cet expédient ne sert de rien, en ce qu'il ne peut rendre les Ellipses ou Ovales, ni concentriques, ni équidistantes.

Alia interior Ellipsis si fieri potest, non tantùm concentrica sed etiam æquali intervallo distans ab exteriori, quæ distantiæ sumantur secundùm radios à centro procedentes. lib. V. prop. 12.

Premierement il est visible à la figure 205, que la courbe I K p, s'aproche plus de l'Ovale A D B en K, que la courbe I L p^3.

Pour en sentir la raison il faut tirer du centre C par le point L, où la ligne D C coupe l'intervale I p^3 i, la ligne L q, & par le point K, une ligne qui lui soit parallele K P.

Puisque les arcs de cercles F L & D q, sont tirez du même centre c^y, ils sont par la construction équidistans d'un intervale égal à A I, mais suivant la construction du Pere Dechalles, la distance D K doit être faite égale à A I; donc les lignes D K & q L devroient être égales, mais D K n'est qu'une partie de D L; donc le point K est au dehors de l'Ovale I L p^3, par conséquent plus près de l'arc D N. Il semble que cet Auteur a senti la contradiction de sa construction lorsqu'il a ajouté, *si fieri potest*.

Il ne reste donc d'autre moyen pour rendre la surface de la doële de cette Voute, d'une figure réguliere, que de faire les Ellipses des joints de lit concentriques & semblables, mais non pas équidistantes, comme le demandent le Pere Derand & Dechalles, puisqu'il est impossible, comme on le verra encore plus clairement dans l'explication du Trait de notre construction.

Le *second défaut* du Trait des Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres est moindre que celui-ci; peut être même pourra-t'il être contesté que s'en soit un; c'est qu'ils font les joins montans en ligne

droite à la projection tendant au centre C, au lieu qu'ils doivent être courbes, si l'on veut observer une parfaite simétrie dans les divisions des lits, où les joins de doële doivent couper des parties proportionnelles de chacune des Ellipses de ces lits, depuis l'imposte jusqu'à la Clef, dont le milieu est représenté dans la projection horisontale, par le centre commun C ; or les lignes droites tirées par des divisions de parties égales à l'imposte, coupent les Ellipses des lits supérieurs en parties inégales entr'elles ; donc les joins de doële dont les projections sont des lignes droites, alterent & gâtent la simétrie des Voussoirs, donc ils doivent être faits courbes en projection, d'où il suit, qu'ils doivent être en œuvre des courbes à double courbure, puisqu'ils ne peuvent être représentez en projection par des lignes droites.

Pour prouver la mineure, il faut tirer du point K, pris au milieu de l'arc D B de la fig. 200, une ligne droite au centre C, & l'on montrera que cette ligne coupera l'Ellipse concentrique I p^{1} *i* plus près du point *6*, qui est le correspondant du point *6 i*, que du point 7, c'est-à-dire, que l'arc p^{3} *k* est plus petit que *k i*, auquel il devroit être égal

Fig. 200.

Il est clair que les arcs Elliptiques des Ellipses concentriques, ne sont pas coupez par un diametre en même raison que leurs cordes, parce que leurs cordes sont paralleles entr'elles, & les arcs ne sont pas équidistans, comme nous l'avons démontré au premier livre, par conséquent ils ne peuvent être coupez proportionnellement par une ligne droite, comme le feroient des arcs de cercles concentriques par leurs rayons. Ainsi dans l'Ovale de la figure 205 qui imite l'Ellipse, on voit que les cordes semblables *g* G, *d e*, A D, ne parviennent pas jusqu'au diametre D C, & qu'au contraire si l'on en tire d'autres B D, E *e*, Q G, elles passeront au delà de la ligne D C tirée au centre ; donc elles ne couperont pas les Ovales concentriques proportionnellement, mais dans un raport toujours inégal que l'on peut facilement reconnoître dans cette Ovale, en ce que la difference des sections des arcs concentriques coupez par des lignes droites D C, tirées au centre de l'Ovale, & D Y, *c y*, au centre de l'arc D N, est l'arc Y L ; car puisque les lignes D *c y*, N *c y* sont des rayons d'un même cercle, tous les arcs D N, *e* P, G p^{2}, Y p^{1} sont semblables étant concentriques & entre les mêmes rayons ; or la ligne D L retranche de ces arcs les parties G O & Y L, qui sont d'autant plus grandes, qu'elles aprochent du centre ; par conséquent si l'on divise l'arc I L p^{3} en deux également en *m*, supofant A N divisée également en D, il n'y aura qu'une ligne courbe qui puisse passer par les points D *m* & C, puisque le point *m* est hors de la Droite D C, *ce qu'il falloit démontrer.*

Quoique

Quoique cette démonſtration dans l'Ovale compoſée d'arcs de cercles, ne concluë pas exactement pour l'Ellipſe, elle donne du moins un grand indice de la même propriété, puiſque cette compoſition d'arcs de cercles, eſt une bonne imitation de la figure de l'Ellipſe ; je la mets ici, parce qu'elle eſt à la porté de tous ceux qui n'ont qu'une ſimple notion des Elemens de Géometrie.

Pour en faire l'aplication à l'Ellipſe, il faut ſçavoir que hors des axes les diametres ne coupent pas les cordes & les arcs également, comme dans le cercle que nous avons démontré au Lemme du liv. II. pag. 193, parce qu'ils ſont inclinez aux cordes plus qu'aux arcs qu'elſouſtendent, par conſéquent le demi diametre C K de la fig. 200, coupera la corde D B plus près de D, que de B, quoique les parties D K, & K B de l'Ellipſe ſoient égales ; or les cordes D B & p^3 i, étant paralleles entr'elles, ſont coupées proportionnellement par le demi diametre C K ; donc le point x eſt plus près de p^3 que de i, mais il n'en eſt pas de même des Ellipſes, puiſqu'elles ne ſont pas équidiſtantes entr'elles, l'arc p^3 k eſt plus près du point x, que l'arc D K ne l'eſt du point X, parce que les diametres ne ſont pas en même raiſon ; donc la Droite K C coupera le premier en k, plus prés de p^3 que le point K ne l'eſt de D, *ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

Il ſuit de ce que nous venons de dire, qu'on ne peut éviter toute ſorte d'irrégularité, ſi l'on fait les diviſions des Vouſſoirs égales entre elles, leurs joins montans ſeront des Courbes à double courbure, & ſi l'on fait les joins à ſimple courbure Elliptique, les diviſions ſeront inégales. On remarque ordinairement ces défauts dans les Edifices, où les Voutes ſont ornées d'arcs-doubleaux élevez ſur des Pilaſtres eſpacez dans une Tour Elliptique à diſtances égales, comme à un Salon des plus modernes & des plus beaux Hôtels de Paris. La raiſon des Architectes eſt ſans doute, afin que les arêtes des arcs doubleaux ſe bornoyent en ligne droite.

Je n'oſerois me déclarer en faveur des joins à double courbure, contre un principe de décoration ſi bien établi par l'uſage ; je ne voudrois pas même faire de tels arcs-doubleaux en petit nombre & fort éloignez, ou qui ne ſeroient pas continuez en croiſées à la Clef, ou diametralement opoſez, s'ils ſont coupez par un plafond de milieu ; mais je penſe que s'il y en a pluſieurs dans une Voute ſimétriſée, cette ondulation des arcs-doubleaux ne ſçauroit être que très agréable à la vûë, en voici ſelon moi une preuve convainquante.

Si l'on ornoit une Voute Sphéroïde de compartimens horisontalement égaux, je veux dire d'égale largeur à chaque rang, comme sont ceux de la Voute Sphérique du Panthéon, on ne pourroit conserver l'égalité des parties horisontales, sans incliner les côtez montans des quadres qui se plieroient en façon de S par leurs infléxions; or cette figure qui n'est point désagréable à la vûë, paroîtroit au jugement une suite nécessaire de l'égalité des quadres renfoncez, par conséquent un effet de l'art, que la simétrie rendroit agréable. On peut avoir remarqué pareille décoration dans plusieurs ornemens d'Ouvrages d'Architecture & de Meubles, comme en des Tabatieres de ces figures qu'on apelle *de Gout*.

Quoique les joins montans à double courbure, soient attribuez à une plus grande perfection d'ouvrage, que les joins à simple courbure dirigez dans des plans verticaux, je ne condamnerai pas ceux-ci, lorsqu'ils seront interrompus par des liaisons & non pas continuez jusqu'au pôle ou près du pôle, comme les arcs-doubleaux & les compartimens des quadres resserrez. Je ferai seulement remarquer que cette construction ôte la facilité de l'apareil, en ce qu'elle fait que les doëles des Voussoirs deviennent gauches, c'est-à-dire qu'elles n'ont pas leurs quatre angles dans un plan; ainsi on ne peut les faire comme nous avons enseigné au Chapitre VII, par la voye du demi équarrissement, sans une correction un peu difficile, mais seulement par l'inscription des cylindres Elliptiques dans le Sphéroïde, ce que le Pere Derand apelle par équarrissement.

Je conviendrai aussi que si on les fait courbes, & que les Voussoirs soient en assez petit nombre en hauteur, pour que la courbure devienne sensible, c'est encore une autre petite difficulté, ou plûtôt une sujetion; mais si le nombre en est grand, ils pourront être pris sans erreur sensible pour droits, chacun en particulier, parce qu'il comprendroient une très petite partie d'une Courbe, dont les infléxions ne sont pas considérables.

De toutes ces observations il suit, que M. de la Ruë a eu raison de dire que *cette Voute à cause de sa figure Elliptique est assez difficile à bien exécuter, c'est pourquoi, on doit aporter autant de soin à tracer les Voussoirs, qu'à les bien poser.* Mais comme il se contente d'indiquer les difficultez sans en lever aucune, & sans éviter les fautes du Pere Derand qu'il a suivi, je vais tacher d'y supléer.

Je remarquerai auparavant une correction dans son Errata qu'il n'auroit pas dû faire. *Les foyers*, (dit-il,) *de l'Ovale du plan, serviront pour tracer les Ellipses qui représentent les plans des assises.* Cela est impossi-

ble; car s'il entend par le mot *d'Ellipse*, la Courbe qui est une des sections coniques, il est démontré que les concentriques semblables, ne peuvent avoir les mêmes foyers, & s'il entend par ce mot *l'Ovale* composée d'arcs de cercles, nous en avons fait voir l'inconvenient qu'on ne peut lever.

Pour donner ce Trait avec toute la justesse convenable, & pour distinguer par des noms, des choses differentes, nous diviserons les Voutes Sphéroïdes en *Régulieres* & *Irrégulieres*. Les *Régulieres* sont celles qui sont formées par la révolution d'une Ellipse sur son grand axe. Les *Irrégulieres* sont celles qui ne sont pas formées par cette révolution, mais dont les sections des joins horisontaux sont des Ellipses semblables & concentriques dans la projection, rangées dans la hauteur les unes sur les autres, suivant le contour d'une demie Ellipse verticale, & perpendiculairement à son petit, ou à son grand axe.

On peut encore la considerer suivant une autre Génération en supposant une demie Ellipse verticale, qui se meut autour de son demi axe vertical, laquelle s'ouvre & se resserre en tournant suivant le contour d'une Ellipse horisontale, dont le centre est dans l'axe de la verticale; nous apellerons cette derniere espece de corps une *Ellipsoïde*, pour les distinguer du Sphéroïde.

PROBLEME. XIX.

Faire une Voute en Sphéroïde Oblong.

En termes de l'Art,

Voute en Cul-de-four, sur un Plan Ovale.

PREMIER CAS.

Du Sphéroïde Régulier.

Soit (fig. 200.) l'Ellipse A H B D le plan horisontal de la Voute, ou si l'on veut seulement sa moitié A D B, pour faire servir l'autre moitié A H B de profil, suivant son grand axe où est sa longueur; sur D H petit axe comme diametre, on fera le demi cercle D *b* H pour servir de profil suivant sa largeur, & on divisera la moitié D *b* en ses Voussoirs, par exemple ici en trois & demi aux points 1, 2, 3, *b*, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur D C, aux points P, p^2, p^3. On tirera la corde D B du petit au grand axe, & par les points P p^2 p^3, on lui menera des paralleles, qui couperont le demi grand axe C B, aux points *e*, *g*, *i*, qui seront les extrémitez des Ellipses concen- *Fig. 200.*

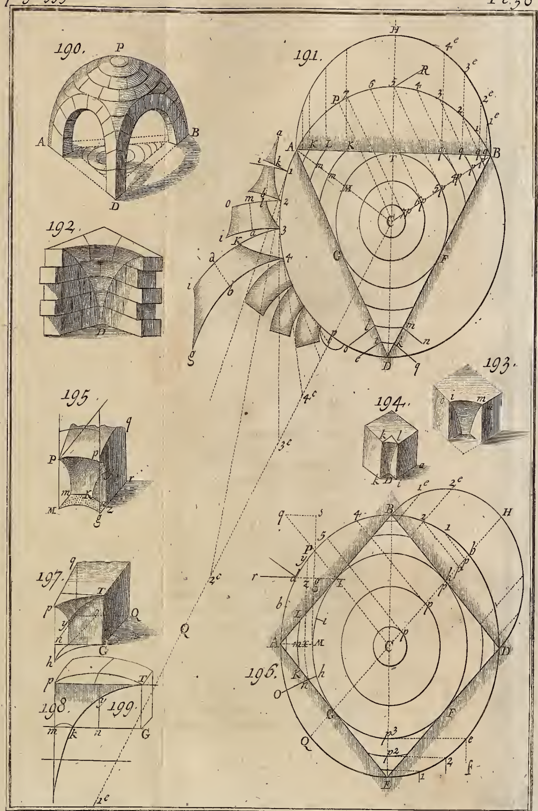
triques, qu'il faut tracer pour faire les projections des joins de lit de chaque assise ou rang de Voussoirs ; ainsi on portera les moitiez de leurs grands axes de l'autre côté de C, sçavoir C *e* en C E, C *g* en C G, C *i* en C I, & par le Problême VII. du 2e. livre, on tracera les Ellipses E P *e*, G p^2 *g*, I p^3 *i*, qui seront semblables & concentriques, mais non pas *équidistantes*, comme les demandent mal à propos le Pere Derand & ses Sectateurs.

Pour le démontrer, on n'a qu'à examiner les triangles semblables C D B, C P *e*, où l'on a C D. C P : : C B. C *e*, ou en divisant C D — C P = P D. C D : : C B — C *e* = *e* B. C B, & en alternant P D . *e* B : : C D . C B ; or C D est plus petit que C B, donc l'intervale P D d'une Ellipse à l'autre au petit axe, est plus petit que C B distance des deux Ellipses au grand axe, *ce qu'il falloit démontrer* pour condamner les pratiques des Auteurs de la coupe des pierres.

Mais diront leurs Partisans, il suit de là que les doëles seront de largeurs inégales, puisque la corde B 1° du profil B H sur le grand axe, est plus grande que la corde *h* 1^f du profil *h* H sur le petit axe, quoique la hauteur horisontale de ces points soit égale, parcequ'entre les paralleles 1_f 1° & C B, la corde *h* 1^f est moins inclinée que la corde B 1°, ce qui n'arrive pas dans la construction du Pere Derand. J'en conviens, mais cette inégalité, outre qu'elle est imperceptible à la vûë, n'est point un défaut, c'est une propriété inséparable & nécessaire à l'uniformité des divisions de la figure coupée par des plans horisontaux, telle est celle du retrécissement des dégrez de longitude sur la Sphère Armillaire, & des quadres de compartimens des Voutes Sphériques qui ne sont en rien désagréables à la vûë.

Les projections horisontales des joins de lit, étant tracées par des Ellipses concentriques & semblables, on pourra tracer les joins montans par des lignes droites, au lieu des courbes tirées de la circonférence au centre, si l'on veut tailler les Voussoirs par équarrissement, & ne pas se piquer d'une trop grande régularité. Mais si on est plus curieux d'éxactitude, ou qu'on ait des compartimens suivis, à faire depuis la naissance jusqu'à la Clef, on les tracera en lignes courbes par plusieurs points que l'on trouve très-facilement.

Ayant divisé l'arc de naissance D K B, en un nombre arbitraire de parties égales, comme ici en 5 aux points 5, 6^1, 7^1, 8, B, on divisera les autres quarts d'Ellipses, qui sont les projections des joins de lit en un même nombre de parties égales, comme P *e* aux points 5^2, 6^2, 7^2, 8e, *e*, & ainsi des autres, & par les points trouvez, on


190.
191.
192.
193.
194.
195.
196.
197.
198.
199.

tirera à la main ou avec une regle pliante les Courbes $C\,7\,7^3 \cdot 7^2\,7^1$; $C\,6\,6^3 \cdot 6^2\,6^1$; $C\,5\,5^3 \cdot 5^2\,5^1$, qui auront deux infléxions opofées, comme des S.

On peut auffi les trouver autrement par des lignes droites, en déterminant la longueur des doëles des Vouffoirs, par des cordes paralleles entr'elles, qui coupent les Ellipfes concentriques ; ainfi ayant déterminé, par exemple dans un fecond rang de Vouffoirs la longueur *a b* fur l'Ellipfe E L P pour une pierre, on tirera les cordes E *a* & *a b*, & par le point G du lit de deffus, leurs paralleles G *d*, *d c*, qui donneront fur la troifiéme Ellipfe $G\,p^2$, les points *d* & *c*, aux interfections de ces cordes avec l'Ellipfe, la figure *a d c b* fera la projection horifontale du Vouffoir qu'on fe propofe de faire, par le moyen de laquelle on pourra tailler ce Vouffoir de deux manieres, comme il a été dit pour les Voutes Sphériques. 1°. Ou par équarriffement en faifant une portion de cylindre elliptique qui ait pour panneau du lit de deffus l'arc *d l c*, & pour celui de deffous l'arc *a* L *b*. 2°. Ou par panneaux de doële plate, comme nous l'avons expliqué à la méthode de la réduction de la Sphère en Polyëdre, dont nous allons faire l'aplication au Sphéroïde.

Ayant divifé les cordes *a b*, *d c* en deux, également en M & *m*, on menera par ces points la ligne Q *q*, qui coupera l'axe A B en C, ou D H auprès du point C, on la divifera en deux également au point *x*, d'où on tirera une parallele à C B, ou à C D, qui coupera l'arc de cercle R *r* au point R, la ligne *x* R fera le demi axe d'une Ellipfe, dont Q *q* fera le grand axe, par le moyen duquel on décrira le quart d'Ellipfe R *y* Q. Enfuite des points L *l*, on élevera des perpendiculaires au diametre Q *q*, qui couperont l'arc Q *y* R aux points *a y*, par lefquels on tirera des lignes *a k*, *y x*, paralleles & égales aux flèches L M, *l m* par les points *k* & *x*, on menera la ligne *k x*, l'angle rectiligne *a k x* donnera le *biveau* de l'horifon avec la doële plate, & la ligne *k x* donnera la vraye longueur du milieu de cette doële.

Pour former le panneau de cette doële, dont on a la projection en *a b c d*, on tirera une diagonale dont on cherchera la vraye longueur par le profil, en faifant à part un triangle rectangle, qui aura pour une de fes jambes cette ligne *a m*, portée en *a* T, & pour l'autre la hauteur de la retombée T 2, du ceintre primitif D *h*, l'hypotenufe *a m*ˣ, fera la vraye longueur cherchée, avec laquelle on fera le panneau de doële plate. *Fig.* 204.

On prendra 1°. fur le plan horifontal la longueur *a* M ; 2°. fur le profil de l'arc Q R la longueur *k x* ; & 3°. fur le profil feparé la lon-

Fig. 201. gueur *a m*ˣ, dont on fera le triangle *i k m*ˣ; enſuite on prolongera la ligne *i k*, d'une longueur *k b*, égale à M *b* du plan; par le point *m*ˣ, on menera une parallele *d c* à *i b*, ſur laquelle on prendra les parties *m*ˣ *d*, *m*ˣ *c* égales à celles du plan horiſontal *m d*, *m c*, & l'on tirera les lignes *i d*, *c b*; le trapeze *i d*, *c b* ſera le panneau de doële plate que l'on cherche; ainſi on aura tout ce qui eſt néceſſaire pour tailler la pierre.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Fig. 202. Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit ſupoſé de niveau, on y tirera une ligne *a b* (fig. 202.) avec laquelle on fera par le moyen de la fauſſe équerre, les angles *b a* N, & *a b o* égaux à ceux du plan de l'épure; enſuite ayant diviſé cette ligne en deux également en M, on prendra avec la fauſſe équerre l'angle *a* M L de la fig. 200, pour tracer ſur ce lit la ligne L M. On abatra la pierre avec le biveau N *k x* du profil, en tenant une de ſes branches ſur la ligne L M, & l'autre en ligne droite, en borneyant par le plan de cette planche; en ſorte que l'angle M ne ſoit ni à droite ni à gauche des points L & *m*, ce qui donnera ſur la pierre un point *m*, par lequel & par la ligne *a b*, ayant fait une ſurface plane, on y apliquera le panneau *i d*, *c b* de la fig. 201, pour y tracer la doële plate qui donne la poſition des quatre angles du Vouſſoir. Il reſte à préſent à creuſer la doële entre ces angles.

1°. Sur le plan horiſontal on tracera l'arc *a* L *b*, par le moyen d'un panneau levé ſur le plan de l'épure. 2°. Au lit de deſſus, on creuſera avec une cerche l'arc *d c*, en faiſant une plumée par le moyen de cette cerche, dont on tiendra le plan parallele au lit horiſontal du deſſous, puis avec une autre cerche formée ſur l'arc *a y* du profil Q *y* R, on fera une autre plumée pour le milieu de la doële; enfin les deux joins montans ſe creuſeront ſuivant deux autres arcs elliptiques, pris ſur des Ellipſes qui auront pour grand axe les lignes *a d*, *b c* prolongées, comme on a fait pour le milieu L *l*; mais comme cette opération ſeroit un peu trop longue, il ſuffira dans la pratique de prendre la flêche de l'arc 1, 2 du centre primitif D *b*, ou du ſecondaire A H & de la porter ſur le milieu de la corde du panneau en *f l*, & de mener par les points *c*, *f*, *b*, une courbe avec une regle pliante.

La doële étant creuſée, on abatra la pierre pour former les joins montans, faiſant paſſer une ſurface plane par les trois points donnez N *a d* d'un côté, & *o b c* de l'autre, après quoi il ne reſtera plus qu'à faire les lits de deſſus & de deſſous qu'on doit faire avec le

biveau de doële & de lit du ceintre primitif circulaire, pris seulement avec la fausse équerre sur la corde & la coupe $h\ 1^f\ 5$, en la faisant courir quarrément sur les arêtes des lits de dessus & de dessous; mais cette méthode toute bonne qu'elle est & suffisante pour la pratique, n'est pas tout à fait exacte, en ce qu'elle fait les lits coniques gauches, comme il est visible par le profil, car si l'on fait la ligne de coupe naturelle à l'Ellipse $1^e\ 5^e$ égale à celle de la coupe du cercle $1^f\ 5$, la ligne $5\ 5^e$ ne sera plus parallele à l'horisontale $1^f\ 1^e$, & comme les cordes $1^f h$. $1^e B$ sont inégalement inclinées, il suit que les coupes $1^f\ 5$ · $1^e\ 5^e$, qui doivent faire à peu près les mêmes angles avec ces cordes, ne sont pas aussi également inclinées, ni paralleles entr'elles. Il semble que pour la commodité de l'apareil il convient mieux de faire ces sortes de Voutes, par la voye de l'inscription des cylindres, qui fournit un moyen de faire les coniques en portions de Cônes Droits, en sorte qu'à même épaisseur de Voute, ils sont toujours de niveau.

Seconde Méthode, *par l'inscription des Cylindres.*

Nous avons assez expliqué cette méthode en parlant des Voutes Sphériques, pour qu'il ne soit pas nécessaire d'en repeter ici la pratique; à la perte de pierre près elle est préférable à celle des panneaux de doële plate, dans ces sortes de Voutes, à cause de la facilité de l'exécution, particuliérement si l'on vouloit faire les joins montans courbes, comme ils sont tracez à l'épure, parce qu'on peut en apliquer le panneau au lit de niveau du dessus & du dessous, & le tailler comme une portion cylindrique très-peu creuse; cependant elle n'empêche pas qu'on ne soit obligé de faire des cerches differentes pour chaque joint montant, & même pour le milieu des doëles, si le Voussoir occupe une assez grande partie, pour que les arcs elliptiques deviennent sensiblement differens en contour. On a mis au bas de la planche 59. à la fig. 207, un quartier de pierre ébauché, pour y poser les hauteurs des retombées, les retombées, & les panneaux de tête, & le même Voussoir achevé à côté à la fig. 208, ce que l'on peut comparer à la figure 160 de la planche 53, & au discours du Chapitre précédent page 328 & 330.

Fig. 207. *Fig. 208.*

⁂

SECOND CAS.

Des Voutes Sphéroïdes irrégulieres, ou des Voutes Ellipsoïdes.

En termes de l'Art,

Voutes de Four surhaussées ou surbaissées, ou sur un Plan Ovale.

Cette sorte de Voute differre de la précédente, en ce que les sections perpendiculaires à son axe ne sont pas des cercles, mais des Ellipses dont le demi axe vertical est plus grand ou plus petit que le demi axe horisontal, c'est-à-dire, dont le ceintre est surhaussé ou surbaissé, mais qui sont cependant semblables entr'elles.

Fig. 206. Soit (fig. 206.) l'Ellipse A D B E le plan horisontal de la Voute, son ceintre à plomb ou sa coupe par le milieu en travers A H B, & son ceintre à plomb ou sa coupe par le milieu suivant sa longueur D *b* E ou *e* H *d*, on prendra celui des deux qu'on voudra pour primitif. Soit, par exemple, la moitié du petit A H divisée en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, H, d'où ayant abaissé des aplombs sur le demi axe A C, qui le couperont aux point Q, q^2, q^3, on menera par ce point des lignes $p^3\ q^3$, $p^2\ q^2$, P Q, paralleles à la corde A E, qui détermineront les longueurs des demis grands axes des Ellipses qui doivent être les projections des joins de lit, & les perpendiculaires sur C E, comme $q^3\ 3°$, $q^2\ 2°$, Q 1°, étant faites égales à celles du ceintre primitif A H, donneront les points *b* 3° 2° 1° E de l'Ellipse du ceintre sur le grand axe.

Si l'on vouloit trouver un ceintre sur la ligne F C, ayant tiré la corde A F, on en useroit de même qu'au cas précédent, dont celui-ci ne differre que par un peu plus de variété, & par conséquent de difficulté pour l'exécution.

Cette trop grande variété de courbures & de sections elliptiques fait, 1°. qu'on ne peut exécuter ces Voutes par l'inscription des Cônes tronquez, comme les Voutes parfaitement Sphériques, parce que n'ayant pas pour base des cercles, mais des Ellipses, les developemens n'en seroient plus des Couronnes de cercles, mais des courbes ondées, telles qu'on les voit à la planche 22 du troisiéme livre, ce qui rendoit l'opération trop composée.

En

En second lieu, on ne peut les faire par le moyen des segmens de Sphéroïde, qu'il seroit long & difficile de tracer pour chaque Voussoir en particulier, comme on en peut juger par ce que nous avons dit au Chapitre premier de ce livre.

Troisiémement, on ne peut les faire par la voye des panneaux de doële plate, lorsqu'on voudra faire les joins montans par des plans verticaux menez sur les lignes droites tirées du centre à la circonférence, parce qu'en ce cas les doëles sont gauches, c'est-à-dire, que les quatre angles des Voussoirs, excepté ceux qui sont à distances égales des axes, ne sont pas dans un même plan, à moins qu'on ne commençât par les faire plans pour les recouper ensuite, ce qui employeroit du tems inutilement & demanderoit encore une attention particuliere. Ainsi on est en quelque façon obligé de les exécuter par la voye, apellée improprement par les Auteurs de la coupe des pierres, *par équarrissement*, qui est celle de l'inscription des cylindres dans l'Ellipsoïde.

REMARQUE SUR L'USAGE.

Ces sortes de Voutes sont très communes dans les Eglises modernes, il y en a six égales entr'elles dans celle de Saint Pierre de Rome, trois à chacun des *bas côtez*, dont l'Ellipse de l'imposte a 45. pieds de longueur de grand axe, 34. de petit, & 21. de hauteur sous clef, supośant qu'il y en eût une, au lieu de la Lanterne qui la couronne. Il y en a une à peu près de même grandeur à Saint Sulpice à Paris, à la Chapelle de la Vierge, dont le grand axe a 48. pieds de long, le petit 35, & la hauteur sous clef 19. Les Eglises de Saint André du Quirinal, ou de Monte Cavallo, de Saint Charles du Cours à Rome, sont voutez de cette espece de Voute, avec des Lunettes & Lanternes, la Chapelle du Saint Sacrement des Peres de l'Oratoire de Saint Honoré à Paris, & quantité d'autres, qu'il est inutile de citer; ainsi on peut dire que quoique la plus irréguliere des Voutes en Cul-de-four, ce n'est pas la moins usitée.

On me dira peut-être que les grandes Voutes se font souvent de Briques, comme une partie de celles que je cite, & qu'ainsi on n'y trouve pas les mêmes difficultez qu'aux Voutes de Pierre de Taille, j'en conviens, mais le Trait devient alors néceſſaire aux Charpentiers, pour la formation des ceintres sur lesquels on construit la Voute, & il sert de plus pour la Charpente extérieure du comble dont nous allons parler.

Obſervations ſur les Figures des Dômes.

Lorsque les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes ſont aparentes au dehors, on eſt ordinairement obligé de les recouvrir d'une ſeconde Voute *d'Entrecoupe*, ou d'un comble de charpente de figure differente qui ſe préſente agréablement à la vûë, parce qu'une ſurface Sphérique ou Sphéroïde ſurbaiſſée, n'a pas la même grace étant vûë par dehors que par dedans, elle paroît trop baſſe, en termes de l'Art, trop *écraſée*, comme l'expérience le montre en quelques-uns des Dômes modernes des Egliſes de Paris ; de ſorte qu'on eſt obligé de les ſurhauſſer par dehors, comme l'on a fait à Saint Pierre de Rome, & à Paris à la Sorbonne, au Val-de-Grace & aux Invalides, afin qu'étant vûs d'en bas ils ſoient d'un agréable contour, en voici la raiſon.

Il eſt certain qu'une Sphère entiere de quelque côté qu'elle ſoit vûë, paroît toujours comme un cercle, c'eſt ainſi que le Soleil, la Lune, & les Planettes lorſqu'elles ſont dans leur *plein*, paroiſſent en quelque endroit qu'ils ſoient, ſur l'horiſon, ou au Zenith, faiſant ici abſtraction d'un changement inſenſible que la réfraction peut y cauſer.

Il n'en eſt pas de même d'un Hémiſphère, dont la ſection n'eſt pas dans un plan qui paſſe par l'oeil du Spectateur, ni perpendiculaire au rayon viſuel paſſant par le centre de l'objet ; car hors de ces cas l'Hémiſphère paroîtra plus grand que le demi cercle, ſi l'oeil eſt du côté de la convexité, & plus petit s'il eſt du côté de la ſection plane, ce qui eſt viſible par les differentes Phaſes de la Lune, où il n'y a jamais qu'un Hémiſphère de Lumiere, & un peu plus, lequel change cependant toujours à notre égard par ſes differentes expoſitions, c'eſt pourquoi, les Dômes en Hémiſphère qui ſont ſujets à être vûs de differens endroits, & de bas en haut, ne ſont aperçûs que ſuivant l'aparence du plan paſſant par leurs impoſtes, laquelle ſera toujours une Ellipſe par dehors, parce que le rayon viſuel ne peut être perpendiculaire à ce plan, que lorſqu'on eſt préciſement ſous le milieu de la Clef, ou préciſement en l'air au deſſus, dans l'aplomb de la même Clef ; c'eſt pourquoi il faut que l'Art corrige les aparences qui diminuent la grace du contour du Dôme, en le rendant plus bas que l'Hémiſphère aparent, ce que l'on fera par le Trait ſuivant tiré d'une des Leçons de feu M. de la Hire à l'Academie d'Architecture que j'ai énoncé differemment, précedé & augmenté des raiſons qu'il laiſſoit à trouver à ſes Auditeurs, & qu'un habile Profeſſeur en Mathématique, qui l'a publié depuis peu, a de même obmiſes & laiſſez à la méditation du Lecteur.

PROBLEME XX.

Trouver les axes conjuguez de la portion d'Ellipse Generatrice d'un Sphéroïde, lequel étant vû d'une distance & d'une hauteur donnée, présente à l'œil l'aparence d'un corps Sphérique.

Ou pour l'Architecture,

Faire l'épure d'un Dôme surhaussé, de maniere qu'étant vû d'une distance & d'un niveau donné à la ronde, il paroisse à peu près Sphérique en plein ceintre.

Soit (fig. 203.) A H la hauteur de la naissance du Dôme qu'on doit faire, prise à plomb sur le niveau du point de distance donné D; on réduira cette hauteur A H & la distance A D en petit, comme l'on fait tous les desseins par le moyen d'une échelle, par exemple au douziéme prenant des demi-pieds pour des toises, pour en faire un triangle rectangle A H D, qui est une préparation nécessaire au Trait de l'épure de la grandeur naturelle du Dôme. *Fig. 203.*

Ayant fait A H verticale A D horisontale, dans les mesures proportionnelles aux vrayes longueurs & hauteurs, & ayant tiré H D, on lui menera du point H une perpendiculaire H B, qu'on fera égale à la mesure du demi diametre du Dôme, suivant sa réduction en petit, comme on vient de faire pour le triangle A H D, & l'on tirera la ligne D B.

Ensuite sans faire aucune réduction de mesure en petit par l'échelle, on menera par le point A une ligne A E perpendiculaire à H D, & égale à la vraye mesure du demi diametre du Dôme, par exemple, si la Tour qui le porte avoit douze toises de diametre, comme celle des Invalides, on porteroit sur A E la longueur de six toises, & par le point E, on menera la ligne E F parallele à D B, laquelle coupera A H prolongée au point F.

On fera ensuite G I = G H, & l'on tirera A I K, qui rencontrera F E prolongée au point K, on portera la longueur A K de F en L, & l'on divisera le reste L A en deux également en C, par où on menera C M parallele à A D, & égale à A E demi diametre du Dôme.

Les lignes F C & C M sont les deux demis axes conjuguez que l'on cherche, & le point C le centre du Sphéroïde, par le moyen desquels on tracera une portion d'Ellipse plus grande que le quart d'un arc M N, dont la révolution sur son grand demi axe C F, formera le Sphéroïde d'un Dôme dont l'aparence sera Sphérique, lorsqu'on

le regardera du point donné D, & de tous les équidiſtans à la ronde qui ſeront dans le même niveau.

Explication Démonſtrative.

Si on prolonge D B juſqu'à ſon interſection O avec la verticale A F, & qu'on ſupoſe une Sphère dont le rayon vertical H O, eſt élevé au deſſus de D ou A D de la hauteur A H, on reconnoîtra que ce rayon étant vû du point D, doit paroître racourci ſuivant la perpendiculaire H B, à laquelle il paroîtra égal, l'un & l'autre étant compris dans le même angle de la viſion H D O, formé par les rayons viſuels D H & D O; donc par l'inverſe ſupoſant un rayon de Sphère incliné en H B, il paroîtra égal à un plus long H O.

Or par la conſtruction, à cauſe des paralleles E F & B O partie de D O, on aura H B. A E : : O B. F E : : H O. A F; donc le Dôme doit être alongé, c'eſt-à-dire ſurhauſſé dans le raport des lignes A E & A F; cependant parce que la ligne A K qui fait au deſſous de A E un angle égal à E A F, paroîtroit auſſi égale à A F, quoiqu'elle ſoit plus courte, puiſque la ligne F K eſt inclinée à la ligne H I, autant que ſa parallele O D; il paroît convenable de ne prendre ni l'une ni l'autre de ces lignes A F, A K pour demi axe, mais de placer le centre C au milieu de leur difference L A.

Presentement ſi l'on demande le lieu où l'on doit placer la naiſſance de la Lanterne ou de l'ornement qui doit ſervir d'amortiſſement au Dôme, il ſemble qu'on ne peut mieux la mettre qu'au point d'atouchement T d'une tangente P T menée parallelement à F E, parce que la partie ſupérieure T F, ne peut être vûë du point D, conſideré dans le vrai hors de la réduction, ainſi cette partie étant totalement inutile à la décoration, on ne peut ſe diſpenſer d'y ſubſtituer quelque *Lanterne*, *Piedouche* ou autre ornement plus élevé, dont la baſe doit paſſer au point T. Mais comme un Dôme n'eſt pas toujours vû d'une même diſtance, pluſieurs Architectes veulent que cette Lanterne ait le tiers du diametre du Dôme; c'eſt une affaire de gout, dont on trouve differens exemples dans les Ouvrages des plus fameux Architectes. Il ne s'agit pas ici d'en faire l'examen.



DES VOUTES SPHEROIDES TRONQUE'ES.

En termes de l'Art,

Voutes en Cul-de-four en Pandantif sur un quarré long, ou sur une Lozange, dans laquelle les Clefs des Formerets sont de niveau.

Plan 60.

Soit (fig. 213.) le quarré long A D B E le plan horisontal de la Voute en Cul-de-four. Ayant tiré les diagonales A B, D E, qui se croisent en C, on décrira sur un des petits côtez A D comme diametre, le demi cercle A *h* D pour ceintre du petit formeret, qu'on divisera en ses Voussoirs en nombre pair, comme aux Traits précédens des Voutes Sphériques de cette espece, aux points 1, 2, 3. *h*, 5, 6, 7, desquels ayant abaissé des perpendiculaires sur A D, qui la couperont aux points P *p*, on menera par ces points de chaque côté du milieu F, des lignes F G, *p q*, *p q*, paralleles aux diagonales A B, D E, qui couperont le côté D B aux points G, *q*, *q*; on en fera de même aux quatre coins du quarré long, comme on le voit à la figure pour avoir les plans ou projections horisontales des Panaches. *Fig.* 213.

On portera ensuite la moitié A F de I en h^f sur le côté A E, & du centre C, par le point h^f, on fera un quart de cercle C S K, qui coupera G I prolongée en K, par où on menera K L parallele à I F, qui coupera H F prolongée au point L, les lignes C K & C L seront les moitiez des axes conjuguez de l'Ellipse A L D N B O &c. circonscrite au quarré long A D B E, laquelle est le plan horisontal de la Voute Sphéroïde, tronquée par les murs élevez sur les côtez A D, D B, B E, E A.

Or parce que nous suposons le Sphéroïde régulier formé par la révolution de cette Ellipse sur son axe L O, on peut considérer sa moitié L D N B O, comme le profil où section verticale de cette Voute par son axe, dans lequel on voit que C G étant égal à F *h*, hauteur du ceintre A *h* D, par la construction, le point G peut représenter le point H du formeret D H^2 B, au dessus duquel la Voute s'éleve d'un segment, dont D N B est le profil qui comprend la partie représentée à la projection par le Rhumbe F G H I, & ses paralleles, lesquelles sont les projections des joins de lit, comme à la Voute précédente.

La formation du ceintre D H B du formeret est très aisée, puis-

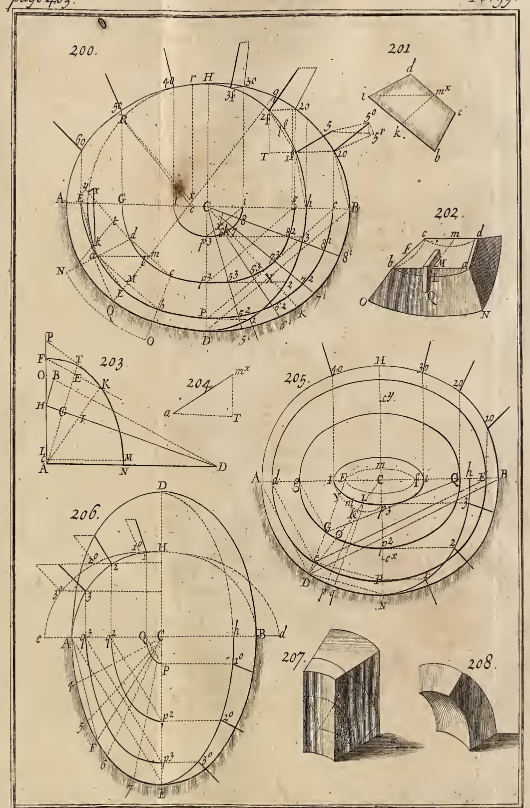
que l'on a les points de la projection de ses divisions en G, q, q, & les hauteurs des perpendiculaires qu'on y doit élever, sçavoir p^1 1, p^2 2, p^3 3, F h.

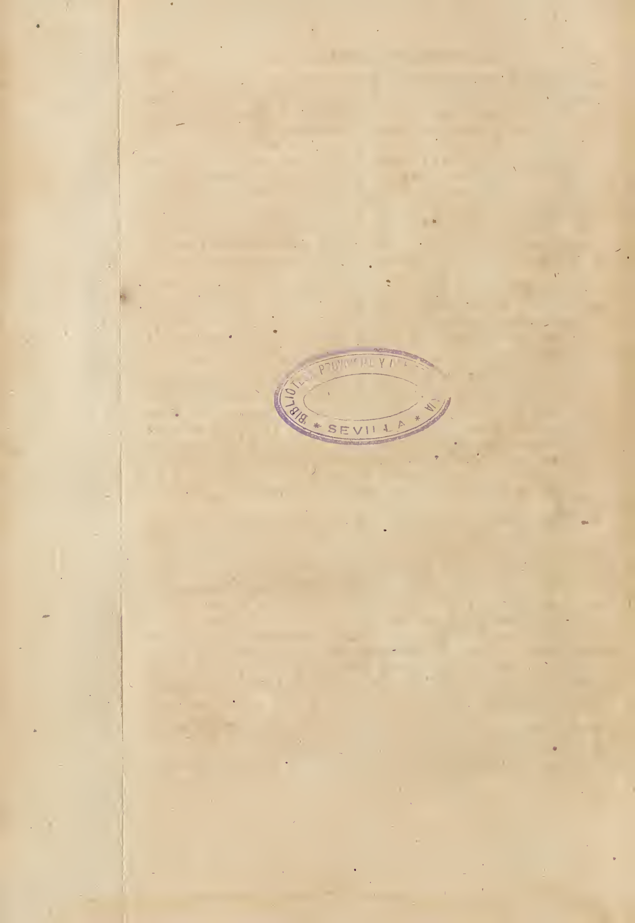
Il nous reste à trouver les hauteurs du milieu des arcs du Panache qui sont les demi-axes des Ellipses, dont les arcs f M g, 3 p m 3 q, &c. sont des parties, on menera par les points p^5, p^6 & p^7, des paralleles à F I, qui couperont la diagonale A C aux points n, n, par lesquels on menera des paralleles à A K, qui couperont le rayon C K, aux points o, I, o^6, o^7, desquels on élevera des perpendiculaires à C K, qui couperont le quart de cercle S K aux points z, h^f, 1 ^{6}, 1 ^{7}, où seront les hauteurs demandées; ainsi la ligne o z sera le demi axe de l'Ellipse dont f M g est une partie, de laquelle F G est la projection horisontale, & en même tems une partie de son grand axe, dont on trouvera la longueur entiere en la prolongeant de part & d'autre, jusqu'à ce qu'elle rencontre l'Ellipse A L D B O circonscrite au rectangle A D B E, qu'elle coupera aux points f^e, g^e, la ligne f^e g^e sera son grand axe, par le moyen duquel & du petit axe trouvé o z, on décrira une portion d'Ellipse f M g, qui est le dernier joint de lit du ceintre du panache.

On trouvera de même le grand axe L N de l'Ellipse dont 3 p m 3 q, est l'arc vertical de l'élevation du troisiéme joint de lit du panache, par le moyen duquel & de la moitié de son petit axe I h^f, on décrira un arc elliptique qui passera par les points 3 p, m, 3 q.

On aura aussi de même le grand axe i k, & la moitié du petit o^6, 1 ^{6}, pour tracer l'arc 2 p m 2 q, &c. & le reste de la projection verticale de tous les joins de lit du panache compris dans la figure D f M g D.

Il reste encore à tracer les projections des joins de lit compris entre les quatre panaches dans le Rhumbe F G H I ; pour cela on divisera l'arc S h f qui est coupé en h^f par la ligne A E, en deux parties & demies pour comprendre deux rangs de Voussoirs, & la moitié de la Clef aux points y, x, desquels on abaissera des perpendiculaires sur le rayon C K, qui le couperont aux points v & u. On menera par ces points de part, & d'autre des lignes u t & V T paralleles à I H, qui couperont C H aux points t & T, par lesquels on menera d'autres lignes égales au précédentes, & paralleles à H G ; ainsi en continuant autour de C, ces lignes u x, & v y seront les hauteurs des naissances u, t & V, T des arcs elliptiques des joins de lit des rangs de Voussoirs verticaux compris dans le Cul-de-four dont les projections horisontales sont les Droites u t, V T, qui sont aussi


200.
201
202.
203
204
205.
206.
207.
208.


SEVILLA

des parties de leurs grands axes, qu'on trouvera en prolongeant ces lignes jusqu'à l'Ellipse circonscrite, comme V T en *a*, la ligne *b a* sera la moitié de cet axe, dont il faut encore trouver la moitié de son conjugué, qui est représentée en projection horisontale par le seul point *b*.

On tirera la Droite E O, à laquelle on fera *b e* parallele, qui coupera C O en *e*, d'où on élevea sur la même C O, une perpendiculaire *e d*, qui coupera l'arc elliptique D N B du Cul-de-four au point *d*, la ligne *e d* sera le demi axe conjugué au demi axe *b a*, par le moyen desquels on décrira l'arc elliptique dont V *b* T est la projection horisontale, comme nous l'avons dit pour ceux du Panache. On trouvera de même celui dont *u t* est la projection.

Ces arcs étant tracez à part, (ce que nous n'avons pas fait dans ce Trait faute de place dans la planche,) on aura tout ce qui sera néceſſaire pour tailler les Vouſſoirs par la voye de l'équarriſſement, qui est la plus convenable & la plus expéditive pour ces sortes de Voutes.

On pourroit cependant fort bien se servir de la formation des segmens de Sphéroïde, pour y inscrire les Vouſſoirs à branches des angles F, G, H, I; T, V, *u*, *t*, &c. de la même maniere que nous l'avons expliqué pour les Vouſſoirs du Sphéroïde Oblong de la Voute en Cul-de-four, sur un plan Ovale; car celle-ci est de même un Cul-de-four sur un plan Ovale, mais tronqué de ses parties A L D, D N B, & des deux autres oposées & égales, par les murs B E, E A, avec cette seule difference que les rangs de Vouſſoirs sont verticaux.

Nous ne proposerons pas ici la voye des doëles plates, parce que les surfaces paſſans par les quatre angles des Vouſſoirs, ne sont pas ordinairement planes, mais gauches, il n'y a que le Vouſſoir triangulaire de la naiſſance de chaque pannache, qu'il convient fort de tailler par le moyen d'une doële plate, comme nous l'avons expliqué au Chapitre précédent, pour les panaches des Voutes Sphériques; parce qu'il n'a que trois angles dans son tronc; c'est en effet le moyen le plus simple & où il y a le moins de perte de pierre. La meilleure méthode pour les autres Vouſſoirs qui ont quatre côtez, est de les tracer & tailler par équarriſſement, comme il a été dit pour les Voutes Sphéroïdes, il n'y a de difference que dans la figure de l'élevation & point dans l'aplication.

Il faut seulement changer les biveaux mixtes de lit & de doële, suivant l'éxigence des coupes des Ellipses, aux points où elles sont coupées par les lits, ce qui demande un peu de soin & d'attention.

parce que ces lits sont des surfaces coniques gauches, en ce qu'elles sont parties des Cônes Scalenes & non pas Droits, comme aux Voutes Sphériques.

Explication Démonstrative.

Il faut se représenter une moitié entiére de Voute Sphéroïde, dont l'Ellipse A L D N B O &c. est le plan horisontal de l'imposte, ensuite que cette moitié est coupée par des plans verticaux paralleles entr'eux D B, A E, & A D, B E, qui rétranchent des segmens elliptiques A L D, D N B &c. dont les sections verticales sont représentées, l'une par le demi cercle A *b* D, consideré comme perpendiculaire à l'axe L O de la demie Ellipse L N O, qui est la génératrice du Sphéroïde par sa révolution autour de cet axe L O. L'autre section est représentée par l'Ellipse D H^2 B, qui doit être semblable à l'Ellipse génératrice L N O par le Théoreme V. du premier livre, parce que le Sphéroïde est coupé en D B, parallelement à l'axe L O, & la moitié de son petit axe G H^2, doit être égal au demi diametre F *b* de la section circulaire, c'est-à-dire, que les hauteurs des deux sections doivent être égales, en voici la raison.

Si l'on supose un troisiéme plan vertical coupant le Sphéroïde par les points F & G du plan horisontal, qui sont les projections des points *b* & *b f*, il coupera les plans verticaux par A D & D B, à distances égales du point R de la diagonale D E, où est le centre de la section elliptique faite par ce troisiéme plan; donc les ordonnées de l'Ellipse tirées des points F & G à son diametre $f^e\ g^e$, seront égales entr'elles par l'article 37. du premier livre; mais ces ordonnées sont aussi communes aux sections des plans A D & D B coupez par leur milieux F & G; donc les verticales représentées par les lignes F *b* & G H^2 sont égales entr'elles, *ce qu'il falloit démontrer.*

Presentement, si l'on examine le reste de la construction, pour trouver les diametres & les hauteurs des sections elliptiques des plans passans par les joins de lit; on remarquera facilement que nous avons trouvé ces diametres en prolongeant les projections des joins de lit, jusqu'à la circonférence de l'Ellipse A L D N B O, &c. où elles doivent se terminer, supofant le demi Sphéroïde entier, & que nous avons trouvé les hauteurs en divisant ces diametres proportionnellement à ceux des autres sections, qui ne leur sont ni égales, ni paralleles; & qu'enfin nous avons quelquefois supofé des sections imaginaires, par exemple par le milieu de la Clef en K N, pour avoir les hauteurs du quart de cercle S K, qu'il se faut représenter comme perpendiculaire au plan A D B E, quoiqu'il soit couché sur ce plan

par

par la néceſſité du deſſein qui ne peut exprimer des ſurfaces en l'air; ainſi pour peu qu'on y faſſe attention, on reconnoîtra que tout y a été fait dans l'éxactitude Géometrique.

DES VOUTES CONOIDES.

Ce ſeroit ici le lieu de parler des Voutes *Conoïdes*, ſi elles étoient en uſage dans l'Architecture, mais comme il eſt rare qu'on ſe ſerve de paraboles ou d'hyperboles pour faire des ceintres, à cauſe que leur naiſſance feroit un jarret à l'impoſte avec les pieds-droits, nous n'en dirons rien; cependant ſi le cas arrivoit, il ne ſeroit pas plus difficile à réſoudre que pour les Sphéroïdes, lorſque les lits ſeront de niveau à chaque rang de Vouſſoir, parce que leurs projections ſeroient des cercles, & les joins montans des portions de paraboles ou d'hyperboles égales entr'elles dans chaque rang; enfin les coupes des lits ſe trouveroient par la méthode qui en a été donnée au Probl. 16. page 194. du deuxieme livre. Mais ſi ces Voutes étoient fermées en Polygone, comme certaines Sphériques dont nous avons parlé, pour trouver les joins de lit il faudroit chercher les ſections des plans qui les couperoient, leſquelles ſuivant les directions données, ſeroient ordinairement des Ellipſes, comme il a été démontré au Théoreme VI. du premier livre.

CHAPITRE IX.

DES VOUTES ANNULAIRES.

En termes de l'Art,

Des Voutes ſur le Noyau.

NOUS rangerons les Voutes ſur le Noyau à la ſuite des Shériques, parce qu'elles y ont beaucoup de raport dans leur partie concave, & qu'elles peuvent être conſtruites par les mêmes moyens.

Le nom *d'Annulaires* que je donne aux Berceaux tournans quoiqu'inuſité en Architecture, exprime parfaitement la figure de ces ſortes de Voutes; car ſi l'on coupe un anneau à verge ronde ſans chaton par la moitié de ſon épaiſſeur, on aura une figure ſemblable à une Voute ſur le Noyau, en prenant le plein de l'anneau pour le vuide de la Voute.

Pour donner une idée plus juste de cette figure & en exprimer géometriquement la Génération, il faut la considerer comme la trace d'un demi cercle ou d'une demie Ellipse verticale A H B (fig. 215.) qui se meut par son centre sur une Courbe quelconque horisontale C I K circulaire elliptique, ou de telle autre courbure qu'on voudra, en telle situation que son rayon C H toujours vertical, & son diametre A B, soit non seulement toujours horisontal, mais aussi toujours dirigé au centre C *n* du Noyau B D C, dont on ne met ici que le quart, supofant la Courbe de révolution C I K circulaire; car si elle étoit elliptique comme il arrive quelquefois, le diamette A B ne doit pas être dirigé au centre, mais en un point *u* fig. 216, déterminé par une perpendiculaire V *u* menée à la tangente T *t*, sur un point R de la courbe elliptique de révolution K R C; cette connoissance présupofée, venons à la pratique.

Fig. 215.

PROBLEME XXI.

Faire une Voute sur le Noyau circulaire ou elliptique tournant sur une Courbe quelconque.

PREMIER CAS

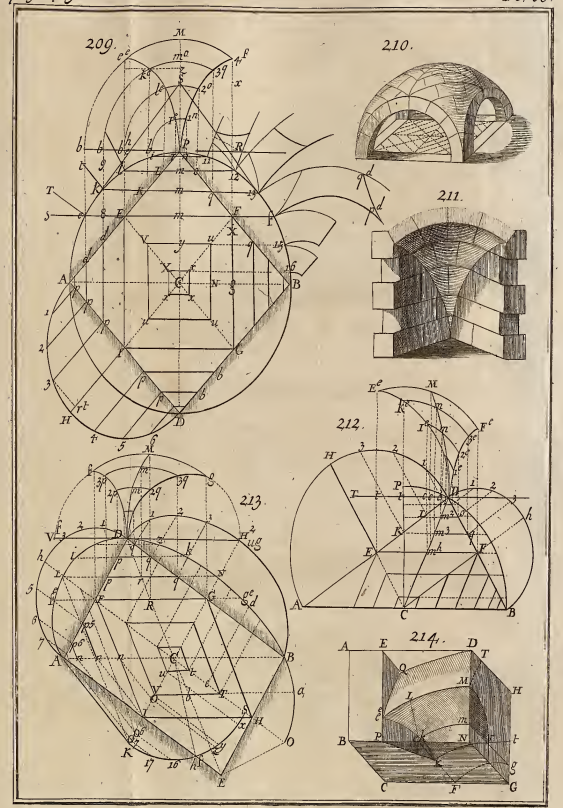
où la Courbe de révolution est circulaire.

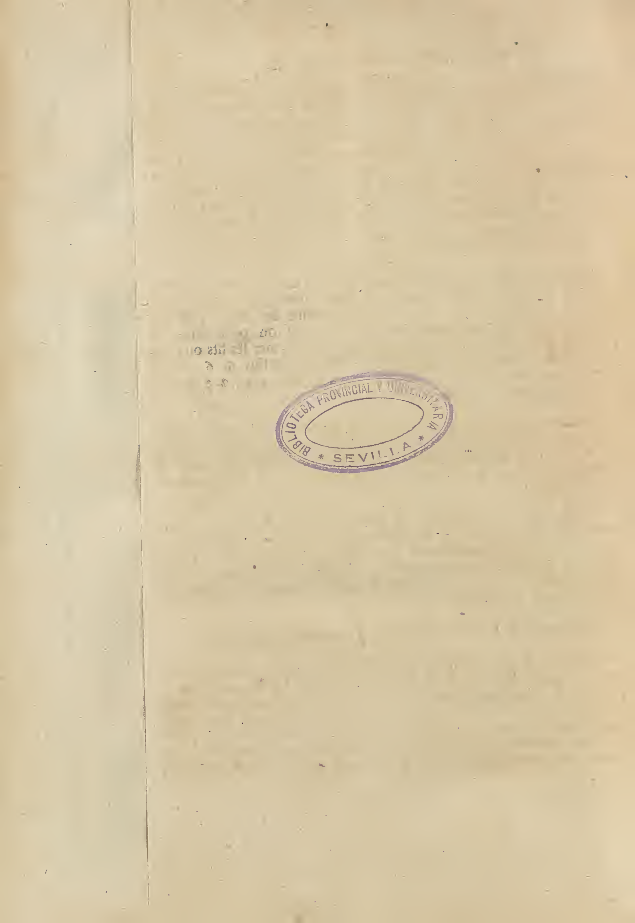
Fig. 215. Soit (fig. 215.) un quart de Couronne de cercle A B D E Q L A, le plan horisontal de la Voute dont le quart du Noyau est B D E C*n*, sur A B comme diametre du cintre, on décrira un demi cercle A H B, ou si l'on veut une demie Ellipse surhaussée ou surbaissée, dont on divisera le contour en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaissera à l'ordinaire, des perpendiculaires qui en donneront les projections aux points p^1, p^2, p^3, 4^4, par lesquels on tracera autant de cercles concentriques au Noyau du point C*n*; enfin par les divisions 1, 2, 3, 4, & par le centre C, on tirera les joins de tête 1 5, 2 6, &c. & la préparation générale sera faite. Il n'y à plus qu'à se déterminer au moyen de faire le Trait, par panneaux ou par équarrissement, c'est-à-dire, par l'inscription des cylindres.

Premiere Méthode.

Par l'inscription des Cylindres, apellée équarrissement.

L'aplication de ce systême est ici la même que pour les Voutes Sphériques ou Sphéroïdes.


209.
210.
211.
212.
213.
214.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
* SEVILLA *

Ayant déterminé la longueur du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire, par exemple un du ſecond rang $1^o\ 1^i$ dans la partie concave près du grand pied droit, ſur la projection p^1 M $s\,e$, on tirera par ſes extrémitez & par ſon milieu M, des lignes droites au centre C^u du Noyau, qui donneront pour la projection horiſontale du Vouſſoir, le quadriligne mixte 1° M $1^i\ 2^1\ s\ 2^o$, dont on élevera le panneau ſuivant lequel on abatra la pierre, pour en former une portion de cylindre, telle qu'on le voit en perſpective à la fig. 221, puis ayant pris à l'élevation 215, la difference des hauteurs de retombée $2\ g$, on la trainera ſur la ſurface concave $g\ s\ g$ de la figure 221, pour y tracer la Courbe $2\ e\ 2$ parallele à l'arrête $g\ g$.

On prendra auſſi la retombée $1\ g$ de la fig. 215, pour la trainer ſur le lit de deſſous parallelement à la même arête $g\ s\ g$; enſuite apliquant le panneau de tête 5. 1. 2. 6. ſur chacune des têtes $a\ g$ & ſon opoſée, on en tracera le contour, ſuivant lequel on peut abatre la pierre de differentes manieres. *Premierement* pour former les lits on peut ſe ſervir du biveau g 2. 6. pour former celui de deſſus 6. 6. 2. 2, apuyant une de ſes branches ſur le parement creux g 2, 2. g quarrément ſur la ligne 2. e 2. de la Fig. 221.

Secondement, on peut creuſer la doële par la même maniere avec un biveau mixte, formé ſur l'angle mixte du lit & de la doële 6. 2 e 1, ou, ſi le lit n'eſt pas encore fait, avec le biveau de l'aplomb & de la même doële V 2. e 1, & enſuite former de même le lit de deſſous avec ſon biveau.

Ce que nous avons fait pour la partie concave, ſe fera de même pour la partie convexe, par exemple pour le quatrieme Vouſſoir dont la projection eſt le trapeze mixte $3^i\ 4^e\ n\ 4^1\ 3^1\ m$, ainſi qu'il eſt repréſenté à la figure 222 en preſpective, laquelle produira un Vouſſoir dont la figure eſt deſſinée de même au chiffre 220 avec les lettres & chiffres rélatifs à la fig. 215.

Seconde Méthode, *par Panneaux fléxibles.*

L'Aplication de ce ſyſtême de ſupoſition de Cônes tronquez inſcrits dans l'anneau, eſt encore la même qu'aux Voutes Sphériques; car ſi l'on fait Q S perpendiculaire au rayon A C^n du cercle de révolution A L Q, cette ligne pourra être conſiderée comme l'axe commun à tous les Cônes tronquez des rangs de Vouſſoirs,, dont une partie en deſſus, eſt l'axe de ceux de la partie concave, depuis la naiſſance du grand pied droit en A, juſqu'à la Clef en H, & la partie en deſſous,

fera l'axe commun de tous les Cônes tronquez de la partie convexe autour du Noyau, depuis la naissance B sur ce noyau, jusqu'à la Clef en H.

Cela supofé, il n'y a qu'à prolonger les cordes des arcs A 1. 1. 2. en dessus, jusqu'à la rencontre de l'axe Q C ^{2}, que la premiere corde A 1 ne rencontre que bien loin hors de la planche, & que la corde 1. 2 rencontre au point C ^{2}, duquel comme centre & pour rayons les intervales, C ^{2} 1, C ^{2} 2, on décrira des arcs 1. 1 ^{d}, 2. 2 ^{d}, qu'on terminera à telle grandeur que l'on voudra, par une ligne 1 ^{d} 2 ^{d}, tendant aussi au centre C ^{2}, la portion de Couronne de cercle 1. 1 ^{d}, 2 ^{d} 2, sera le dévelopement de la doële conique tronquée, inscrite à la partie concave de la seconde assise de la Voute sur le Noyau.

On en usera de même pour la partie convexe du côté du Noyau, avec cette difference qu'au lieu de prolonger les cordes en haut, on les prolongera en bas jusqu'à l'axe C ^{n} Q, comme la corde 3 ^{s} 4, qui rencontrera cet axe au point x^{4}, où sera le centre de la portion de Couronne 3 ^{s} 3 ^{d} 8 ^{s} 4, & la corde 4 B le rencontrera au point S ^{c}, où sera le centre de celle B 4 ^{d}, ainsi il n'y a qu'à se rapeller ce qui a été dit de la construction des Voutes Sphériques suivant ce systême, pour l'apliquer à celles des Voutes sur le Noyau, où il n'y aura d'autre difference que des Cônes renversez, dont les panneaux de dévelopement s'apliqueront sur des surfaces convexes, au lieu que dans les Voutes Sphériques il n'y en a que des concaves. A l'égard de la Clef, il n'y a aucune façon qu'à lever le panneau de doële plate sur le plan horisontal où il est dans sa juste étenduë & figuré sans altération, & en faire les coupes suivant les angles 6. 2. 3, où 7. 3. 2.

Troisieme Méthode.

Par le moyen des Doëles plates.

Lorsqu'il s'agit de menager la pierre, on doit préferer la méthode des doëles plates aux précédentes, la construction en est tout à fait la même dans la partie concave, depuis la clef jusqu'à la naissance au pied droit de la Tour, que pour les Voutes Sphériques, ausquelles on renvoye le Lecteur pour ne pas repeter ce qui a été dit à la pag. 325.

Nous nous arêterons seulement à ce qu'il y a de particulier dans la partie convexe, depuis la clef jusqu'au Noyau.

Fig. 215. Ayant déterminé au plan horisontal la longueur du Voussoir qu'on veut faire, par exemple (fig. 215.) au quatrieme rang marqué 3 ^{s} 4 à l'élevation, & 3 ^{s} 4 ^{s} 4 ^{1} 3 ^{1} au plan horisontal, comme il a été dit ci-de-

vant à la premiere méthode page 411, on portera dans une figure 218. à part la longueur de la corde $3^{\circ} 4$ en $m\, n$, à laquelle on fera deux perpendiculaire $q\, r$, t T, qu'on terminera en portant de part & d'autre de m, la longueur $q\, m$ du plan horifontal en q & r, & la longueur n T en $n\, t$ & n T, & l'on aura le trapeze $q\, r$ T t, qui fera le panneau de doële plate tangente à la doële convexe du Vouffoir demandé.

Enfin on tirera par le point 4 l'horifontale 4 O, & la préparation fera faite.

Aplication du Trait fur la Pierre.

Ayant dreffé un parement pour y apliquer le panneau de doële plate fig. 219, & en ayant tracé le contour, on prendra avec la fauffe équerre l'angle de la doële & de l'horifon $3^{\circ} 4$ O, fuivant lequel on abatra la pierre pour former un parement de fupofition, fur lequel on apliquera le panneau levé fur le plan horifontal en $n^{\circ} t$ T n^{1}, qui donnera la pofition des lignes $n^{\circ} t$ d'un côté, en n^{1} T de l'autre, par lefquelles & par les lignes $t\, q$ & T R, on fera paffer de furfaces planes qui feront les joins montans des Vouffoirs, fur chacun defquels on apliquera le panneau de tête pris à l'élevation de la figure 215 en $7^{\circ} 3^{\circ} 4^{\circ} 8$, obfervant de l'éloigner au point 3 de l'arête de la doële plate au lit de deffus de l'intervale marqué au plan $q\, 3^{\circ}$, & au lit de deffous de l'intervale $t\, 4^{\circ}$, pris horifontalement, c'eft-à-dire, parallelement au lit de fupofition horifontale.

On abatra enfuite la pierre en furface conique convexe, par le moyen des cerches concaves formées fur les arcs $3^{\circ}\, m\, 3^{1}$ au lit de deffus, & $4^{\circ}\, n\, 4^{1}$ à celui de deffous tenuës horifontalement, c'eft-à-dire parallelement au lit de fupofition, laquelle pofition eft déterminée par les trois points donnez.

Enfin avec la cerche convexe de l'arc $3^{\circ} 4$, on creufera la véritable doële en tenant cette cerche apuyée fur les deux arêtes de lits de deffus & de deffous qu'on veut tracer, obfervant de tenir le plan de cette cerche dirigé perpendiculairement à la tangente de la furface convexe & pofée à diftance proportionnelle des deux têtes, c'eft-à-dire, que fi elle eft fur le milieu du lit de deffus, elle foit auffi fur le milieu de l'arête du lit de deffous, fi elle eft pofée au tiers de l'un, qu'elle foit auffi au tiers de l'autre, & par ce moyen on aura la doële exactement formée, par le moyen de laquelle on abatra la pierre avec les biveaux mixtes $4^{\circ} 3^{\circ} 7^{\circ}$ & $3^{\circ} 4^{\circ} 8$, pour guides pofez de la même maniere

que la cerche de la doële, pour former les lits convexes au dessus, & concaves au dessous en surfaces coniques.

Si les arêtes des lits sont bien faites, on peut s'épargner la peine de faire des biveaux mixtes en se servant de la fausse équerre ouverte sur les angles de coupe 4. 3. 7. & 7. 3. 8, tenant ses branches perpendiculaires aux arêtes courbes des lits, c'est-à-dire, à leurs tangentes. La difference de ces Voussoirs convexes avec ceux de toutes les autres Voutes, est qu'ils se retrécissent en dehors de la doële, & que dans toutes les autres Voutes à doëles concaves ils s'élargissent.

Il faut remarquer que la méthode des doëles plates peut servir généralement pour toutes sortes de Voutes sur le Noyau, de quelques courbes que soient leurs ceintres de doële surhaussé ou surbaissé, & de quelque Courbe que soit le contour de leur révolution horisontale; mais comme le Trait devient alors un peu plus difficile, il est à propos d'ajoûter ici quelque chose touchant celles qui ne sont pas circulaires.

Seconde Espece.

Des Voutes sur le Noyau Elliptique.

La construction des Voutes en Berceau qui tournent autour d'un Noyau Elliptique, peut être facilement déduite de celle des deux autres dont nous avons parlé, sçavoir pour la partie concave, depuis la grande circonference de la Tour jusqu'à la Clef, elle doit être semblable à celle d'une Voute Sphéroïde, & pour la partie convexe, depuis le Noyau jusqu'à la Clef, elle doit être tirée de celle de la Voute sur le Noyau circulaire, avec quelques petits changemens de direction des têtes & des lits, qui ne doivent pas tendre au centre de l'Ellipse du Noyau, mais être perpendiculaires à la tangente du Noyau, aux points où ils le rencontrent.

Il n'y a donc pas de difficulté pour l'exécution, mais il y en a un peu pour en tracer le plan horisontal sur des termes donnez.

Premierement, si le Noyau est Ovale d'une composition d'arcs de cercles, dont les deux centres des petits arcs soient dans la masse du Noyau, il n'y aura point de difficulté à continuer toutes les Ovales concentriques qui doivent marquer les projections des joins de lit, & le contour du mur de la Tour en Ovale.

Mais si le contour concave de ce grand pied-droit de la Tour, étoit donné de même composition d'arcs de cercles, & que les centres de ses arcs donnez sur le grand axe, fussent hors de la masse du Noyau, c'est-à-dire, dans le vuide de la Voute, on ne pourroit plus lui tracer un Noyau parallele, je veux dire équidistant du contour creux de la Tour qui porte la Voute, ce qui est clair par ce que nous avons dit du Trait des *Voutes sur un plan Ovale.*

Secondement, si la révolution de la Voute est Elliptique réguliere, je veux dire, que le contour du Noyau & celui du mur de la Tour soient deux Ellipses Géométriques concentriques au centre du Noyau C*n* & semblables, qu'on apelle Asymptotiques, comme sont les quarts E *a*, Q *b* de la figure 216, il est évident par les Théoremes 1, 4 & 5 du premier livre, & ce que nous avons dit des Voutes Sphéroïdes, que l'intervale du vuide de la Voute sera toujours inégal dans chaque quart d'Ellipse, depuis le grand axe C*n* Q au petit C*n* *b*; ainsi tous les rangs de Voussoirs seront de largeurs inégales & gauches, c'est cependant la figure la plus réguliere. *Fig. 216.*

Troisiémement, si l'on donne pour le contour creux de la Tour, une Ellipse Q *c* *c* *b*, & qu'on veüille que la Voute ne soit pas plus large dans un endroit que dans l'autre, il faut prendre sur cette Ellipse autant de points que l'on voudra à volonté en C, C, C, desquels comme centres, & d'un intervale donné pour rayon, qui sera la largeur de la Voute, par exemple *a b*, on tracera autant d'arcs de cercles vers *d* d *x* ausquels on menera à la main ou avec une regle pliante, une ligne courbe *a d* d X qui les touche tous sans les couper; cette ligne sera le contour du Noyau demandé, laquelle Courbe ne sera plus une Ellipse semblable, mais une *Epicicloïde* ou *Roulette.*

D'où il suit, comme dans le premier cas, que ce Noyau deviendra angulaire au point X.

Quatriémement, si au contraire on donne le quart d'Ellipse convexe E *a* pour contour du Noyau, on cherchera par la même pratique le contour concave correspondant vis-à-vis, qui doit terminer celui du creux de la Tour sur un rayon donné pour la largeur de la Voute, par exemple *a b* ou E Q, par le moyen duquel on tracera autant d'arcs que l'on voudra avoir de points de l'Epicicloïde, laquelle sera la courbe menée par l'atouchement de tous ces arcs en Q *z z z*.

Cette construction est la plus réguliere & la plus convenable à la beauté intérieure de la Voute & de son Noyau, dont le contour peut être tel qu'on le souhaite.

Les projections des joins de lit se traceront aussi de la même maniere, & seront équidistantes du pied-droit, comme l'on voit Y *y b*.

Le plan horisontal de la Voute étant tracé, il sera facile de faire les ceintres tels qu'on voudra surhaussez ou surbaissez avec leurs divisions & aplombs de retombées à l'ordinaire, un seul suffira si la Voute est par tout également large, mais si elle est faite en anneau réguliere-ment elliptique, ce ceintre & ses divisions changeront continuellement dans le quart d'Ellipse. Si le ceintre sur la plus grande largeur E Q est circulaire, comme son égal A H B, celui de la petite distance *a h b* sera surhaussé, afin que la clef & tous les joins de lit soient de niveau. Il n'y a pour en faire le Trait qu'à suivre ce qui a été dit, pour les divisions proportionnelles des diametres des Ellipses d'inégales largeurs & de même hauteur.

Par les points 1e, 2e, 3e, 4e, provenant des points 1, 2, 3, 4, du ceintre primitif A H B, on tirera des lignes paralleles à la corde Q *b*, qui couperont le diametre *a b* aux points s^1, s^2, s^3, s^4, par lesquels on élevera des perpendiculaires égales aux hauteurs des retombées du ceintre primitif 1 p^1, 2 p^2, &c. lesquelles donneront les points 1_s, 2^s, 3^s, 4^s, au contour de l'Ellipse surhaussée *a h b*.

Il suit de cette construction, qu'à faire les joins montans suivant la regle, ils ne feroient pas en ligne droite par tout ailleurs qu'aux axes, ainsi qu'il a été dit de ceux des Voutes Sphéroïdes.

Des Voutes sur le Noyau incompletes.

Puisque la partie concave d'une Voute sur le Noyau, depuis son grand pied droit jusqu'à la Clef, n'est autre chose qu'une Voute de four surbaissée, il est visible que chaque rang de Voussoir complet *fait Clef*, c'est-à-dire, se soutient par lui-même; par conséquent qu'on peut ne faire que cette seule partie, laissant le milieu vuide, ou y substituant un plafond, telles sont les Voussures des Salons ovales & des Tours rondes, ce que j'ai exécuté à une petite Chapelle Elliptique que j'ai fait bâtir dans un Fort.

Il n'en feroit pas de même de la partie convexe autour du Noyau; il est évident qu'elle ne peut se soûtenir sans être apuyée par la concave oposée.

Il ne paroît pas nécessaire d'ajoûter ici une explication démonstrative de tous les Traits de la Voute sur le Noyau, parce qu'ils ont tant de ressemblance

reſſemblance à ceux des Voutes Sphériques & Sphéroïdes, qu'il eſt très aiſé d'en faire une aplication de ſoi-même; faiſant ſeulement attention à la difference de la Génération des Voutes ſur le Noyau, dont le ceintre décrit par ſa révolution autour du Noyau, autant de courbes horiſontales, qu'il y a de diviſions de Vouſſoirs, leſquelles ſont ordinairement équidiſtantes dans leur projection de l'intervale des retombées, à moins que l'Anneau ne ſoit régulierement Elliptique. D'où il réſulte, hors de ce dernier cas, que ces courbes de projection des lits peuvent n'être pas de même eſpece que celles du Noyau ou de la Tour, comme nous l'avons fait remarquer, mais des Epicicloïdes ſi le Noyau eſt donné de contour Elliptique, & le vuide de la Voute de largeur uniforme.

DES VOUTES HELICOIDES.

En termes de l'Art,

Des Berceaux Tournans & Rampans.

Si l'on ſupoſe qu'une Voute ſur le Noyau, au lieu de tourner horiſontalements s'éleve à meſure qu'elle tourne, il ſe formera une autre eſpece de Voute qu'on doit apeller *Vis ſur le Noyau*, cependant on luy donne ordinairement deux differens noms; ſi le Noyau eſt d'un diametre aſſez grand pour pouvoir être vuide dans le milieu, on l'apelle *Berceau tournant & rampant*, tel eſt celui qui eſt repreſenté en Perſpective à la fig. 225. mais ſi le Noyau eſt ſi petit qu'il ſoit plein en façon de Colonne, on apelle la Voute, *Vis St. Giles*, parce que la plus conſiderable ou peut être la premiere a été faite au Prieuré de *St. Giles*, en Languedoc.

De ce que nous venons de dire, il ſuit 1°. que la Génération des *Vis ſur le Noyau* ne differe de celle des *Voutes ſur le Noyau*, qu'en ce que le demi cercle Générateur AHB, qui faiſoit ſa révolution ſur une Courbe horiſontale, la fait en s'élevant ſur une helice ſans incliner ſon plan & ſon diametre, & ſans en changer la Direction du côté de l'axe de cette Helice.

2°. Que chaque point du demi cercle Générateur pris à ſon diametre, ou à ſa Circonference décrit par ce mouvement, une helice de même nature que celle de la révolution centrale, c'eſt-à-dire dont la projection ſera une Courbe de même eſpece, circulaire, ou Elliptique, mais que chacune de ces helices ſera non ſeulement differente de la centrale, mais encore qu'elles ſont toutes differentes entr'elles, en ſorte qu'il ne s'en trouvera pas deux égales; celles qui ſeront les plus

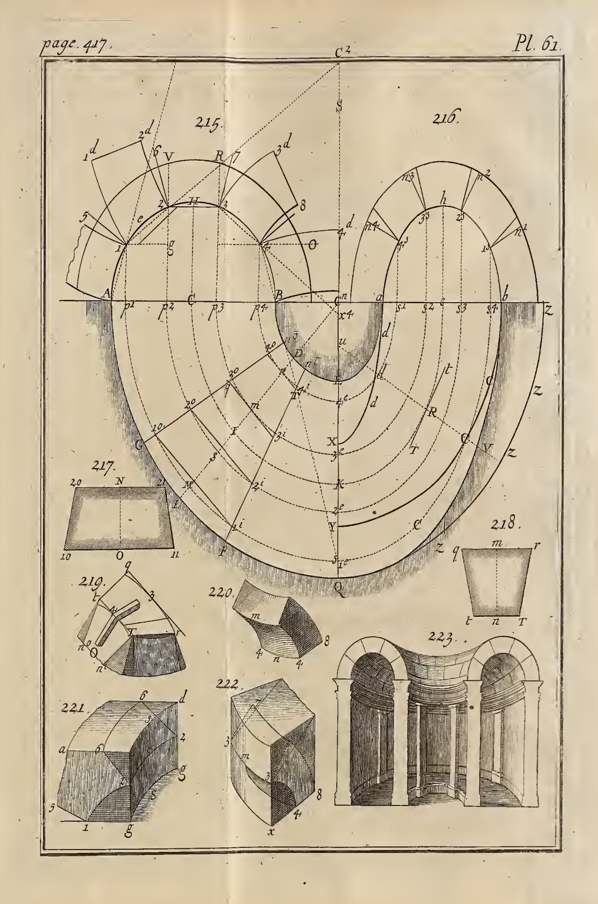
près de l'axe, feront les moins courbes & moins inclinées, que celles qui en font plus éloignées.

3°. Que cependant celles qui feront produites par les mouvemens des points, qui font de niveau entre eux, comme 1 & 4, 2 & 3, de la fig. 224. & tous ceux du diametre A B, marcheront à pas égal, en hauteur, & parviendront en même tems à la ligne perpendiculaire, à l'axe de la Vis & au plan tangent de l'helice de révolution centrale. J'appellerai celles-cy des *Helices compagnes*.

4°. Que les lignes dont l'inclinaifon eft donnée avec le diametre A B, ou un arc du cintre Générateur, comme font les coupes des joins de tête, conferveront auffi toujours leur même inclinaifon, à l'égard de l'horifon, ou d'une ligne à plomb parallele à l'axe de la Vis.

5°. Que non feulement chaque point du demi cercle Générateur, ou d'un autre cintre Elliptique ne change pas de hauteut relative à fon diametre horifontal, mais encore qu'il ne change pas de diftance à l'égard de l'axe de la Vis, lorfque la projection de l'helice eft circulaire ; il n'en eft pas de même fi la projection de l'helice eft elliptique; car alors il eft vifible que le cintre Générateur & fes parties s'en aprochent, & s'en éloignent deux fois à chaque révolution complete. J'appellerai cette diftance de l'helice à fon axe *le demi diametre de l'helice*.

6°. Enfin il fuit de cette Génération, que la furface d'une Voute *en Vis* eft un compofé d'une infinité d'helices inégales quoique de même efpece, qui forment une Doële, & des lits intrinfequement *gauches*, de forte qu'on ne peut y adapter une furface plane quadrilatere qui puiffe la toucher par fes quatre angles ; par confequent qu'on ne peut faire une telle Voute par la voye des panneaux de Doële plate fimple, fans y ajouter un fecond panneau en joint, qui atteigne au quatriéme angle, comme nous avons fait à la *Trompe en Niche fur le coin*, ce qui jetteroit une confufion dans le Trait; ainfi l'on peut dire avec Mr. de la Ruë que la voye des panneaux ne convient pas à ces Voutes, mais non pas qu'elle foit impoffible comme il le dit, puifqu'il eft toujours poffible de faire paffer un plan quadrilatere par trois points, & trouver la diftance d'un quatriéme point donné à ce plan, par un fecond panneau en retour.


215.
216.
217.
218.
219.
220.
221.
222.
223.



PROBLEME XXII.

Faire une Voute en Vis d'un ceintre quelconque.

En termes de l'Art,

Faire la Vis St. Giles, en plein ceintre, ſurhauſſée ou ſurbaiſſée.

Soit, Fig. 224. le quart de cercle B D E C*n*, le Noyau de la Vis, c'eſt-à-dire le quart de Noyau auquel les trois autres ſont égaux, & le quart de cercle A L Q, le plan horiſontal de la Tour ronde, dans laquelle eſt la Voute en Vis, tournant & rampant autour du Noyau. *Fig.* 224.

On commencera par faire les diviſions du ceintre A H B, & les projections des joins de la même maniere, que pour la Voute ſur le Noyau, dont nous venons de parler.

Ensuite on diviſera le grand arc A L Q, en autant de parties égeses qu'uo voudra, pour aſſigner à chacune une hauteur arbitraire par exemple celle d'une marche de l'eſcalier, qu'on ſupoſe dans la Tour Voutée, par exemple en ſix aux points 1ʳ F L G, 5ʳ Q, dont les intervales rampent, chacun de ſix pouces en hauteur. Par tous ces points on tirera les lignes droites au ceintre C*n* du Noyau, qui couperont ſa Circonference aux points n^1, n^2, D, &c.

Ou bien ſans égard aux marches, aſſigner au quart de révolution une hauteur comme *f*B, premierement il faut déveloper les deux helices, qui ſe forment aux impoſtes de la Voute, l'une au Noyau B D E, l'autre au mur de la Tour A L Q, ce que l'on fera par le moyen des diviſions, que nous venons de trouver ſur la projection de l'une & de l'autre, par les hauteurs qui leur ſont aſſignées. *Dévelopement.*

Ou bien en rectifiant tout d'un coup, chacun de ces Arcs A L Q & B D E, & prenant la hauteur totale qui feroit dans cet exemple de 3 pieds, ſupoſant chaque hauteur de ſix pouces.

On fera donc à part Fig. 230. un angle droit *f a* Q, on portera ſur *f a* la hauteur donnée pour un quart de révolution, & ſur *a* Q la longueur de l'arc AL Q de la fig. 224. rectifiée en portant ſucceſſivement autant de petites parties qu'on jugera à propos, par exemple ici ſeulement les ſix de la premiere diviſion 1ʳ, F, L, G, 5ʳ, Q, plus il y en aura, plus l'operation ſera exacte; & l'on tirera l'hypotenuſe *f*Q, laquelle ſera le dé- *Fig.* 230.

velopement de la premiere helice, de la naiſſance de la Voute ſur le côté de la Tour creuſe.

Fig. 230. On rectifiera de même tous les Arcs des projections des joins de lit, $p^1 q^1$, $p^2 q^2$ &c., & celui du contour du Noyau B D E, où eſt l'autre naiſſance de la Voute, pour avoir au dévelopement de la fig. 230. les points e, q^4, q^3, q^2, q^1, Q, par leſquels & le Sommet S, on tirera des lignes droites $ſe$ $ſq^4$, $ſq^3$, $ſq^2$, $ſq^1$, qui feront les deux dévelopemens de chacune des helices des joins de lit.

On déterminera enſuite la longueur du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire par des lignes tirées ſur le plan horiſontal, par exemple pour un Couſſinet de la Tour creuſe, la longueur F G; par les extrémitez F, G, & le milieu L, on tirera des lignes au centre C du Noyau, qui couperont la projection du premier lit, aux points 1° 11, & ayant prolongé ces lignes dans l'épaiſſeur du mur à volonté pour la queuë de la pierre qui doit y entrer en r & $ſ$, la figure quadrilatere mixte r 1° 11 $ſ$, ſera la projection du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire, dont les côtez n'étant pas dans leurs meſures, à cauſe de l'inclinaiſon de la Voute, il faut en chercher la valeur comme on va le dire.

Fig. 229. Premierement, on tirera les cordes 10 11, FG, & la parallele $rſ$, qui couperont le ligne du milieu aux points M, m, m^u; puis on fera à part, comme à la Fig. 229. une verticale X L, & une horiſontale rS, ſur laquelle on portera de part & d'autre du point L, les longueurs des moitiez des cordes m^u r en Lr, & LS; M F de la fig. 130. en LF & L G, de la fig. 129, & M 1° en L 1° & L 11; puis par tous les points r, S, F, G, 1°, 1¹, on tirera des paralleles à X L indéfinies, qui feront les bornes des trois differentes helices des arêtes du Vouſſoir, 1°. au lit de deſſus 2°. à celui de deſſous à la naiſſance, & 3° au même lit de deſſous dans l'épaiſſeur du mur priſe en r $ſ$ de la fig. 224.

Il faut préſentement chercher la hauteur dont chacune de ces helices s'éleve en rampant ſur la longueur horiſontale donnée, & parce que elles doivent toutes s'élever au même niveau, il ſuffit d'avoir la hauteur de l'une pour les avoir toutes.

On portera la rectification de l'arc F L G, de la figure 124. en Q F de la figure 130; la hauteur 2 F ſera celle que l'on cherche, qu'on portera à la figure 129. en Ff par où tirera l'horiſontale iR qui coupera les verticales ſur r R & 1°i en R & i. On tirera par ces points & les opoſez de l'autre les lignes R S, fG & I 1¹ qui marqueront les inclinaiſons differentes de chacune des helices des arêtes du Vouſſoir propoſé, au lit de deſſous; où elles ſe croiſeront toutes en M.

Pour tracer les helices du lit de deſſus, il faut premierement porter ſur la ligne du milieu XL, la hauteur de la retombée 1 p^1, de la fig. 224. en M m de la fig. 229. & au deſſus de la hauteur N 1 de la fig. 224. priſe de niveau à un point a, ou à un autre point 5, pris à volonté ſur la coupe 1. 5, & par les points m & N on tirera des paralleles à la ligne du deſſous, i 1^1. comme V u, & cd terminées aux verticales 1° C, 1 1 y.

Par le point N on tirera auſſi kl parallele à F G, ſi le point N a été pris de niveau au point a de la fig. 224. mais ſi ce point eſt pris ailleurs comme à la hauteur d'un autre point, à volonté comme 5. qui réponde per exemple au point u de la projection ſur la ligne F u, on tirera par le point C une horiſontale a, ſur laquelle on portera la longueur I u de la fig. 224. en XK, & par le point K & N on tirera la ligne kl, faiſant N l égal à N k, l'on aura une projection verticale du Vouſſoir, R $acdbs$ 1^1R, qui donnera toutes les meſures de la hauteur & de la longueur de la pierre compriſe par des lignes droites, qui n'expriment pas les arêtes du Vouſſoir, qui ſont des helices, mais ſeulement leurs cordes paſſans par trois de leurs points chacune, ſçavoir, leurs extrémitez & le projection verticale du milieu.

Or comme ces helices ont pour projection horiſontale un arc de cercle, ſi la Vis eſt circulaire, il ſuit que ces courbes ſont à la ſurface d'une portion de cylindre, dont les baſes ſont les arcs F G, 1° 1^1, $\acute{u}v$ de la fig. 224. il faut commencer par former un ſegment de cylindre, aſſez grand pour pouvoir les y tracer.

C'est pourquoi il faut tirer des lignes droites par les points les plus avancez C & b au lit de deſſus, & R & 1^1 à celui de deſſous des lignes tb & RT, la tranche de cylindre R tb T, qui ſera circonſcrite aux angles du Vouſſoir, ſera capable de le contenir dans toute ſon étenduë.

Il faut préſentement chercher la valeur de l'arc, dont la projection eſt l'arc dncentre 1° n 1^1 de la partie du Vouſſoir la plus avancé en dedans, qui a pour corde la ligne inclinée x 1 de la fig. 229. au lit de deſſuus, ou C y au lit de deſſus, lequel arc eſt une portion d'Ellipſe, & non pas une portion de cercle, comme le font tous les Auteurs de la coupe des pieres, par l'operation des *trois points perdus* il faut en chercher les points comme il ſuit.

On diviſera la moitié de la projection 1° m de la fig. 224. en deux également en o, pour tirer op parallele à la fleche mn, puis ayant diviſé le ligne i 1^1, ou C y en quatre parties égales aux points o, M, O, & tiré par ces points des perpendicuairres, on y portera les longueurs

Mn de la fig. 224. & op, en Nn, op & Op de la fig. 229. & par les points $C\,p\,n\,P\,y$, on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe sur laquelle on doit former la cerche, pour creuser la surface cylindrique de préparation à la taille du Voussoir.

Les Auteurs en dicrivent autant qu'il y a d'autres helices, mais dans notre méthode on verra qu'une seule nous suffit, on pourroit même se contenter de l'arc de cercle $1^{\circ}\,n\,1^{1}$, si l'on vouloit faire un premier Voussoir qui portât son coussinet de niveau à la naissance de la Voute.

Aplication du Trait sur la Pierre pour la formation des Voussoirs concaves.

Ayant dressé un parement de suposition verticale, on y apliquera
Fig. 224. le panneau en Rhumboïde, de la Section plane faite par une corde par exemple $1^{\circ}\,1^{1}$ du premier Voussoir du côté de la Tour où il forme la naissance de la Vis, lequel est le parallelograme $x\,c\,y\,1^{1}$ de la fig. 229.

Fig. 229. Le contour de ce panneau étant tracé sur le parement, on abatra la pierre à l'équerre sur les deux côtez Cy & $x\,1^{1}$, pour former deux lits plans inclinez, sur lesquels on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc Elliptique ralongé $x\,p\,n\,p\,1^{1}$, posant sa corde en haut sur le côté Cy, & en bas sur le côté $x\,1^{1}$, par le moyen de ces deux arcs on creusera à la regle une surface concave cylindrique, comme elle est representée à la fig. 228. Fig. 228.

On portera ensuite la hauteur de la retombée $1\,p^{1}$ de la fig. 224. en $1^{1}u$ de la fig. 229. sur le côté de l'arête $y\,1^{1}$, & la même hauteur sur le côté oposé Cx en $i\,V$, de sorte que l'intervale $x\,V$ de ce côté est plus grand que $1^{1}u$, de l'autre de la hauteur $x\,i$ comprise entre la ligne de niveau Ri, & l'inclinée RT, passant par les points les plus avancez R & 1^{1}, entre les points repaires sur les arêtes en u & V, on trouvera une helice avec le panneau de dévelopement, de celle qui passe par les points $p\,1\,q^{1}$ de la figure 224. qui est à la figure 230. le triangle rectangle $V^{1}g\,q^{1}$, lequel panneau sera fait de carton, ou d'une lame de plomb, pour être apliqué dans le creux du parement concave, formé pour la préparation de la figure 228. en posant le côté $V^{1}g$ sur l'arête Cx de la figure 229. le point V^{1} sur V, la pointe q^{1} tombera de l'autre côté en u.

On peut aussi tracer la même helice sans panneau flexible, seulement avec une regle pliante, sur laquelle apuyant d'une main pour la faire toucher au fond du creux, on tracera avec l'autre l'helice $V\,m\,u$, qui

fera l'arête de la doële avec le lit de deſſus du Vouſſoir, par le moyen de laquelle on trouvera celle de l'arête du lit de deſſous.

Il faut auparavant former les têtes opoſées du Vouſſoir, par le moyen d'un biveau mixte, F 1 o *p n* pris ſur le plan horiſontal de la fig. 224. dont les branches ſeront poſées d'équerre aux arêtes *x* C & *y*ᴵ, comme il eſt marqué aux fig. 228. en F *p* & 229. en *d o*. Sur chacune de ces têtes on trouvera par le moyen d'un panneau, ou d'une cerche l'arc A 1, de l'élevation de la figure 224. & ſa coupe 5. 1, comme on le voit en racourci à la figure 229. en bas en *l u* G, & à celle d'en haut en C V *f*. On formera enſuite un biveau mixte N 1 A, à la même élevetion, qui eſt compris par l'aplomb N 1, & l'arc de la doële 1 A.

On poſera la branche droite N 1 parallelement aux arêtes C *x* & *y* 1ᴵ, & on abattra la pierre ſuivant l'éxigence de l'autre branche courbe convexe, pour creuſer la doële, obſervant que le plan de ce biveau, ſoit toujours bien perpendiculaire à la ſurface concave, & que ſon angle 1 coule toujours ſur l'helice, qui a été tracée en V *m u*, l'extremité de le branche courbe tracera par ce mouvement l'arête du lit inferieur avec la doële.

Enfin on formera un ſecond biveau de lit & de doële ſur l'élevation de la figure 224. en 5 1 A abattant la pierre ſuivant l'éxigence de la branche droite, la courbe ſervant ici de guide, comme la droite ſeroit au premier biveau d'aplomb & de doële; Si le ceintre eſt circulaire, le même biveau renverſé ſervira pour les lits de deſſus & de deſſous, obſervant de tenir ce ſecond préciſément dans la même ſituation verticale, & ſon plan perpendiculaire au creux cylindrique, en ſorte que s'il étoit prolongé il paſſât par l'axe de la Vis, ſupoſé au point C.

Formation des Vouſſoirs convexes.

Il faut ſe reſſouvenir que j'apelle Vouſſoirs convexes ceux qui ſont du côté du Noyau, depuis la Clef juſqu'à la naiſſance ſur le Noyau, parce qu'ils ſont en effet convexes dans le contour horiſontal, quoiqu'ils ſoient encore concaves dans le contour vertical, deſorte qu'on pourroit les apeller *concavo-convexe.*

Lorsque le Noyau eſt aſſez gros pour être compoſé de pluſieurs pieces dans ſon circuit horiſontal, il eſt clair que la conſtruction des Vouſſoirs convexes n'eſt qu'un renverſement de celle des concaves, en ce qu'il faut commencer par former une ſurface cylindrique convexe fig. 227. pour tracer l'arête de lit ſuperieur, & de doële au lieu de la *Fig.* 227.

cylindrique concave, que nous avons formé à la fig. 228. & 229. & que le Vouſſoir doit être plus large à la doële qu'à la queuë, comme le repreſente la fig. $c f^n g^n d$ de la fig. 227. au lieu que le contraire eſt obſervé aux Vouſſoirs concaves.

Cette difference au reſte ne change en rien le fond de la conſtruction, de ſorte qu'en jettant les yeux ſur la figure 227. on peut y reconnoître celle de la figure 229. obſervant que celle-cy étoit pour un des premiers rangs des Vouſſoirs concaves, à la naiſſance, & que la figure 227. eſt celle d'un Vouſſoir du ſecond rang concave convexe, dont l'helice *a b* a ſa projection au quart de cercle $p\,3\,q\,3$, & ſon dévelopement à la figure. 230. eſt le triangle rectangle $v^3\,q^1\,q^3$, il ſera facile d'en faire uſage comme du premier $V^1\,g\,q_1$, ainſi je crois pouvoir me diſpenſer de détailler la conſtruction de la fig. 227. où il ne peut avoir aucune nouvelle difficulté.

Il n'en feroit pas de même pour la formation du premier rang des Vouſſoirs convexes, à leur naiſſance ſur le Noyau, ſi le Noyau eſt un ſi petit diametre qu'on ſoit obligé de le faire d'une piece à chaque aſſiſe, comme l'on fait les colonnes par *tambours*, & même s'il n'étoit fait que d'un petit nombre de pierres à chaque aſſiſe, comme de trois ou quatre par ce qu'alors il faut que les Vouſſoirs en Tambours portant la rampe du couſſinet pour que les lits ſoiunt de niveau, ce qui nous oblige a chercher denx courbes de ſections de la Vis par un plan horiſontal.

La premiere eſt la ſection d'un corps heliboïde convexe, coupé par un plan perpendiculaire, à l'axe de ce corps cylindrique tournant, & rampant autour de ſon axe, laquelle courbe donne le contour des arêtes de la doële avec des lits de niveau, ou plûtôt les arêtes des doëles de deux Vouſſoirs portans couſſinet.

La ſeconde courbe qu'il faut trouver, eſt la ſection d'un corps helicoïde en Vis, dont la ſurface eſt toute convexe dans ſon contour, mais droite dans ſa direction à l'axe de la Vis, à la difference de la doële qui étoit courbe en tout ſens.

Premiere Courbe de ſection horiſontale.

Pour la facilité de l'inſtruction, nous ne ſupoſerons ici que le quart de l'helice, & du Noyau B D E C^n. On commencera par diviſer ſa Circonference B D E, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points en la courbe, comme ici en ſix aux points n^1, n^2, D n^4, n^5, E, par leſquels on tirera autant de droites indéfinies paralleles à l'axe Q R, ſur

Fig. 224. & 230.

fur lesquelles on portera fucceffivement les hauteurs de la ligne *fc* de la fig. 230. qui eft le dévelopement de l'helice du contour du Noyau au deffus de l'horifontale A C^n, par exemple 5 1^n de la fig. 230. en 5 *a* de la fig. 224. 4 V^n en 4 *b*, *d* 3^n en g^c, 2 4^n en 2 *d*, ainfi du refte, & par tous les points C^n, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, on tirera une ligne courbe $c^n f$, qui fera la projection verticale de l'helice de la naiffance de la Voute en Vis fur le Noyau ; comme cette naiffance doit être coupée par le lit horifontal du tambour à la hauteur de la premiere retombée de la divifion 4 du ceintre A H B, il faut chercher les differentes faillies de la Vouffure de cette naiffance, à la hauteur du lit du niveau du tambour. C'eft pourquoi on menera par chacun des points donnez à la projection de l'helice *a b c d e f*, des horifontales paralleles au diametre A B, comme *a* C^1, *b* c_2, *c* C^3 &c. & une autre horifontale 4 *d* R par le point 4 de l'arc H B qui repréfentera le lit de deffus du Tambour.

Enfin avec le rayon AC tranfporté fucceffivement fur toutes les horifontales en *a* c^1, *b* c^2, & on trouvera tous les points c^1, c^2, c^3, c^4, defquels on décrirera des arcs $c^n g$, *a g*, *bg*, *cg*, qui couperont l'horifontale 4 R aux points W, *x*, *y*, *z*, où feront les avances que l'on cherche.

Ainsi prenant à volonté un point P fur l'arc de la projection du joint de lit p^4 q^4 fur un rayon de la révolution n^5, 5^r, pour la plus grande faillie, qui eft celle de la retombée p^4 B, on portera fur le rayon fuivant n^4 G, l'intervale *x* W de la ligne verticale n^5 *b* à l'arc *a g* coupé par l'horifontale 4 R en *x*, cette longueur *x* W portée fur n^4 G, donnera le point X, qui eft un de ceux que l'on cherche ; on continuera de même à porter l'intervale *y n* fur D L, pour avoir le point Y, & l'intervale *z n* fur n^2 F, pour avoir le point Z, & comme l'helice *a f* eft coupée par l'horifontale 4 R au point *d*, il n'y aura point de faillie en ce point, qui répond au point n^1 du contour horifontal du Noyau, ainfi on tirera à la main ou avec une regle pliante la ligne courbe n^1 Y P, par les points trouvez n^1 Z Y X P, qui fera celle que l'on cherche, pour fection horifontale de la doële à hauteur du point 4, de la premiere retombée du côté du Noyau.

Seconde Courbe de fection horifontale au lit de la Vis.

Le même plan horifontal qui a coupé la doële depuis le point *d* jufqu'au point R^n, à l'élevation fuivant le courbe n^1 Y P du plan horifontal coupe enfuite le lit de la Vis fuivant une courbe differente P *x* E, depuis le *Fig.* 224.

point P, qui eſt commun aux deux ſections juſqu'au point E qu'il faut trouver.

On prendra la hauteur *ro* du point *r*, où le joint de têt e 4 8 coupe l'aplomb du Noyau *f*B, ſur l'horiſontale 4 R, & on la portera à la figure 230. du point *a* en R, par où on tirera une parallele à la baſe *ae*, qui coupera la ligne *fe* au point 1*n*, d'où l'on abaiſe ſur *ae* la perpendiculaire 1*n* 5.

On portera enſuite la longueur rectifiée 5 *e* ſur l'arc B E de la figure 224. du point *n*5, qui répond au point P, ſur la ligne C*n* P de *n*5 en E en la cinglant, c'eſt-à-dire en apliquant & pliant cette longueur ſur la ligne courbe, ce qui ſe fait de deux manieres, ou en prenant ſucceſſivement des petites parties de la longueur 5 *e* de la figure 230. & les portant de même ſur l'arc B E, ou en prenant ſur une regle la longueur 5 *e*, & en la tournant comme une tangente mobile, depuis le point *n*5 juſqu'à , ce que le point *e* de la regle deviennent celui de l'atouchement de la regle au point *e*.

Cela fait on a déja deux points de la courbe en P & E, il faut en chercher d'autres ; ayant diviſé l'intervale du point 4 *e* en autant de parties égales qu'on voudra avoir de ces points, par exemple ſeulement en deux en *m*, on diviſera auſſi en même nombre l'arc *n*5 E au point *u*, par où on tirera du centre C*n* une ligne indéfinie *u x*, ſur laquelle on portera la diſtance *m* V du point *m*, au nud du Noyau *f*B, de *u* en *x*, la ligne menée à la main ou avec une regle pliante, par les points P *x* E, ſera celle que l'on cherche pour la ſection horiſontale du lit de la Vis.

L'espace que les deux courbes *n*1 Y P & E *x* P comprennent, eſt la ſection horiſontale de la Vis coupée par le lit horiſontal d'un Tambour du Noyau, tant à la doële qu'au lit, dont on fera uſage comme il ſuit.

Formation d'un Tambour d'une portion d'aſſiſe du Noyau, portant la Naiſſance de la Vis.

Si le Noyau de la Vis eſt d'un aſſez petit diametre pour être fait d'un ſeul Tambour, il faudra ajoûter à chaque extremité de ſon diametre l'alongement de la premiere retombée *p*4B, & ſur ce nouveau diametre former un Tambour en tranche de cylindre, pour qu'il puiſſe comprendre le Tambour du nud du Noyau, & la ſaillie de la naiſſance.

Pour la facilité de l'inſtruction nous ſupoſerons le Noyau aſſez grand pour être fait de quatre pieces à chaque aſſiſe, ainſi nous ne formerons *Fig.* 226. qu'un quart de tambour, comme on voit à la fig. 226.

On commencera par former un quart de Tambour, dont la hauteur sera celle de la retombée $4p^4$, & les lits de dessus & de dessous jaugez, & en retour d'équerre sur les joints montans, seront égaux au quart de cercle $C_n p^4 q^4$ de la fig. 224.

On levera ensuite le panneau B n' Y P E, qu'on apliquera sur le lit de dessous en $e\,p\,n^1$ de la fig. 226. puis ayant tracé un quart de cercle E D B au lit de dessus avec le rayon C_n B de la fig. 224. on portera sur son contour l'intervale E n^2, de quatre divisions, parce que le point n^2 répond aplomb sous le point d, où l'horisontale $4\,d$ coupe l'helice de la naissance $C_n\,df$, & l'on aura pour reculement du lit sur le Tambour le point D de la fig. 226. par lequel on tirera du centre C^n, la ligne C^n L qui coupera l'arête superieure du grand Tambour p^4 P q^4 au point L par lequel, & par le point q on tracera l'helice L $l\,q$ sur la surface du plus gros cylindre avec une regle pliante.

On portera ensuite l'intervale $q\,p$ du lit de dessous, en L P au lit de dessus, & par les points p & P, on tracera avec une regle pliante apuyée sur ces deux points une seconde helice semblable à la premiere. Enfin ayant tiré à la fig. 224. une ligne du centre C^n par l'origine n^1, de la section de la doële n^1 YP, qui coupera l'arc p^4 P q^4 au point K, on portera la distance q_4K en $q\,p$K de la fig. 226. pour avoir le point K, qui répond au point n^1 de l'origine de la section horisontale de la doële, & au lit de dessus en reculant le panneau, on aura le point de la même naissance qui tombe au-delà du quart de cercle, par le moyen duquel on trouvera une troisiéme helice parallele, & égale aux deux précedentes.

La pierre étant ainsi tracée, on abattra quarrément 1°, le prisme mixte D L $q\,q_4$ E e D, pour avoir l'angle rentrant en helice De.

Secondement le prisme triangulaire mixte D L P $p\,q\,e$ D par le moyen d'une petite cerche concave formée sur la ligne convexe P x E de la fig. 224. qu'on tiendra toujours de niveau, c'est-à-dire parallele au lit.

Troisiemement on abattra le prisme mixte p^4 B $b\,a\,k\,n^1$ B, pour avoir l'angle rentrant du tambour, & de la naissance ébauchée avec le nud du Noyau. Enfin on abattra un quatriéme prisme mixte B p^4 P $p\,k\,n^1$ B par le moyen d'une cerche convexe, formée sur l'arc concave A 1 ou 4 B de la fig. 224. qu'on tiendra toujours dirigée au centre du Noyau, & son plan par l'axe du Noyau; & la pierre sera achevée.

Du Berceau tournant & rampant incomplet.

En termes de l'Art,

De la Vis à jour ſuſpenduë.

Si l'on ſuprime toute la partie convexe de la Vis St. Giles, le Noyau qui lui ſervoit d'apui devient inutile, par conſéquent l'on peut le ſuprimer auſſi, il ſemble du premier abord que cela ne ſe peut ſans détruire le reſte de la Voute, cependant l'experience nous fait voir le contraire dans ces eſcaliers fort communs, qu'on apelle *Vis à jour ſuſpenduë en Vouſſure*, qui ſubſiſtent parfaitement par une raiſon ſemblable à celle que nous avons donné des Voutes Sphériques, & ſur le Noyau incompletes, qui eſt que les rangs des Vouſſoirs depuis l'impoſte concave de la Tour juſqu'à celui qui forme la Clef, ſe ſoutiennent mutuellement, & pour me ſervir des termes de l'Art, *ſont Clef* chacun en particulier; la difference qu'il y a dans la Vis conſiſte en ce que le dernier Vouſſoir qui eſt le plus haut de chaque rang, n'étant pas buté contre un autre Vouſſoir, comme aux Voutes ſur le Noyau, ne ſe ſoutiendroit pas ſans un apui de quelque arcade, ou d'une piece de bois de palier; mais auſſi ce dernier Vouſſoir n'eſt pas ſi difficile à contenir qu'aux Voutes ſur le Noyau, parce qu'il pouſſe très peu, particulierement ſi la Vis eſt un peu roïde, l'inclinaiſon de ſa poſition en rejettant le fardeau ſur les Vouſſoirs inferieurs qui lui ſervent d'apui.

Il ne paroît pas néceſſaire d'entrer dans le détail de la conſtruction de cette Vis incomplete, puis qu'elle eſt exactement la même que celle de la Vis St. Giles juſqu'à la Clef, le reſte demeurant vuide & ſuprimé, il ne s'agit que d'une petite difference au rang de Vouſſoir, le plus élevé qui doit porter le Limon de l'eſcalier, ſur lequel on met la Baluſtrade, ou un apui de fer.

Cette difference du dernier rang qui fait clef, conſiſte à faire le parement qui eſt aplomb du côté du vuide en portion de cylindre, de la hauteur que donne l'épaiſſeur de la Vouſſure en cet endroit, préciſement de la même maniere qu'il a été dit, pour l'ébauche d'un Vouſſoir concave deſſiné à la fig. 228. dans laquelle portion cylindrique ayant décrit les helices égales du haut & du bas *c d* & *i* 1, on fera l'apui de la baluſtrade avec l'équerre, au lieu du biveau d'aplomb & de coupe, dont nous nous ſommes ſervis pour former les lits de la vis, tenant toujours une des branches de l'équerre aplomb parallele à l'axe du cylindre, enſorte qu'étant apliquée ſur la ſurface concave, il ne paroiſſe pas de jour entre deux; l'autre branche qui eſt ſupoſée de niveau, ſera

toujours dirigée à cet axe, comme nous l'avons dit au commencement de ce livre, pour la formation des surfaces en helices page 37. Nous parlerons plus au long des Vis à jours à la fin du 3e. Tome.

Des Berceaux en Vis sur le Noyau Elliptique.

Ce que nous avons dit des Voutes sur le Noyau elliptique, fournit déja la maniere de faire les projections des vis, sans aucune difference, ce qui est clair.

Or cette projection étant faite, il ne se présente aucune nouvelle difficulté pour l'élevation, il n'y a qu'à se servir des mêmes Biveaux d'aplomb, de doële, & de coupe, que dans les exemples précédens, ainsi cette difference ne mérite pas qu'on s'y arrête.

Il n'est pas nécessaire non plus de parler du cas, où le ceintre primitif de la vis au lieu d'être circulaire, comme nous l'avons supofé est elliptique surhaussé ou surbaissé, parce qu'il est visible que la difference ne tombant que sur les coupes, il faut se servir des biveaux de la même maniere, qu'il a été dit pour les berceaux horisontaux de cette espece ; pour les biveaux d'aplomb & de doële, il en faut changer à chaque assise, que le ceintre soit circulaire ou non, ainsi il ne s'agit que de changer la branche courbe suivant l'éxigence de la partie elliptique, que comprend le rang de Voussoir que l'on fait.

Explication Démonstrative.

Ce que nous avons dit au commencement de ce Chapitre, touchant la Génération des Berceaux tournans, & rampans en vis sur le Noyau, est déja une bonne préparation, pour rendre raison de leurs constructions.

Premierement on connoit que les surfaces de ces Voutes étant composées d'une infinité d'helices, qui sont des courbes à double courbure, elles sont intrinséquement gauches, de sorte qu'il est impossible d'y apliquer des panneaux de doële plate, qui les touchent en plus de trois angles ; ainsi les Apareilleurs qui du tems de Philibert de Lorme cherchoient à faire le Trait par panneaux, faute d'entendre le fond de la question, cherchoient l'impossible, suivant le méthode des doëles plates ou flexibles pour être apliquez à une surface conique, comme aux Voutes Sphériques. Ils pouvoient seulement se servir de panneaux flexibles de dévelopement, pour en tracer les arêtes sur une surface cylindrique,

dont l'interſection commune à la doële forme une helice, qui eſt l'arête de lit & de doële.

Secondement, puiſque la Vis n'eſt en quelque façon qu'une répetition continuelle du ceintre primitif AHB, qui s'éleve ſur une helice, en changeant la direction de ſon plan, ſans changer la ſituation horiſontale de ſon diametre, il ſuit que tout ce qui convient aux berceaux touchant les coupes, les retombées & les biveaux d'aplomb & doële, convient auſſi à nos Vis dans une ligne d'interſection ſeulement, qui eſt commune au berceau de niveau & la à Vis qu'il peut pénetrer.

De la premiere obſervation que l'helice eſt une courbe à double courbe, qui peut être commune à un cylindre & à une vis, il ſuit que pour trouver pluſieurs arêtes de lit & de doële, il faut auſſi ſupoſer pluſieurs ſurfaces cylindriques, pour pouvoir y tracer par le moyen des panneaux fléxibles, les helices des arêtes, ſuivant les principes qui en ont été donnez au troiſiéme livre, page 342. & fig. 281. La raiſon eſt que la ſurface helicoïde étant intrinſéquement gauche, il eſt impoſſible de parvenir immédiatement à ſa formation; ainſi on eſt obligé de conſiderer chaque rang de Vouſſoir comme enfermé entre deux cylindres, paſſans l'un par l'arête du ilt de deſſous avec la doële, l'autre par celle du lit de deſſus, les uns concaves du côté de la Tour, les autres convexes du côté du Noyau.

Presentement, ſi l'on conſidere les differentes helices, qui ſe forment aux arêtes de chaque Vouſſoir, on réconnoîtra qu'il y en a quatre, ſçavoir deux aux arêtes de lit & de doële, & deux aux arêtes d'extrados & de lit; car quand même la Voute ne ſeroit pas extradoſſée, on eſt obligé de ſupoſer des largeurs égales à chaque lit, qui déterminent une arête d'extrados.

C'est pourquoi en faiſant l'élevation d'un Vouſſoir ébauché en portion de cylindre il faut faire la projection de ſix helices, qui ſont totalement inégales dans leur contour & dans leur inclinaiſon à l'horiſon, ſçavoir, de trois helices à la ſurface cylindrique paſſant les points C, V, *i*; (fig. 229.) & quatre aux arêtes du Vouſſoir en K, *v*, *f*, R, deſquelles il y en a une en V*u*, qui eſt commune à la ſurface du cylindre.

De ces ſix helices il en a deux K L, *cd* au deſſus, & deux autres RS, *f* 1' au bas de la portion du cylindre, qui doivent marcher à pas égal, quoique par de plus long & plus courts circuits, c'eſt-à-dire qui ne doivent pas plus s'élever n'y avancer en nombre de dégrez dans le circuit, l'une que l'autre, enſorte que la ligne droite *ac* X perpendicu-

laire à l'axe de la vis qui passe par l'une de ces helices *c d*, qui est sur le cylindre, rencontre aussi la compagne K L qui est sur la vis, d'où il suit, que si l'on considere le point N, comme la projection d'une horisontale perpendiculaire au plan du papier, les deux helices compagnes K L, *c d* doivent passer par le point N, par conséquent les deux lignes droites K L & *c d*, de même que leurs égales R S & *f* 1' qui se croisent en M, passent cependant chacune par trois points des deux helices paralleles & compagnes, qui sont toujours à distances égales l'une de l'autre; ainsi les points N M sont équivalamment doubles, & si au lieu des deux lignes droites R S, *f* 1' on supose deux courbes qui soient les projections verticales des helices compagnes, ces deux courbes qui se croisent au même point M, répresenteront deux helices paralleles entr'elles, que j'apelle par cette raison compagnes; ce qui ne peut arriver en aucun cas des lignes droites, parce que les projections de deux paralleles en quelque situation qu'elles puissent être, sont aussi toujours paralleles entr'elles, quoique plus ou moins éloignées que les objectives qu'elles représentent; elles peuvent bien dans un cas se confondre en une, dans la projection, mais jamais elles ne peuvent se croiser.

Cette projection verticale des arêtes du Voussoir étant supofée, il est visible que pour en comprendre tout l'intervale dans une portion de cylindre, il a fallu supofer des plans *t b* & R T, passans par les points les plus élevez *c* & *b*, & les plus bas R & 1'; de sorte que la surface du cylindre excede les helices qui doivent être tracées sur le cylindre, de deux triangles mixtes, ponctuéez à la fig. 228. en C Y *d*, & *x i* 1', lesquels doivent être retranchez par une coupe à l'équerre sur la surface cylindrique, pour que les lignes qu'on doit supofer tirées à l'axe, par les points de l'helice du cylindre, rencontreut à même hauteur, celle de l'arête du Voussoir à la doële ou à l'extrados.

Il reste à démontrer que les points des Courbes de la situation horisontale de la doële, & celle du lit ont été bien trouvez.

Premierement pour la section de la doële, puisque nous voulons que cette section soit faite par un plan horisontal, ce plan & la courbe de son contonr sera représenté dans une projection verticale, par une seule ligne horisontale 4 R, passant par le point 4 de la division du premier Voussoir du côté du Noyau; c'est un effet de la projection expliquée au deuxiéme Livre, page 207. parce qu'il est perpendiculaire au plan de description; il sera encore vrai par la même raison, que si l'on supose plusieurs plans verticaux passans par l'axe en C", & par les points pris à volonté F L G, 5' Q, ils couperont le Noyau suivant des lignes

droites, dont les points n_1, n_2, D, n_4, n_5, E, font les projections horifontales, par lefquelles fi l'on tire des perpendiculaires au deffus de l'horifontale A C^n, on aura la repréfentation des interfections de ces plans avec le Noyau, aux lignes $C^n R^n$, 5^b, 4^b, 3^b, 2^b, qui couperont l'horifontale 4 R^n aux points *d*, *n*, *n*, *n*, R^n de l'aplomb du nud du Noyau; mais parce que ce Noyau eft debordé par une partie de la doële au deffus de la naiffance de la Voute, exprimée en projection verticale par la courbe C^n *a b c d e f*, il faut trouver la faillie de la partie de la doële qui déborde le Noyau fur, chacune des fections des plans verticaux paffant par l'axe C^n, & les points F L G 5^r Q.

Puisque les fections de tous ces plans font des demis cercles égaux au Générateur A H B, il eft vifible que toutes ces faillies R_n *n*, *nx*, *ny*, *nz*, feront égales au Sinus verfe de l'arc de cercle compris entre la naiffance fur le Noyau, & la ligne horifontale 4 R paffant par le point 4, où eft la hauteur du lit de deffus du Tambour; puifque les hauteurs *an*, *bn*, *cn*, font égales à leurs Sinus droits, qui font déterminez par les reftes des hauteurs *a b c d*, au deffus de l'horifontale BC^n, jufqu'à fa parallele 4 R^n; ce qui paroît évidemment à la plus grande hauteur 4 p^4, laquelle eft le Sinus droit de l'arc 4 B, & p^4 B, fon Sinus verfe, lequel arc eft égal à l'arc C^n W, la hauteur C R égale à 4 p^4, & par conféquent W R^n, égal p^4 B.

Il ne refte donc plus à prouver que les hauteurs de ces points *a b c d*, ont été bien trouvées, ce qui ne fouffre aucune difficulté, puifquelles ont été prifes fur les perpendiculaires comprifes entre le dévelopement du Noyau B D E, repréfenté à la fig. 230. par la ligne *a e*, & le dévelopement de l'helice *f e*, la hauteur 5 *a* de la figure 224. ayant été faite égale à 5 1^n de la figure 130; la hauteur 4 *b* de la figure 224. égale à 4 V^e de la figure 230. ainfi de fuite, par conféquent la courbe $C^n f$ eft la projection verticale de la ligne de la naiffance de la Voute, fur le Noyau de la Vis, enfin il eft clair que toutes ces faillies étant pofées fur les projections des plans verticaux coupans la vis $1^r o^1$ F n^2 L D *n*, &c. en n^2 *z*, D*y* n^3 *x*, feront dans la fituation où elles doivent être, puis qu'elles font des parties de ces plans, dont la courbe n^1 *z y x* P eft celle de la fection horifontale de la doële qui doit être ajoutée au nud du Noyau, pour former le premier Tambour qu'on fe propofe de faire.

L'explication de la conftruction de la feconde courbe, de la fection horifontale du dit lit, dont le profil eft la ligne 4' 8, eft peu differente de celle de la doële, en ce que la fection du plan vertical A H B, qui donne la plus grande faillie en n^5 P, égale à la retombée qui eft le Sinus verfe p^4 B de l'arc B 4, donne auffi la plus grande faillie du lit 4' o = p^4 B, qui eft

qui eſt la projection de la ligne 4 *e*, qui excéde le nud du Noyau *f* B, c'eſt pourquoi le point P eſt commun aux deux courbes de ſection de doële P Y n^1, & de la ſection de lit P *x* E ; or la hauteur *r e* à la partie de l'helice, dont la projection verticale eſt *e d*, & ſon développement à la figure 230. en *ſe* ſera la ligne 1"*e*, dont la projection eſt la droite 5 *e* qui doit par conſéquent être auſſi le dévelopement de l'arc horiſontal *o d*, à la projection verticale & de l'arc n^5 E à l'horiſontale, parce que le point n^5 répond à la plus grande ſaillie P, ainſi le point E ſera la naiſſance de la ſaillie.

Presentement il eſt clair que puiſque la ligne *e* 4 eſt diviſée en deux également, en *m*, la hauteur *e o* ſera auſſi diviſée également par la ligne *m u* au point *u*, par conſéquent le point *u* répondra à la moitié de l'arc d'helice *e d*, & de même à la moitié de ſa projection ; d'où il ſuit que le point *v* doit être au milieu de l'arc n^5 E, & puiſque la ligne *m u* doit tendre à l'axe *v*, & que la ligne *x* doit avoir la même direction, la ſaillie *u m* ſera bien portée en *v x*, par conſéquent le point *x* eſt à la ſection du lit, donc la courbe P *x* E paſſe par trois points de la ſection horiſontale du lit, *ce qu'il falloit faire.*

Il ſera aiſé de trouver autant de points qu'on voudra entre *x* & P, *x* & E, en ſousdiviſant 4 *m* & *m e* du joint 4 8, ſi l'on veut avoir la courbe avec plus d'exactitude.

Remarque ſur l'uſage.

La partie du Trait, qui concerne la maniere de faire porter la naiſſance de la vis, aux tambours du Noyau, n'eſt néceſſaire que dans la conſtruction de la vis St. Giles, proprement dit, où l'inclinaiſon de l'helice du couſſinet donneroit des angles trop aigus.

Dans les berceaux tournans & rampans autour d'un grand Noyau, où cet inconvenient ne ſe trouve pas, il convient mieux de faire les Vouſſoirrs des premieres retombées de la même maniere que les autres au deſſus.

Au reſte un bon Architecte qui n'a pas lieu de craindre la bombe, ne s'aviſe guere de vouter en vis St. Giles, un eſcalier qui eſt aſſez petit, pour que ſon Noyau puiſſe être fait de Tambours d'une ſeule piece à chaque aſſiſe; car alors il eſt cenſé que les marches ne ſont pas trop longues pour être auſſi faites d'une ſeule piece, de ſorte qu'en les délardant par deſſous, on fait à peu de frais une Voute en coquille, qui eſt fort propre.

Si l'escalier est trop spatieux pour qu'on puisse faire solidement les marches d'une seule piece, alors il ne convient pas de faire un Noyau si petit, parce que les marches deviennent ou trop étroites au collet, ou trop larges à la queuë ; dans ce cas on peut faire un Noyau assez épais pour y loger les coussinets de la vis, qui en forment la naissance de ce côté, comme on le pratique à son oposé dans le creux de la Tour, alors le trait des sections horisontales n'est d'aucune utilité.

Nous avons parlé au premier & deuxiéme livre du Trait des sections verticales des mêmes voutes, dont nous faisons aussi peu d'usage dans cette construction ; il n'est en effet nécessaire qu'au cas qu'on voulût faire une *vis St. Giles, ronde dans une Tour quarrée, ou à plusieurs pans* ; ce que personne que je sçache n'a proposé de metre en pratique, quoique la chose soit aussi faisable qu'une Voute Sphérique sur un quarré ; la seule observation qu'il y auroit à faire, c'est que les cintres rampans des formerêts sur les murs des pans de la Tour, seroient d'un contour peu agréable à la vûë dans le quarré ; mais ils le deviendroient davantage à mesure que le polygone augmenteroit en nombre de côtez.

Cette partie de la construction ne rendroit pas le trait plus difficile, parce qu'il ne s'agiroit que de substituer au dévelopement de l'helice de la naissance de la Voute, la courbe du quatriéme ordre dont nous avons parlé, formée sur la section du mur vertical de chaque pan de la Tour, laquelle sera dans un angle rentrant, si l'on veut que le Voussoir comprenne une partie de ce pan ; ou en angle saillant formant une arête avec la doële de la vis, & un lit taillé horisontalement, comme si l'on formoit une arcade d'arc rampant, laissant dans les angles du polygone un pandantif aussi rampant.

CHAPITRE X.

Des Voutes de surfaces irrégulieres.

Toutes les Voutes dont nous avons parlé jusqu'à présent, sont des portions des corps réguliers primitifs, de Cylindre, de Cone, ou de Sphère ; ou des corps régulierement irréguliers, comme les Conoïdes, Sphéroïdes, & les Cylindres sur d'autres bases que les circulaires.

Ici nous traitons de celles qui n'ont qu'un raport très imparfait avec ces corps, desquelles nous faisons deux classes, l'une de celles qui ne sont courbes que dans leurs sections transversales, & droites dans les longitudinales, comme les cylinriques & les coniques, telles sont quelques arrieres Voussures, & autres Voutes qui participent de l'une & de l'au-

224.

225.

228.

226.

227.

229.

230.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
* SEVILL *

tre espece, en ce qu'elles ont dans une de leurs sections la proprieté du cylindre, lorsque les côtez sont paralleles à l'axe, & dans une autre la proprieté du cone, en ce que les côtez sont convergens & tendent à un axe; c'est pourquoi je les apelle *Conico-cylindriques.*

La seconde classe est de celles dont la surface est *à double courbure*, l'une transversale l'autre longitudinale, & comme cette proprieté est commune à la Sphére, nous les comparons toutes à ce corps primitif; mais aussi parce qu'outre cette proprieté il s'en trouve d'autres communes au cone, au cylindre & aux prismes, nous les apellerons des noms composez de *Conico-Sphérique*, de *Sphérico-Cylindrique*, & de *Sphérico-Prismatique*, comme nous l'expliquerons cy-après.

Premiere Classe, des Voutes Conico-Cylindriques.

On peut raporter au cone & au cylindre quelques figures de Voutes simples, dont les suites des sections paralleles entr'elles, & perpendiculaires au plan horisontal & au vertical, par où passe leur axe, sont des courbes differentes, ou de differents diametres; l'on peut réduire ces sortes de Voutes à trois especes, qui ne sont proprement que des differens cas de la même figure de surface. *Fig.* 231. & 232.

La premiere est celle qu'on apelle *Passage ébrasé* entre deux portes, qui paroît du premier abord une Voute en canoniere, ou un cone tronqué, mais cependant qui n'en est pas un; car suposant les impostes & la clef de niveau, chacune à part, il est clair que les directions des impostes étant prolongées, se rencontreront hors de la Voute, puisqu'elles sont convergentes dans un même plan, horisontal ou incliné, mais l'axe ou ligne du milieu entre ces impostes, qui est dans ce même plan à l'intersection du vertical, passant par la clef qu'on supose toujours également haute, au dessus des impostes, ne rencontrera jamais la ligne de direction de la clef, puisqu'elle lui est parallele; donc le cintre de face surmontée se retrécira tellement, qu'il se réduira à la ligne droite verticale, au point de la jonction du concours des impostes; ainsi la demie Ellipse de ce cintre se réduit à la moitié de son grand axe, où elle est infiniment étroite, son petit axe étant devenu à rien, c'est-à-dire, suivant le langage de l'Algebre, égal à zero.

La seconde espece est celle des *Voutes en Berceau, en plein cintre par une face, & surhaussé ou surbaissé à l'autre*, c'est-à-dire, dont les demis diametres verticaux sont inégaux, en sorte que la Voute est rampante, ou par ses impostes, ou par sa clef, suposant l'un des deux de niveau, *Fig.* 233. ou la clef ou l'imposte; cette espece n'est réellement qu'une position dif-

ferente du paſſage ébraſé tourné ſur ſon axe, en tranſportant la clef à l'impoſte : car alors cette Voute qui avoit de l'ébraſement horiſontalement, n'en a plus à l'égard de l'horiſon, mais bien verticalement à la clef, ce qui eſt facile à concevoir.

La troiſiéme eſpece, qui eſt l'arriere-vouſſure reglée & bombée, peut être conſiderée comme le ſuplément de la précédente, je veux dire ſon
Fig. 237. extremité, ſi on la ſupoſe prolongée juſqu'à ce que la clef, qui concourt avec l'axe, s'abaiſſe tellement ſur le plan des impoſtes, que le cintre ſurbaiſſé n'ait plus de hauteur, en ſorte qu'il ſe réduiſe à une ligne droite qui étoit ſon grand axe, le petit étant devenu à rien, en langage de calcul égal à zero.

Pour donner une idée plus ſimple de la formation de cette arriere-Vouſſure, il n'y a qu'à ſe repréſenter une ligne droite A B, qui parcourt en tems égaux par une de ſes extrémitez un arc quelconque D H E,
Fig. 238. & par l'autre une ligne droite F G, le flux de cette ligne décrira une ſurface, que nous avons apellé *mixtilime* au commencement de ce livre, laquelle eſt celle de la Voute dont nous parlons, où les piédroits peuvent être convergens, ou paralleles entr'eux ſans aucun changement de figure.

On pourroit ajoûter ici une quatriéme eſpece de ſurface de Voutes, dont la génération peut être expliquée par le mouvement d'uoe ligne droite, ſur des courbes de differente eſpece, telle eſt celle de l'arriere-Vouſſure de Marſeille ordinaire, conſiderée dans certaines circonſtances
Fig. 234. de ſujétion, comme ſi (figure 234.) l'on donnoit l'inclinaiſon A K de la clef, le point T pour la hauteur du ſommet d'un des ventaux, l'arc K 1 pour moitié du cintre exterieur, & un angle d'ébraſement imaginaire à l'impoſte 1 *g*, qui n'eſt auſſi que ſupoſée, puiſque le veritable cintre eſt l'arc T 1 dans le plan vertical T 1 *f*; ſi l'on prolonge les differens ébraſément *g* 1 de l'impoſte en Y, & A K de la clef en ligne droite juſqu'à la ligne du milieu D S en B, on reconnoîtra que la ligne génératrice doit ſe mouvoir ſur l'axe D S, de B en Y, pendant qu'elle ſe meut en tems égaux ſur l'arc K L 1, & que par ce mouvement la ligne génératrice coupera le plan de la face interieure *g* A D, ſuivant une courbe *g* T A, qui ſera variable ſelon les differentes ouvertures des ébraſemens donnez. Mais quoique cette ſurface ne ſoit pas tellement gauche, qu'elle ne puiſſe être coupée ſuivant certaines poſitions des plans coupans en ligne droite comme à la clef, nous la renvoyons au rang des Voutes irrégulieres à double courbure, parce que les ſections des lits dans l'apareil, ſont des lignes courbes excepté à l'impoſte, & qu'au milieu de la clef, il n'y a jamais de joint.

PROBLEME.

Faire une Voute Conico-cylindrique.

Premiere Espece,

Passage ébrasé entre deux faces droites, dans lequel les impostes sont de niveau, aussi bien que le milieu de la Clef.

Dans ce Trait comme dans les précédens, il faut commencer par se déterminer au choix du cintre primitif, la hauteur qu'on se propose de lui donner à la clef, doit décider en quelque façon du lieu de cintre, parce qu'il convient quelquefois de le prendre au milieu du passage, quelquefois à une des faces ou d'entrée, ou de sortie.

Soit, (figure 232.) le trapeze A B D E, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter, qui est plus ouverte d'un côté A B que de l'autre D E ce qui causeroit de la difference de hauteur à la clef, si les cintres étoient tous circulaires, mais parce qu'on veut qu'elle soit de niveau, il est évident qu'il faut les rendre elliptiques pour leur donner à tous un demi axe vertical d'égale hauteur. *Fig. 232.*

Suposons que l'on veüille prendre le cintre du milieu *a* H *b*, pour primitif circulaire, celui de la petite face E D sera surmonté, & celui de la grande face A B sera surbaissé.

On divisera donc le demi cercle *a* H *b* en ses Voussoirs à l'ordinaire, aux points 1, 2, 3, 4, ayant fait la projection de ses divisions en P & *p* sur le diametre *ab*, on prolongera les côtez A D B E jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en *f*; d'où par les points de projection P *p*, on tirera les lignes *o p q*, O P Q, qui seront les projections horisontales des joints, sur lesquels on portera les hauteurs des divisions du cintre primitif, sçavoir, P 1 en O 1', & en Q 1''; *p* 2 en *o* 2' & en *q* 2''; C H en H *h* & *m* C ainsi du reste, & par les points de ces hauteurs, on menera la courbe elliptique qui sera le cintre de chaque face, ou si l'on veut sur les diametres donnez AB, DE, & les demi-axes H *h*, & *m* C, on divisera les Ellipses à l'ordinaire, par le Probl. VI du deuxiéme Livre.

Si l'ébrasement donnoit le point *f* trop loin hors du plan de l'Epure, on aura recours au problême I. du troisiéme Livre pour faire la projection des joins.

Les points de division des trois cintres de face, & du milieu étant donnez, les inclinaisons des joints de tête le seroient aussi, suivant l'usage des perpendiculaires aux tangentes, mais parce qu'elles sont sur des courbes inégales, il en résulteroit que les lits seroient gauches, ce qu'on ne veut pas faire par les raisons, que j'en ai donné au Livre troisiéme, il convient donc qu'on les assujetisse aux plans passans par les joins de coupe 1' 5, 2' 6 du cintre primitif.

D'ou il résulte que les joins de tête $1^1 x$, $2^1 x$ du cintre ACB sont trop couchez, & ceux du cintre D XE sont trop roides; à cela près cette espece de Voute n'enferme aucune difficulté. On pourra la faire par panneaux ou par équarrissement, cette derniere méthode sera la plus aisée, parce que à l'exception de la clef toutes les doëles sont gauches, ce qui rendroit la voye des panneaux trop composée.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de lit horisontal en suposition, on y apliquera le panneau de la projection horisontale, par exemple A Q O D pour le premier, QO *oq* pour le second &c. on fera les deux paremens de tête, sur lesquels on portera les hauteurs des retombées 1 P, 2 *p*, &c. pour y apliquer les panneaux des arcs de face, qui donneront les joins de tête qu'on taillera à l'ordinaire, ce qui ne souffre aucune difficulté, parce que toutes les surfaces pourront être dressées à la regle, observant, ce que nous avons dit touchant sa position dans la formation des surfaces gauches doliolimes, à la page 36. de ce Livre.

Si le passage est assez long pour qu'on ait besoin de former des têtes de Voussoirs entre le cintre primitif, & une des faces de devant ou de derriere, on vera par le point donné, par exemple L, une ligne LN qui sera le grand axe d'une Ellipse, dont la moitié du petit axe sera la hauteur constante CH.

Au contraire si le point étoit donné entre *a* & D, par exemple en 1, alors la ligne 1 K seroit le petit axe, & C H la moitié du grand.

Sur quoi il y a une *observation curieuse* à faire, c'est que la suite des foyers des Ellipses depuis le cintre primitif *a b* vers A, forme une hyperbole *fy* CYF, dont les lignes des impostes ADS, BES, sont les asympotes qui s'en aprocheront continuellement, si on les prolonge, & ne la rencontreront jamais, comme il est aisé de le demontrer,

Car si l'on nomme A *m* moitié du grand axe *a*; F C qui lui est égal

par la conſtruction b, la hauteur conſtante mC, c & la diſtance variable mF, x, on aura $bb = aa = cc + xx$, donc $aa - cc = xx$, par conſéquent x ſera toujours plus petit que a, c'eſt-à-dire que mF ne pourra jamais devenir égal à mB ou à mA, *ce qu'il falloit demontrer.*

Il n'en ſera pas de même de la courbe que formera la ſuite des foyers, depuis le diametre ab vers DE, & juſqu'au point S, celle-ci formera une demie Ellipſe gGC, dont la moitié du grand axe ſera CS, & du petit gG égal à la ligne ab, diametre du cintre primitif tourné dans un plan vertical ; la raiſon eſt que les foyers ne ſeront plus dans le même plan horiſontal, que les précédens ; mais dans un plan vertical qui lui eſt perpendiculaire, dans lequel ſont tous les grands axes de la ſuite des Ellipſes, or ici le petit axe deminuë continuellement juſqu'à zero en S, de ſorte qu'alors xx devient $= aa$; par conſéquent la ligne du milieu de la clef eſt une tangente de la courbe, laquelle étant parallele à l'horiſontale CS, il ſuit que la courbe rentreroit en elle-même, ſi elle é toit prolongée au-delà de S.

Corollaire I.

De-là on tire la conſtruction d'une autre Voute que j'apelle Berceau irregulier en descente, *dont les cintres de face ſont d'inégales hauteurs ſur leurs diametres*: car il eſt facile à concevoir que cette Voute n'eſt autre choſe que la partie cCHEb, de la moitié du paſſage ébraſé tournée differemment, mettant l'impoſte bE pour la clef, & la clef CH pour une des impoſtes, répetant la même choſe pour l'autre moitié, comme on le voit à la fig. 233. *Fig.* 233.

Ainsi la doële de cette Voute eſt auſſi gauche que celle du paſſage ébraſé, par conſéquent on ne peut la faire commodément par panneaux qu'à la clef, où les cordes des arcs des têtes ſont paralleles entre elles ; ailleurs elles ne le ſont pas, c'eſt pourquoi il convient de la faire par équarriſſement comme le paſſage ébraſé, prenant ſeulement la hauteur de ſa retombée au lieu de la retombée.

Il ſe trouve auſſi dans ce trait la même difficulté concernant les coupes des lits, qu'on ne peut faire plans ſans fauſſer les coupes des differens cintres, & même qu'il convient de faire gauches lorſque les faces ſont aparentes, ce qui embaraſſe fort un apareilleur, comme je l'ai experimenté au premier agrandiſſement de St. Malo à la Place du Fiel, dont j'avois la conduite en ſecond.

Nous faiſions une Voute ſur l'eſcalier, qui monte au rampart, laquelle devoit ſe racorder par le bas avec celle d'un palier en plein cintre, & être ſurbaiſſée par le haut, pour pouvoir paſſer ſous la plate-forme,

où étoit la sortie aparente, de sorte qu'en cette circonstance la doële & les lits devoient être gauches, l'apareilleur embarassé traçoit ses pierres sur le tas, & malgré cette précaution les Voussoirs se trouvent *coupez*, c'est-à dire gatez, perdant ainsi le tems & la pierre ; m'étant aperçû qu'il rejettoit mal à propos la faute sur l'exécution du travail des tailleurs de pierres, il m'avoüa qu'il se conduisoit à tâton, parce que ce trait ne se trouvoit pas dans le Livre du P Deran.

Alors je sentis de quelle utilité étoit la connoissance de la coupe des pierres dans la conduite des Fortifications, d'autant plus que parmi les cinquante Voutes que nous avions à faire sous le rampart il s'en trouvoit encore deux de figure irréguliere. Quelques années après il se présenta un cas *d'Arondissement d'angle singulier*, dont j'ai parlé au commencement de ce Livre ; je me trouvai ensuite obligé à l'Isle de St. Domingue en Amerique, de faire moi-même l'apareilleur, pour executer des Voutes en arcs de cloitre. Toutes ces circonstances, les fautes que j'avois remarqué en plusieurs ouvrages, & celles des autres qui ont écrit sur cette matiere, m'ont fait sentir la nécessité du Traité que j'ai entrepris, principalement à l'usage des Ingenieurs.

On voit à la figure 233. que si les coupes $1' 5$, $2' 6$ du cintre anterieur a FH, sont tirées du centre C, & que celles du cintre b D h, $1'' f$, $2'' t$ soient perpendiculaires au contour de l'Ellipse, ces coupes n'étant pas paralleles, les lits sont des quadrilignes gauches, $5 f 1'' 1$, que j'ai apellé *planolimes* au commencement de ce Livre. Si on veut les faire plans, il faut coucher la coupe $1'' s$ parallelement à la coupe $1' 5$ mais alors l'angle de la tête $s\,1''\,b$ deviendra entierement aigu & foible, & l'inclinaison aparente sera difforme, en ce qu'elle fait de part & d'autre, deux angles inégaux, l'un aigu & l'autre trop obtus; c'est pourquoi je fis les lits de la Voute dont je parle gauches contre l'usage ordinaire.

Corollaire II.

De l'arriere-Voussure de Marseille ordinaire.

Si l'on supose que le passage ébrasé, représenté en Perspective à la figure 231. soit coupé de chaque côté par un plan vertical, passant par un imposte e ou d de l'arc $c\,b\,d$, & par un point p ou i pris à volonté sur l'arc bHa, ces deux plans verticaux retrancheront de ce passage une partie de surface courbe, comprise par quatre lignes courbes, sçavoir par tout le demi cercle ou demie Ellipse $c\,b\,d$, par l'arc p H i, qui est une

une partie arbitraire du cintre *b* H *a*, & par deux autres courbes *p e*, & *di*. Laquelle portion de surface forme celle d'une sorte d'arriere-Voussure qu'on apelle du nom de Marseille, parce qu'on dit que la premiere qui ait été executée, l'a été à une des Portes de cette Ville.

Nous avons parlé d'une pareille arriere-Voussure en traitant des Voutes conique, où nous avons donné la nouvelle maniere de la faire régulierement en portion de cône scalene, présentement nous la considerons suivant l'usage ordinaire, comme une portion de surface irréguliere, qui ne peut être exactement conique, parce que l'on veut que les courbes *ep*, & *d i* qui devroient être des portios d'hyperpoles, soient des arcs de cercles, ou du moins des portions de l'arc *e b d*, de quelque courbe qu'il soit, en voici la raison.

La fermeture de menuiserie, qui doit s'apliquer en deux ventaux à l'arc *e b d*, lorsque la Porte est fermée, doit trouver un pareil espace entre les points *b* & *p*, pour pouvoir s'ouvrir, ensorte que chaque ventau, lorsqu'elle est ouverte, puisse s'apliquer sur son piédroit, représenté par le plan vertical *f e p g* & *d i* L, ce que l'on voit plus distinctement à la figure 236. dessinée en Perspective en AB *b a*, ED *de*.

Soit, (figure 235.) la trapeze ABDE, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter en arriere-Voussure de Marseille, dont la feüillure est BL & *l* D, & le Tableau TL & *t l*. *Fig.* 235.

Du point C milieu de *b d* ≐ BD pour centre, on décrira un demi cercle, ou une demie Ellipse *b* H *d*, qu'on divisera en ses Voussoirs, par exemple ici en 5 aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera les joins du centre C indéfinis comme aux Voutes cylindriques; puis ayant porté la base du piédroit BA sur BD en *b* F, on élevera à ce point une perpendiculaire FG, qui coupera l'arc *b* H *d* au point G, par lequel on menera *a* G *e* parallele à EA, qui rencontrera A *a* perpendiculaire sur AE au point *a*, & sa parallele E *e* au point *e*, puis ayant pris sur la ligne du milieu CH prolongée, un point *m* à volonté, on tirera l'arc du cercle *a m e* par les trois points donnez.

Tous les joins de lit à la doële qui couperont cet arc comme 2 6, 3 7 feront des lignes droites, & tous ceux qui couperont l'arête du piédroit *a k* ou *e k* feront un pli en angle rentrant, parce que le plan du lit coupe deux surfaces differentes, l'une courbe de l'arriere-Voussure, l'autre plane du piédroit.

Premierement il faut chercher la projection verticale de l'arc *b* 1 2 G,

fur l'ébrafement du piédroit en *a* Y *b*, ou feulement le point Y de cette projection, où paffe le plan du lit *o* 5.

Fig. 240. On tirera par le point *b* ou B une parallele à la verticale CH, qui coupera le joint 1· 5 au point *x*, par le point 5 on menera la ligne 5 I parallele à BD ou *a e*, qui coupera la verticale GF au point I, par lequel & par le point *x*, on tirera la ligne inclinée *x* I, qui coupera l'arc *b* 1 2 G au point *y*, par où on menera l'horifontale indéfinie *y* Y, & l'aplomb *y n* qui donnera fur *b d* la retombée *b n*, qu'on portera fur le piédroit AB en BN, par le point N on menera une parallele à la verticale A *a*, qui coupera l'horifontale *y* Y, au point Y que l'on cherche, lequel eft fur l'arc elliptique *a* Y *b*, où eft le pli du joint 1· 5 ou o· 5.

On pourra trouver plufieurs autres points de cet arc elliptique *a* Y *b*, fi on veut le décrire exactement par la même pratique, par exemple les correfpondans aux points 1 & 2, en portant leurs retombées *b p*, *b* P fur BA en B*r*, BR, & tirant par les points *r* & R, des verticales R*z*, *r* V, qui couperont les horifontales *z* 2, V 1 aux points *z* & V, la courbe *a z* Y V *b* fera la projection verticale de l'arc *b* G fur l'ébrafement du piédroit, qui peut avoir fon ufage pour l'aplication du Trait fur la pierre.

Il nous refte préfentement à tracer les panneaux de lit 1· 5, 2· 6 pour le premier qui fait un pli, on tirera par un point C, pris à volonté fur *b d*, une perpendiculaire CM, qui coupera BD en O, & AE en M; on prendra O 1*f* égale à la feüillure BL, puis ayant mené par le point Y, une verticale YN, qui rencontrera la bafe du piédroit BA en N, on tirera l'horifontale NY*f* indéfinie, qui coupera CM au point 9, fur laquelle on portera la longueur de la partie *o* Y du joint 1· 5, ou o· 5 en 9 Y*f*, & l'on tirera la ligne 1*f* Y*f*; enfuite portant toute la longueur du joint 5 o en M 5*f* fur AE, on tirera la ligne Y*f* 5*f*, le contour *t* CO 1*f* Y*f* 5*f* E, fera celui du panneau du premier lit o· 5, & de fon égal 4· 8.

Les autres panneaux de lit qui fe terminent à l'arc *a m e* font plus fimples, fupofant la même bafe de profil pour le tableau, & la feüillure en CO 1*f*, on portera la longueur 2· 6, fur ME en M 6*f*, puis on tirera la ligne inclinée 1*f* 6*f*; le contour *t* CO 1*f* 6*f* E, fera celui du fecond panneau de lit 2· 6, & de fon égal de l'autre côté de la clef 3· 7.

Ces panneaux étant tracez, l'aplication du Trait fur la pierre fe fera de la même maniere qu'il a été dit page 285. pour celle de la même arriere-Vouffure plus régulierement conique.

COROLLAIRE III.

Arriere-Voussure reglée & bombée.

De la construction du *Passage ébrasé*, on tire encore celle *de l'arriere-Voussure reglée & bombée*, laquelle n'est autre chose que le complément de la prolongation d'une des deux Voutes précédentes. Car si les piédroits sont donnez paralleles entr'eux, l'arriere-Voussure reglée & bombée n'est autre chose que la prolongation de la Voute de la figure 233. dont les cintres sont d'inégale hauteur sur leurs diametres, jusqu'à ce que la ligne du milieu de la clef FD rencontre le plan qui passe par les impostes *a b* H *h*.

Si les piédroits sont ébrasez comme ceux de la figure 239. de la planche 64, qui concourent au-delà de *t*T, ce peut être encore le complément de prolongation de la figure 232. avec cette difference que l'on ne suposeroit plus les hauteurs des cintres égales, mais diminuer depuis H jusqu'à rien à un diametre donné, par exemple BD (figure 239.)

La difference qu'il y a ordinairement dans le cintre de l'arriere-Voussure reglée, consiste en ce que au lieu d'une demie Ellipse ce cintre n'est qu'un arc de cercle AHE, figure 239. ce qui ne fait que rendre la construction plus facile. *Pl. 64. Fig. 239.*

Soit, (figure 239.) le trapese ABDE, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter pour soutenir le mur, derriere celle d'une Porte ou Fenêtre fermée au-dehors en plate-bande; & en dedans en demi Ellipse surbaissée, ou seulement en arc de cercle de 30 ou moins de degrez. On tirera par le milieu *m* de la plate-bande BD, une perpendiculaire indéfinie HC, sur laquelle on prendra à volonté un point C, pour centre de l'arc de face intérieure AHE, plus près ou plus loin, suivant la hauteur qu'on se fixera, pour le milieu H, sur l'horisontale AE des impostes.

On divisera ensuite l'arc tracé AHE, en autant de parties égales qu'on voudra de Voussoirs, par exemple ici en cinq, aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera au centre C, les coupes des joins de tête 1 *e*, 2 *f*, 3 *g*, 4 *i*, lesquelles étant prolongées couperont la corde AE, aux points Q, R, &c.

Pour faire les projections des joins de lit suivant la maniere ordinaire, il n'y a qu'à mener par les poins des divisions 1, 2, 3, 4, des paralleles à HC, qui couperont la ligne AE, aux points P, *p* &c. &

la ligne BD aux points 5, 6, 7, 8, les lignes P 5, p 6, p 7, p 8, feront les projections des joins de lit.

Il feroit plus convenable pour la régularité de la divifion, de la furface de la doële, de divifer la ligne BD proportionnellement à la ligne AE, dont les points P, p &c. répondent à des arcs égaux entr'eux A 1, 1' 2, 2' 3 &c. en prolongeant AB, jufqu'à ce que la direction de ce piédroit concoure avec l'autre ED, en un point qui tomberoit ici hors de la planche, & que j'apellerai X, fi l'on tire à ce point X, des lignes droites par les points P & p, on aura fur BD les points x, y, où feront les divifions des Vouffoirs à la feüillure de la plate-bande, au lieu des points 5' 6; ainfi la difference des largeurs AE, de face intérieure, & BD de la plate-bande fera répanduë également fur tous les Vouffoirs, au lieu que fuivant l'ufage ordinaire elle tombe toute fur les deux premiers Vouffoirs des impoftes, AP 5 B, & fon égal opofé en ED 8 1.

Il faut préfentement faire un profil de tous ces joins de lit, pour avoir les Biveaux des angles qu'ils font avec la face & avec la plate-bande.

Fig. 240. On tracera dans une figure à part (240.) deux verticales $e\,p$, $d\,5$, éloignées entr'elles de l'épaiffeur du piédroit, ou plûtôt de la profondeur P 5, de la Voute prife à la figure 239. que l'on traverfera par une horifontale p 5 à la figure 240. qui repréfentera la naiffance de Niveau; ou un plan paffant par l'impofte de l'arriere-Vouffure, au deffus de la feüillure de la plate-bande.

On portera fur P e les hauteurs des retombées P 1, p 2, & MH de l'arc AHE en p^1, p^2, $p\,h$ du profil, & on tirera par les points 1 & 2, & par le point 5 les lignes 1' 5, 2' 5, qui donneront l'inclinaifon des arêtes des Vouffoirs, & h 5 pour celle du milieu de la clef.

On peut trouver ces inclinaifons & leur longueur fur le plan horifontal, fans faire de profil à part, en portant les hauteurs des retombées P 1, p 2, en P l, $p\,n$ fur la ligne AE, fi la direction de joins P 5, p 6, lui eft perpendiculaire; mais fi elle lui eft oblique comme P x, $p\,y$, il faut que ces retombées foient perpendiculaires à la projection du joint, auquel elles répondent, les lignes l 5, n 6, feront les vraies longueurs des joins de lit, par le même moyen on aura hm pour le profil du milieu de la clef dans fa jufte mefure; ce qui revient au même qu'à la figure 240. mais qui convient moins à la pratique, parce que l'on doit mêler le

231.

232.

233.

234.

235.

236.



moins que l'on peut les repréſentations de differente eſpece, crainte d'une confuſion de lignes, qui embaraſſe & occaſione des mépriſes.

Pour achever la préparation, il faut tirer une horiſontale par chaque diviſion de la face, par exemple 4 V & 1 *k*, qui couperont les aplombs des diviſions en V & *k*.

On tirera auſſi ſi l'on veut des lignes Q 5, R 6, qui donnent un élargiſſement à la projection de chaque Vouſſoir d'un triangle PQ 5, *p* R 6, dont on pourra faire uſage comme on va le dire ci-après.

Enfin on portera les longueurs des profils 5 *l* en 5 L ſur la projection 5 P prolongée, & 6 *n* en 6 N, de même pour tirer par les points L & N, les lignes L *u*, N *o*, la ſurface 5 L *u* 6 ſera le panneau de doële-plate du ſecond Vouſſoir, & 6 *n o* 7, celui de la clef.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y apliquer le panneau de la doële-plate, par exemple du premier Vouſſoir, on pourra s'y prendre de deux manieres. La premiere & la plus ſimple eſt de former le panneau ſur le trapeze AQ 5 B, dont le contour étant tracé ſur la pierre, on formera en retour d'équerre ſur le côté AQ, la tête du Vouſſoir, ſur laquelle on tracera par le moyen de la fauſſe équerre l'angle AQ *e*, comme l'on voit à la figure 241. *a q e*, puis portant ſur la ligne *q e*, la longueur Q 1 de la figure 239. en *q* 1, on tracera par le moyen d'un panneau ou d'une cerche l'arc *a* 1, égal à l'arc A 1 de la figure 239. *Fig.* 239. & 241.

Par les trois points donnez *e*, *q*, 5, on fera paſſer une ſurface plane, ſur laquelle on tirera une ligne droite du point 1 au point 5, & la pierre ſera tracée, faiſant abſtraction de la feüillure qui doit être formée en *b* 5, de la largeur & profondeur arbitraire 5 *f*.

Enfin on abattra la pierre à la regle, comme il été dit au commencement de ce Livre page 36. pour former la ſurface de la doële qui eſt de cette eſpece, que nous avons apellé Mixtilime.

Si la pierre ne porte pas immédiatement ſur le piédroit, & qu'elle ait un premier joint de couſſinet en *a* S, il ne ſera pas difficile d'en former, avec la regle le lit, comme le précedent par les trois points dondonnez *a f b*. Si le Vouſſoir porte un Clavau de la plate-bande, on y ajoutera la partie VL 1 *t f*, tracée comme il a été dit en parlant des plates-bandes, page 64.

La seconde maniere est de se servir du panneau de la doële plate AP 5 B, sans y ajouter le triangle PQ 5, alors il faut faire au long de P 5, un parement de retour d'équerre, sur l'arête duquel avec la tête, on portera la hauteur de la retombée 1 P, puis ayant tracé sur ce parement la ligne 1 5, on abattra la pierre pour former le lit de dessus, avec un Biveau formé sur l'angle obtus P 1 *e*, ce qui demande comme l'on voit deux operations au lieu d'une; mais qui épargne de la pierre.

Fig. 240. Le second Voussoir se fera de même que le premier, avec cette difference que la tête se formera à angle obtus avec la doële, suivant le Biveau formé au profil sur l'angle 5' 1 *e*, parce que la doële plate du premier étoit une supposition de surface horisontale, passant par l'imposte exprimé au profil (figure 240.) par la ligne *p* 5; mais celle du second Voussoir sera inclinée comme la ligne 1' 5 du même profil; enfin par cette raison l'ang le de la tête de la clef sera encore plus obtus comme on le voit en *e* 2' 5, & ce Voussoir aura ses côtez de joins de lit, dans le même plan, c'est-à-dire que le panneau de doële plate passera par les quatre angles de la clef, ce qui n'arrive point aux autres Voussoirs.

Ainsi le plus grand gauche qui se trouve à la doële, est au premier Voussoir exprimé par la hauteur de la retombée 1 P, au second il diminuë comme l'on voit par la hauteur 3 V, qui est la difference des retombées 4' I & 3' o, & enfin à la clef il n'y a point de gauche à la doële plate, mais il en reste toujours à la doële-creuse, parce qu'elle est en ligne droite à la feüillure, & qu'elle se courbe vers la tête suivant l'arc 2 H 3.

Il faut remarquer que le gauche de la doële plate, ne s'évanoüit à la clef, que parce qu'on supose les joins du lit équidistans de son milieu, ce qui fait un assemblage de deux surfaces gauches, égales tournées en sens contraire.

Il reste à présent à chercher les Courbes des sections de cette arriere-Voussure, entre les faces de devant & de derriere, lorsque les Voussoirs sont de plusieurs pieces, parce que leurs têtes qui forment les joins de doële, sont bien des sections paralleles aux faces; mais non pas semblables entr'elles, en ce qu'elles s'aplatissent à mesure qu'elles aprochent de la feüillure.

Si le cintre de face intérieure AHE est un arc de cercle, par exemple de 30. dégrez, le cintre de la section faite par la ligne GF, prise à volonté entre les deux faces, sera un arc de cercle d'un nombre dé-

dégrez beaucoup moindre, c'eſt-à-dire d'un plus petit nombre de dégrez que AHE; il ne s'agit que d'en trouver la fleche *h u*.

On portera la longueur de la pierre deſtinée à faire un Vouſſoir au profil 240. de 5 en *g*, & l'on fera *g* F parallele à *e p*, qui coupera *h* 5 au point *x*, la ligne *xg* ſera la fleche qu'on cherche, laquelle étant portée à la figure 239. de *u* en *h*, donnera un troiſiéme point *h* du cintre en arc de cercle, qui doit paſſer par les trois points donnez G *h* F.

Corollaire.

Il ſuit de cette conſtruction, qu'à meſure que la ſection aprochera de la ligne droite BD, l'arc de cercle ſera toujours moins concave, c'eſt-à-dire d'un moindre nombre de dégrez, & ſon rayon beaucoup plus grand, & qu'enfin la ligne droite AB pourra être conſiderée comme un arc d'un cercle, dont le rayon eſt infini, & la fleche eſt infiniment petite, auquel cas cette arriere-Vouſſure peut être conſiderée comme une portion de ſurface de Cône, dont le ſommet n'eſt pas du côté BD, où l'arriere-Vouſſure ſe retrecit; mais au contraire à ſon opoſé en-de-là de AE, ou elle s'élargit, parce que les rayons des ſections paralleles diminuent; ainſi on peut mettre cette Voute au rang des coniques ſcalenes.

D'ou il ſuit que les impoſtes AB, DE, conſiderez dans la rigueur Mathématique, ne doivent pas être en ligne droite.

Si le cintre AHE n'eſt pas un arc de cercle, mais fort ſurbaiſſé en arc d'Ellipſe, il ſera facile d'en trouver pluſieurs points, en portant au devant de la ligne GF de la figure 239. les hauteurs Y*t*, Z*t*, que donnent les interſections de la ligne GF, avec les profils *l* 5, *n* 6, comme Y*t* en *ty*, Z*t* en *tz*, &c. & l'on tirera par les points GYZ*h* &c. la Courbe G*h*F, qui ſera l'arc elliptique que l'on cherche.

La figure 242. fait voir en Perſpective un ſecond Vouſſoir de la gauche 56 NL, renverſé pour montrer comment il doit être ébauché, où la partie diſtinguée par des hachures, exprime ce qu'il faut enlever de la pierre pour former la d oële.

Je n'ai point parlé dans ce Trait de la plate-bande, qui fait le linteau de la Porte ou Fenêtre, où ſe fait l'arriere-Vouſſure, parce qu'elle en peut être détachée, ſoit qu'on la faſſe de clavaux ou d'une ſeule pierre, quoique l'arriere-Vouſſure ſoit de pluſieurs pierres, ſes Vouſſoirs ſe termineront à la feüillure, où ſe loge la fermeture de bois du chaſſis dormans ou de ventaux; ainſi on peut joindre ou ne pas joindre l'arriere-

Vouſſure à la plate-bande, ſans quil en réſulte aucune mauvaiſe conſtruction.

Il faut ſeulement remarquer que les coupes de l'arriere-Vouſſure doivent être conformes à celles de la plate-bande, lorſque l'on joint l'un à l'autre pour ne pas faire les lits gauche, & ſi on ne peut les faire de même inclinaiſon, il convient de faire une retraite à la feüillure, à laquelle les lits changeront d'inclinaiſon, pour être faits chacun en ſurface plane.

Il ſera aiſé d'aſſujettir les coupes de la plate-bande à celle de l'arriere-Vouſſure, en faiſant les unes paralleles aux autres; ainſi à la figure 241. ayant tracé l'arête *q e* à la tête de l'arriere-Vouſſure, pour avoir la coupe 5 *d* de la plate-bande, telle que le lit ne ſoit pas gauche, il faut dégauchir deux regles poſées ſur l'une & l'autre de ces coupes.

On ne propoſe pas de faire cette arriere-Vouſſure avec d'autres panneaux, que ceux de doële-plate & de tête, parce que ceux de lit deviennent inutiles, quoiqu'on puiſſe les faire, lorſque les lit ſont plans, il ne pourroit tout au plus ſervir qu'à une verification.

Explication Démonſtrative

Si l'on réleve par la penſée les triangles 5 LP, 6 *np* perpendiculairement au plan AD, les faiſant mouvoir autour des lignes 5 P, 6 *p* comme au tour d'un axe, & de même le ſegment de cercle AHE, autour de ſa corde AE; il eſt viſible que le point *l* ſe joindra au point 1, & le point *n* au point 2, & par la même raiſon élevant le ſegement G*h*F, le point *y* ſe joindra au point Y & *t a z*, puiſque par la conſtruction les hauteurs P 1, *p l*; *t y*, *t* Y ſont égales, par conſéquent les lignes *l* 5, *n* 6 repréſentent les joins de lit dans leurs juſtes meſures.

La même grandeur ſe trouve auſſi exprimée par le profil 240. où les lignes *p e*, *g*F, 5 *d* repréſentent les plans verticaux perpendiculaires à la direction de l'arriere-Vouſſure, exprimée au plan horiſontal par les lignes AE, GF, BD, dont les élevations ſont les arcs AHE, G*h*F, la troiſiéme BD reſtant ſans hauteur en ligne droite, & ce même profil conſideré dans ſa longueur, eſt équivalent à trois ſections des plans verticaux, paſſant par les projections des joints de lit 5 P, 6 *p*, *m* M, & leurs égaux de l'autre côté; d'où il ſuit qu'on peut y prendre toutes les meſures des angles des têtes, & des longueurs des arêtes des joins de lit, s'ils ſont perpendiculaires à BD, ſuivant l'uſage ordinaire; mais non pas s'ils lui ſont inclinez comme *p x* & *p y*, alors il faut un profil pour chacun.

Corol-

Corollaire IV.

Du Larmier reglé & bombé.

Lorsque la naissance de l'arriere - Voussure précédente est en descente comme pour un *Abajour*, cette Voute change de nom chez le P. Deran, qui l'apelle Larmier reglé ; ce n'est cependant qu'une très petite modification de la même figure, comme l'on voit au chifre 245. la seule difference qu'il y a dans la construction, consiste en ce qu'au profil 240. au lieu de faire celui de la face exprimée par la ligne *e* P, perpendiculaire sur la naissance P 5, il faut qu'il lui soit incliné, par exemple en RP, suivant le plus ou le moins de descente, & alors ce profil mis dans sa situation, est tel qu'on le voit à la figure 244. en RMB. *Fig.* 245. *Fig.* 244.

D'ou il suit que les Biveaux des joins de lit à la doële plate avec la face, qui étoient déja obtus au dessus de la naissance, le deviennent encore plus.

On a tracé la moitié de l'élévation de cet *Abajour*, A *a* H *m*, à côté du profil RHBN*m*, pour montrer le raport des divisions des Voussoirs 1, 2, avec les profils de leurs joins KB, LB, MB, ce que la figure montre assez clairement sans y ajouter une plus longue explication.

Il faut seulement remarquer que si la naissance à l'imposte est fort inclinée, elle forme en B un angle quelquefois si aigu, qu'on ne peut se dispenser de joindre à la plate-bande une partie de l'arriere - Voussure pour éviter l'angle trop aigu ; & quelquefois aussi pour obvier à la poussée, qui pourroit faire sortir le linteau hors de l'alignement du mur.

Corollaire V.

Du Bonnet de Prêtre.

Des deux précédentes constructions, on tire celle d'une sorte de Voute peu uisitée, que j'apelle à cause de sa figure *un Bonnet de Prêtre* ; telle est celle qu'on voit à la figure 243. laquelle peut être propre à racorder une ouverture de Fenêtre quarrée, par de hors avec une ronde par dedans, ou au contraire d'un rond extérieur avec un quarré intérieur ; ce qui peut aussi convenir aux Voussures d'une chambre quarrée, au milieu de laquelle on veut faire un plafond rond, ou au contraire une chambre ronde où l'on voudroit faire une ouverture quarrée.

Il eſt clair qu'une telle Voute feroit un compoſé de quatre arriere-Vouſſures bombées & reglées, dont les cintres intérieurs comme AHE, (à la figure 239.) au lieu d'être d'unſixiéme, ſeroient d'un quart de cercle; ainſi la conſtruction n'offre aucune nouvelle difficulté; ce ſeroit faire quatre arriere-Vouſſures continuées au lieu d'une.

Je remarquerai ſeulement en paſſant pour égayer le diſcours, que cette figure de *Bonnet* extraordinaire, inventé depuis environ deux ſiecles à l'uſage des Prêtres, par un Bonnetier nommé Patroüillet, (ſelon Paſquier), donna occaſion à la plaiſanterie d'un Hiſtorien; qui dit que de ſon tems les Prêtres avoient trouvé la *Quadrature du Cercle.*

On peut varier cette figure de Vouſſure, pour la rendre plus agréable, en la faiſant à double courbure, comme nous le dirons ci-après.

Deuxiéme Claſſe, des Voutes irrégulieres, dont les ſurfaces ſont à double Courbure.

Puisqu'il n'y a que la Sphère entre les corps réguliers primitifs, qui ſoit courbe en tout ſens, il ſemble qu'on peut lui comparer les ſurfaces irrégulieres, qui ont une double courbure, l'une longitudinale & l'autre tranſverſale; c'eſt-à-dire ſuivant la longueur de leur direction, & ſuivant leur largeur.

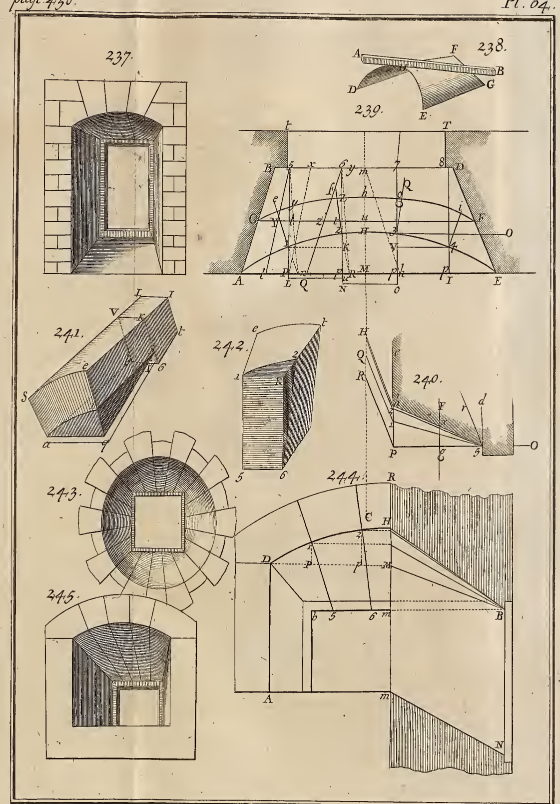
Pour donner quelque ordre à leur figure, on peut auſſi leur atribuer quelque conformité avec le Cône & le Cylindre; ainſi lorſqu'une Voute aura deux côtez droits convergens, & le reſte de la ſurface à double courbure, je l'apellerai *Conico-Sphérique*; telle eſt *la Trompe droite ſur les impoſtes & courbe ſous la clef.*

II. Lorsqu'une Voute aura un côté droit & trois côtez courbes, dont l'opoſé au droit ſera dans un plan à peu près parallele à ce droit*; je l'apellerai *Sphérico-cylindrique*; telles ſont les Voutes ci-après, ſçavoir.

1°. *Le Berceau de Niveau Courbe aux impoſtes* & droit à la Clef.
2°. *Berceau ou demi Berceau rampant, droit ſur un impoſte & bombé vers la clef.*
3°. *La Trompe à Panache.*
4°. *L'arriere-Vouſſure de Montpellier.*

III. Lorsqu'une Voute aura trois côtez droits, & une ſurface à double courbure, je l'apellerai *Sphérico-Priſmatique*; telle eſt la ſeule *arriere-Vouſſure de St. Antoine.*

IV. Enfin lorſqu'une Voute ſimple ſera terminée par trois ou quatre


237.
238.
239.
240.
241.
242.
243.
244.
245.


LIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSIT
SEVILLA

courbes, ſans que la ſurface courbe qu'ils comprennent ſoit Sphérique; je l'apellerai Sphéroïdale ; tels ſont 1o. les Pandantifs des Voutes d'arêtes Gotiques, 2o. les *Trompes à joins de lit cintrez en coquille*, & 3o. *l'Arriere-Vouſſure de Marſeille ordinaire.*

PROBLEME. XXIV.

Faire une Voute Conico Sphérique.

Apellée en termes de l'Art,

Trompe droite ſur les impoſtes, & Courbe ſur la Clef. *Pl. 65.*

Soit (figure 246.) l'angle rentrant A ſB qu'on veut vouter de maniere, que la pointe ſ ſoit en partie émouſſée autant qu'il eſt convenable, pour conſerver quelque beauté à la ſurface de la doële ; ſur AB, comme diametre, ayant fait le demi cercle AHB pour cintre de face, qui eſt ici renverſé, & l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on tirera de ces points des perpendiculaires 1 P, 2 p^2 3 p_3, &c. à l'ordinaire; on tirera enſuite par les points P p au ſommet ſ, les lignes Pſ, p ſ leſquelles ne ſeront pas les projections des joins de lit, comme aux Trompes coniques; mais les cordes des Courbes de leur projection, qui ſeront les hyperboles auſſi bien que les joins qu'elles repréſentent, par le Theor. V, du premier Livre; & le I. du deuxiéme. *Fig. 246.*

Pour les décrire il faut obſerver.

1o. Que puiſque tous les joins de lit aboutiſſent à la circonference de la face AHB, les hyperboles auront toutes une amplitude égale au rayon CA.

2o. Que paſſant toutes au même ſommet ſ de l'angle, elles ont pour axe commun la ligne Cſ; ainſi elles ſeroient toutes égales, ſi elles avoient le même centre ; mais puiſqu'elles doivent ſe reſſerrer vers les impoſtes, & s'ouvrir vers la Clef ; il faut qu'elles ayent differens centres.

Pour trouver ces centres on tirera au milieu de la Clef la corde AH, qui coupera la ligne 1 P au point D, la longueur DP portée ſur CS, prolongée de ſ en C', donnera le centre de la premiere hyperbole en C', la même corde AH coupant auſſi la ligne 2 p au point d, donnera la longueur dp, laquelle étant portée ſur l'axe prolongé de

S en C^2, marquera le centre de la feconde hyperbole. Enfin fi l'on vouloit tracer celle qui paffe par le milieu de la clef, on porteroit la longueur du rayon CH fur l'axe prolongé, comme les précédentes en S*h*.

PREMIEREMENT, par le Probleme 11. ou 12. du fecond Livre, on peut décrire chacune de ces hyperboles, puifqu'on à trois points donnez, fçavoir le centre C^1 ou C^2, le fommet *f*, & une ordonnée CA ou CB, c'eft-à-dire un point à la circonference du demi cercle AHB; ainfi on pourra en trouver les afymptotes, ou bien les foyers; mais pour ne pas renvoyer le Lecteur à ce Probleme, nous allons donner ici une maniere fort aifée d'en trouver plufieurs poins; par exemple pour l'hyperbole qui paffe par le point 2 du fecond joint de lit, laquelle a fon centre en C^2; on tirera la ligne C^2 B, & autant de perpendiculaires à l'axe *f*C que l'on voudra avoir, de points de l'hyperbole, comme *io*, *ko*, *lo*, qui couperont C^2 B aux points *o*, *o* & *o*, l'impofte *f*B aux points *e e*, & l'axe *f*C aux points *n*, *n*, *n*; puis ayant prolongé le côté AS jufqu'à la rencontre de C^2 B en *z*, on tirera au centre C la ligne ZC, qui coupera toutes les paralleles à AB, en deux également en *m*, d'où comme centre, & de l'intervale *mo* pour rayon; on décrira des arcs de cercles qui couperont *f*C en *x*, les lignes *nx* ordonnées chacune au diametre de fon arc, étant portées en *ny*, fur leurs diametres; donneront les points *y*, *y* à la circonference d'une hyperbole, par lefquels & par les points *f* & B, on tracera à la main la courbe du joint de lit *f*Y*y* B, que l'on cherche.

DE la même maniere on tracera les points de l'hyperbole *fub*, qui eft celle qui doit paffer par le point 1 du joint de lit de l'hyperbole, & *f*VB, qui doit paffer par le milieu de la clef.

IL refte à préfent à tracer les projections P*lf*, & *pgf* de ces joins de lit qui font auffi des hyperboles; dont nous nous contenterons de chercher un point dans une des lignes perpendiculaires à C*f*.

DU centre C on tirera au point 1 & 2, les rayons C 1, C 2, & prenant par exemple fur la ligne *ko*, la longueur *ny*, on la portera de C en G, fur le rayon C 2 du point G, on menera une parallele à C*f*, qui coupera *ko* en *g*, où fera un des points de l'hyperbole *pgqf*, qui eft la projection du joint de lit, paffant par le point 2 à côté de la clef, c'eft-à-dire de l'arête du lit de deffus du fecond Vouffoir, & d'un des lits de la clef.

PAR la même maniere on trouvera le point *f* de la projection de

l'hyperbole, qui passe par le point 1, en portant ny, c'est-à-dire le point pris de y, où l'hyperbole $S\,u\,B$ coupe la ligne io, sur le rayon $C\,1$ en $C\,I$, la parallele à $e\,S$ menée par I, coupera $o\,m\,i$ au point f, qui sera un de ceux de l'hyperbole $P\,f\,f$, laquelle est la projection de l'arête du lit de dessus du premier Voussoir, & de celui de dessous du second.

Il faut présentement tracer le panneau de doële plate, lequel ne peut toucher les quatre angles de la surface du Voussoir, auquel il est destiné, parce qu'elle est intrinséquement gauche. Il en touchera seulement trois, dont il désignera les sommets, & servira à trouver celui du quatriéme, & l'inclinaison des coupes pour former les lits, sur lesquels on doit tracer les Courbes des arêtes hyperboliques de leurs joins à la doële.

On peut aussi faire cette doële plate, de maniere qu'elle ne touche que deux angles de la doële du Voussoir, qu'on se propose de faire, & cependant qu'elle serve à trouver la position des deux autres, comme nous allons le montrer dans la construction suivante.

Ayant déterminé la position de la tête du Trompillon, suivant la grandeur de la pierre qu'on y doit employer, par exemple en TR, (figure 246.) on portera la longueur de son côté ST, sur le rayon $C\,1$ en $C\,t$, & l'on tirera $t\,r$ parallele à la corde 1 2, & terminée aux deux rayons $C\,1$, $C\,2$, supposant par exemple qu'il s'agisse de la formation du second Voussoir ; cette préparation étant faite, on tracera à part (figure 248.) deux lignes $a\,b$, $m\,M$, qui se coupent à angle droit, & du point m de leur intersection, on portera sur $a\,b$, de part & d'autre, les moitiez $M\,1$, $M\,2$ de la corde 1 2 de la figure 246. & les deux moitiez de sa parallele $t\,r$ en $m\,t$, $m\,r$ de la figure 248. *Fig. 248.*

Par les points a & b on menera les lignas $a\,1$, $b\,2$ paralleles à celle du milieu $m\,M$, & ayant ouvert le compas de l'intervale TA, des points t & r pour centres, de la figure 248. on fera des arcs $1\,d$, $2\,d$ qui couperont ces paralleles aux points 1 & 2, par où on tirera la ligne 1 2, le trapeze $r\,2\,1\,t$ sera le panneau que l'on cherche ; lequel sera celui de la doële plate d'une Trompe droite circulaire, inscrite à la Trompe en conoïde dont il s'agit, par le moyen de laquelle doële plate on parviendra à la formation des lits, sur lesquels on doit tracer les arêtes hyperboliques de leurs joins à la doële, comme nous le dirons ci-après en parlant de l'aplication du Trait sur la pierre.

Secondement, on peut faire ce panneau de doële comme nous l'avons

dit en premier lieu, de maniere qu'il touche trois angles de la doële du Vouſſoir; mais alors il faut s'y préparer en décrivant la Courbe de la ſection plane tranſverſale, qui eſt le cintre de la tête du Trompillon.

Fig. 247. On décrira avec la longueur TN, pour rayon (figure 246.) un demi cercle T *b* R (figure 247.) qu'on diviſera en autant de parties égales que le cintre primitif AHB, par exemple ici en cinq aux poins 1, 2, 3, 4, par leſquels on tirera du centre *n* des rayons *n* 1, *n* 2 &c. prolongez indéfiniment, & une ligne aplomb au milieu *bn*; ſur laquelle on portera la longueur N *zb* de la figure 246. qui eſt l'intervale de l'axe pris à la face du Trompillon, juſques à ſa rencontre avec l'hyperbole du milieu SV *zb* B.

On prendra auſſi l'intervale NY du même point N, à l'hyperbole SYB, qu'on portera ſur les rayons de la figure 247. en *n* Y & *ny*, pour avoir les points Y *y*; & enfin l'intervale NX du même point N, à la troiſiéme hyperbole, faite pour le premier lit en *ſu* XB, qu'on portera ſur les rayons N 1, *n*4, en *n* X & *nx*, & par les poins TXYZ *yx* R on tracera la Courbe qui ſera la ſection plane tranſverſale de la Trompe par la ligne TR de la figure 246. laquelle eſt le cintre de face du Trompillon.

Suposant préſentement qu'on ſe propoſe de faire un ſecond Vouſſoir comme 3 4, on tirera à la corde 3 4, & par le point du cintre le plus bas *x*; on lui menera une parallele *xu*, compriſe entre les deux rayons *ny*, *nx*; & l'on tirera les coupes *n* 7, *x* 8 du centre *n*, comme aux Trompes ordinaires.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour y apliquer le panneau de doële plate, & en tracer le contour, on formera des lits avec les Biveaux de lit & de doële, de la même maniere que ſi l'on faiſoit un Vouſſoir de Trompe Droite, ou bien avec le Biveau de doële plate & de tête, comme il a été dit à la page 210. puis on levera un panneau de joint de lit RYB ſur la Courbe YB, qu'on apliquera ſur le lit de deſſus, enſorte que la ligne RB ſoit ſur l'arrête de lit, & de doële conique; on en uſera de même pour le lit de deſſous, pour lequel on levera un panneau ſur R *x* B & ſur la tête du côté du Trompillon; on apliquera le panneau 3 *y x* 4 de la figure 247. & l'on aura les traces des quatre arêtes du Vouſſoir, par le moyen deſquels on creuſera la doële à vûë d'oeil, parce que la regle ne peut y ſervir nulle part.

Il suffira de s'aider de quelque cerche formée entre la tête de face, & à la tête du Trompillon, par le moyen d'un cintre pris, par exemple en ke & tracée de la même maniere, qu'on a tracé celui de la tête du Trompillon TXR de la figure 247.

Il est aisé de voir que si la doële plate a été faite par la seconde construction, de maniere à toucher trois des angles de la doële creuse, il faudra former les lits avec le biveau de lit & de doële conique, parce que la ligne xu étant parallele à la corde 4 3, l'angle 8 x u est égal à l'angle 8 4 3; mais alors au lieu du panneau de lit en triangle R x B, il faut seulement un segment d'hyperbole x B, dont la corde x B sera apliquée sur l'arête de la doële plate, & au lieu du triangle mixte RYB, pour le lit de dessus, il en faut un plus petit xYB, parce que xY répond à 4x de la figure 247.

Explication Démonstrative.

Premierement on remarque en fait de beauté de figure, que tous les angles qui se font à la jonction des surfaces planes avec des courbes, sont un peu désagréables à la vûë; c'est pourquoi on tache d'effacer ces angles en faisant la jonction des surfaces, qui se rencontrent à la ligne d'atouchement de la courbe avec la plane; or dans les Voutes coniques on ne peut effacer l'angle rentrant horisontal ASB, formé par les plans des piédroits convergens; mais on peut effacer l'angle vertical de la ligne d'interfection des piédroits, avec le côté incliné du Cône, passant par la clef en courbant ce côté, de maniere que cette ligne verticale devienne sa tangente; on en peut faire autant à chaque joint de lit, supofé dans un plan incliné passant par un joint de tête; faisant ensorte que l'intersection du plan du lit & du vertical passant par l'intersection des piédroits, soit la tangente de la courbe substituée au côté du Cône, lequel côté devient la corde de cette courbe, par ce moyen on émousse la surface pointuë du Cône.

On peut pour cette fin se servir de plusieurs Courbes. Le P. Deran, comme nous le dirons ci-après, a voulu se servir du cercle; mais il n'a pas examiné qu'il ne le pouvoit que pour le milieu de la clef, sans faire une surface difforme.

On pourroit se servir de l'Ellipse, faisant toujours ensorte que la naissance en S fut à l'extremité d'un des axes.

Mais comme l'hyperbole est la courbe qui aproche le plus de l'angle recti-

ligne, qui eſt la ſection du Cône par ſon axe, où doit être la rencontre de tous les joins de lit, cette Courbe eſt celle qui convient le mieux pour former l'arondiſſement du fond de la Trompe, & en émouſſer la pointe.

Secondement parce que les hyperboles doivent s'ouvrir & s'arondir, à commencer depuis l'angle des impoſtes A ſB, qu'on peut conſiderer comme la premiere hyperbole infiniment peu arondie, & que la plus arondie eſt celle qui doit paſſer par le milieu de la clef, puiſqu'elle eſt la plus éloignée de cette premiere, on prend la diſtance des centres de toutes les hyperboles poſſibles entre la premiere & la derniere, ſuivant une progreſſion exprimée par les lignes paralleles à CH, dans le triangle AHC, telles ſont DP & *dp*, &c. provenant des diviſions de la baſe 1, 2, 3, 4; or comme les centres des hyperboles repréſentent les ſommets de Cône dont elles ſont des ſections, on a trouvé les ordonnées de ces hyperboles, par le moyen des côtez C_1B, C_2B, des Cônes differens que donnent les poſitions de ces centres; ainſi ces Courbes des joins de lit ſont bien trouvées, *ce qu'il falloit faire.*

Autre façon de Trompe Conico-Sphérique, à joins cintrez en Coquille.

Le P. Deran à la ſuite du Trait de la Trompe ſur le coin, dont nous avons parlé ci-devant page 349. donne une maniere de changer la doële conique en une ſurface irréguliere, qu'il apelle en *Niche*, en traçant ſur les plans des lits des quarts de cercles dont les côtez du Cône, c'eſt-à-dire les arêtes des joins de lit étoient les cordes.

Fig. 249. Soit, par exemple (figure 249.) le quarré ASBN, la projection horiſontale de la Trompe, les lignes SQ, S *q* celles de ſes joins de lit; on menera par les poins Q & *q* des perpendiculaires à l'axe SN, qui le couperont aux points *f* & *e*, ſi de ces points pour centres & pour rayons *f* S, *e* S, on décrit les quarts de cercles F *k* S, E *i* S, D *b* S, on aura les joins de lit de la doële en niche, & la quart de cercle D *b* S ſera la cerche du milieu de la clef.

Le Pere Dechalles dans ſon Traité *de Lapidum ſectione*, a voulu en changer le Trait, comme il ſuit:

Ayant décrit le quart de cercle D *b* S, ainſi que le P. Deran, il fait avec le même rayon DN ou NS, des arcs de cercles E *o* S, F *n* S, A *n* S ſur les cordes qui étoient données pour joins de lit de la doële conique ES, FS, AS, & des centres *x*, *y*, *z* trouvez par des interſections faites avec

avec ND pour rayon, & des points S, A, F, E pour centre; mais ce changement fait une figure encore plus irréguliere que celle du P. Deran, qui l'étoit déja beaucoup; pour en juger, il faut tracer la tête du Trompillon, que ni l'un ni l'autre n'ont décrit.

Ayant pris un point G à volonté sur l'axe SN, on lui tirera la perpendiculaire indéfinie *t* G*h*, qui coupera les arcs des joins de lits aux points *h*, *i*, *k*, *l*, suivant le Trait du P. Deran, & ceux du Trait du P. Dechalles aux points *h*, *o*, *n*, *m*.

Presentement ayant pris une ligne LL (figure 250.) pour base du Trompillon, du milieu *g* pour centre, & pour rayon G*l* de la figure 249. on décrira un demi cercle L U L, qu'on divisera en même nombre de Voussoirs, que le cintre primitif ANB aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on tirera du centre *g* des rayons *g* 1, *g* 2, &c. prolongez, sur lesquels on portera les longueurs correspondantes de la section G*h*, de la figure 249. sçavoir G*h* en *g*H de la figure 250. G*i* en *g*I à la même, G*k* en *g*K & G*l* en *g*L, & par les points LKIH raportez de l'autre côté en *i*K, on tracera à la main la Courbe LHL, qui est l'élevation de la tête du Trompillon du P. Deran. *Fig.* 250.

Par la même pratique on trouvera la Courbe M 2 H 3 *m* pour la tête du Trompillon du Trait du P. Dechalles.

Il est visible à l'inspection de cette figure 250. que la surface de la doële d'une telle niche doit être desagréable à la vûë, en ce qu'elle fait un pli à la clef H comme les Voutes Gotiques, lequel est moins choquant dans le Trait du P. Deran, que dans celui du P. Dechalles, qui fait un angle curviligne fort aigu 2 H 3.

Il suit de ces constructions, qu'en faisant les impostes concaves horisontalement, on sort de l'hypotese, qui veut que les piédroits AS, SB soient en ligne droite comme à toutes les Trompes coniques, de sorte qu'en les faisant creux en quart de cercle comme le P. Deran, on change leur angle rectiligne en une demie Tour creuse, qu'il seroit plus beau & plus facile de vouter en niche Sphérique ou Sphéroïde, que de cette maniere irréguliere.

Que si l'on fait les impostes d'un arc moindre que le quart de cercle comme le P. Dechalles, les deux portions de Tour creuse, qui se formeront une à chaque piédroit, feront à leur jonction un angle curviligne desagréable à la vûë.

Enfin si l'on vouloit conserver les impostes droites, & commen-

cer seulement au dessus à creuser la Voute, pour aller chercher le premier joint de lit courbe du coussinet, il s'y formeroit un creux en forme de sac, comme en TKI, suivant le Trait du P. Deran, qui seroit fort vilain, & un moindre TN 2, suivant le P. Dechalles, lequel sac seroit d'autant difforme que le premier lit g K, seroit abaissé près de l'imposte g L.

Il est vrai que ce sac diminueroit peu à peu en s'aprochant de la face AB d'un côté, & du sommet S au fond de la Trompe, de l'autre côté où il se réduiroit à rien ; ainsi le sac MKI, qui répond à la section X c M x de la figure 249. est moindre que TKI, qui répond à GT.

D'où l'on doit conclure, que cette espece de Trompe est une idée mal concertée, qu'on ne peut mettre en pratique sans vouloir faire une chose difforme de propos déliberé ; laquelle est non seulement moins réguliere & moins belle que la Trompe conique sur le coin, & que la Sphérique ; mais aussi moins solide ; par conséquent dont on ne peut tirer aucun avantage.

PROBLEME XXV.

Faire une Voute Cylindrico-Sphéroïde.

En termes de l'Art,

Faire une espece de Berceau, dont la Clef & les Impostes sont de différente nature, sçavoir, l'un droit, l'autre courbe.

On a vû par le Trait précédent, qu'on peut faire une Voute dont les impostes sont droites & convergentes ; mais dont toutes les autres lignes de joins ou de pareilles tracées sur la doële tendantes au point de concours des impostes, se courbent d'autant plus qu'elles s'élevent, de-sorte que celle du milieu de la clef est la plus concave.

D'ou il suit qu'on peut encore faire la même chose, lorsque les impostes ne concourent qu'à une distance infinie, c'est-à-dire lorsqu'elles sont paralleles entr'elles.

On peut encore donner à cette figure de doële une autre modification, en faisant faire un quart de révolution au corps cylindroïde, dont il s'agit, autour de son axe, alors les lignes droites des impostes se placeront où étoit la clef, sans qu'il arrive d'autre changement à la

Voute, que celui de la situation de ses parties, considerées à l'égard de l'horison; à laquelle situation ayant égard, je distinguerai ces sortes de Voutes en deux especes, l'une où la clef est droite & les impostes courbes, l'autre où l'imposte est droite & la clef courbe.

PREMIER CAS.

Berceau irrégulier, dont les impostes sont courbes & la Clef droite.

Soit, (figure 251) le quadriligne mixte ABKI, la projection horisontale d'une Voute, dont les côtez AB, IK sont droits, & AI, BK courbes concaves, lequel étant divisé par les lignes de milieu CX, FG, est uniforme dans chacun de ses quarts ACMF, BCMG, &c. Pl. 66. Fig. 251.

Sur AB pris pour diametre du cintre primitif, ayant décrit le demi cercle AHB, on portera les distances de la ligne du milieu, MF, MG en C*f*, C*g*, de part & d'autre du point C, & de même les longueurs *m*D, *m*E en C*d*, C*e*, supposant DE parallele à AB, & éloignée à volonté, par exemple à moitié de CM.

Sur la ligne *fg* prise pour grand axe d'une Ellipse, & CH pour moitié du petit, on décrira la demie Ellipse *f*H*g*, qui est le plus grand de tous les cintres, de même sur *de* pour grand axe, & le double du même CH pour le petit, on décrira la demie Ellipse *d*H*e* entre ces ceintres, on en pourra tracer de même autant qu'on le jugera à propos, pour la commodité & l'exactitude de la construction.

On divisera ensuite chacun de ces cintres en un même nombre de parties égales entr'elles, pour former autant de Voussoirs qu'on voudra, par exemple ici en cinq aux points A, 1, 2, 3, 4, B pour le circulaire *f*, 1°, 2°, V, *o*, *g*, pour le grand surbaissé *d*, 1ᵉ, 2ₑ, *u*, *ne* pour le moyen surbaissé, & par ces points on tracera les courbes 4*no*, 3*u*V qui seront les projections verticales, en profil de chacun des joins de lit d'un côté, & leurs égales 1, 1ᵉ, 2, 2ᵉ, de l'autre, lesquelles sont d'autant plus courbes qu'elles aprochent de l'imposte B*g*, & d'autant plus droites que les lits aprochent de la clef H, dont le milieu est parfaitement droit; ces courbes servent pour la formation des têtes des Voussoirs, par la voye de l'équarrissement.

Il faut présentement tracer celles des joins des mêmes lits à la doële.

Sur le diametre AB prolongé, on portera la profondeur de la Vou-

te exprimée par CX avec ſes diviſions MN en *a i*, & par les points *a*, *n*, *m*, *n*, *i*, on lui élevera des perpendiculaires indéfinies *a h*, *nh*, *m h*, *nh*, *i h*; puis par les points des courbes de tête dont nous venons de parler 4, *n*, *o*, 3, *u*, V, & le ſommet H, on menera des horiſontales paralleles à AB, qui couperont les verticales *a b*, &c. en des points qui ſeront au contour des courbes que l'on cherche, leſquelles ſeront repetées de part & d'autre également en ſens contraire, depuis la ligne du milieu *mh*; ainſi l'horiſontal paſſant par le point 4, donnera les points d'interſection 1^f, 4^f; le point *n*, donnera les points N & N, & le point *o*, celui du milieu O, la courbe 1^f NON 4^f, ſera celle du premier lit à la doële.

Par la même pratique les points 3, *u*, V, du prifil de tête donneront la courbe 2^fUVU 3^f pour les ſecond joint de lit à la doële.

De ce que les projections verticales des lits à la tête & à la doële ſont courbes, il ſuit que les projections horiſontales des joins à la doële le ſeront auſſi; c'eſt pourquoi il faut les chercher à peu près comme celles de la coupe, par le moyen des points du profil de tête, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires ſur AB, qu'on prolongera juſqu'à la rencontre de ſes paralleles DE, FG, T *t*, IK. Ainſi la verticale menée par le point 1, donnera les points P & R, celle qui ſera abaiſſé du point 1_e, donnera les points *x* & *x*, à la rencontre des lignes DE, T *t*, & celle qui ſera tirée par le point 1°, donnera ſur la ligne du milieu FG le point Q, la courbe P *x* Q *x* R ſera la projection horiſontale du premier joint de lit. Celle du ſecond *p q r* ſe trouvera de même, laquelle comme l'on voit eſt beaucoup moins courbe que la précédente, parce qu'elle aproche de cette projection du milieu de la clef CX, qui eſt parfaitement droite au plan horiſontal comme au vertical en *h h h*.

Puisque toutes les projections des joins de lit ſont courbes, il ſuit que les arêtes des joins en œuvre ſont des Courbes à double courbure, qu'on ne peut faire par la voye du ſimple équarriſſement, par des préparations des ſurfaces planes, mais par une préparation de ſurface cylindrique, & par panneaux flexibles, comme il a été dit au troiſiéme Livre page 311.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Soit, par exemple, propoſé à faire le premier Vouſſoir, dont la projection horiſontale eſt le quadriligne mixte APQF. Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit de niveau, on y apliquera le panneau formé
Fig. 152. ſur l'épure AP *x* QFDA, dont on tracera le contour ſur ce lit, puis on

247.

246.

248.

249.

250.

abattra la pierre à l'équerre suivant la courbe $P x Q$, formant ainsi un morceau de Tour creuse, dans laquelle on élevera sur les repaires $P x Q$, des perpendiculaires au lit de niveau paralleles entr'elles, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées $1 P$, $1^e A$ sur le milieu x & $1^o t$ sur le point Q, lesquelles hauteurs donneront des points, par lesquels on tracera avec une regle pliante l'arête du lit de dessus.

On prendra ensuite le Biveau d'aplomb & de coupe $P\,1\cdot 5$, avec lequel on abattra la pierre, pour former le lit tenant une des branches aplomb, & l'autre d'équerre sur l'arête, & par ce moyen on formera une surface convexe cylindrique, dont la projection est marquée au profil par la courbe 1, 1e, 1e, ou son égale $4\,n\,o$, de l'autre côté. On formera les têtes avec les Biveaux mixtes xQF & xPA, pour y tracer les arcs A 1 & $f\,1^o$, suivant lesquels la courbe du lit de dessous ADF, & l'arête trouvée du lit de dessous, on abattra la pierre pour former la doële concave gauche, dans le milieu de laquelle on apliquera la cerche de l'arc $d\,1^e$, sur les apuis donnez en D au lit de dessous & en x à celui de dessus, & la pierre sera faite.

USAGE.

Quoiqu'il paroisse du premier abord quelque chose de bizarre dans la figure de cette Voute, je puis juger qu'elle réussit très bien en œuvre, par le modele que j'en ai fait faire pour vouter les bras renflez de la Croix Grecque, d'une Chapelle dont j'ai donné le dessein à un Comte de l'Empire, qui le fait exécuter auprès de son Château de Bockenheim dans le Palatinat. Quoique j'évite les occasions de me mêler d'Architecture, j'ai embrassé celle-ci avec plaisir, tant pour obliger un Seigneur très estimable par lui-même, qui m'honore de ses bienveillances, que pour contribuer à l'œuvre pie du rétablissement d'une Chapelle anciennement célébre dans le voisinage, & même bien avant en Allemagne, qui étoit tombée en mazure par les révolutions des Héresies.

La Providence ayant rapellé ce Souverain au giron de l'Eglise à la Religion de ses Peres, il suit les tracées de ces Illustres Ancêtres, qui ne se sont pas moins distinguez par leur pieté, que par les grandes actions qui leur ont donné un des premiers rangs dans l'Empire de tems immémorial. Nous avons à Landau une preuve de ce que j'avance, car c'est à Mrs. les Comtes de Linange, que le Chapitre & l'Eglise Collegiale doivent leur Fondation depuis environ 470. ans.

Second Cas inverſe du précédent.

Berceau droit ſur les Impoſtes, & courbe ſous la Clef.

Si l'on faiſoit un Berceau complet, c'eſt-à-dire, qui s'étendit d'une impoſte à ſon opoſée; après avoir déterminé la ligne courbe du cintre, de chacune de ſes têtes à volonté ſuivant l'exigence de l'ouvrage, il faudroit déterminer de même à volonté ſuivant l'occurence la ligne courbe, qui détermine la concavité du milieu de la clef au deſſus du côté droit d'un Cylindre inſcrit dans ce Berceau irrégulier ſur même baſe. Enſuite diminuer cette courbure peu à peu en deſcendant juſqu'aux impoſtes où elle doit ſe redreſſer totalement, & ſe confondre avec les cotez du Cylindre inſcrit.

Comme cette figure de Voute n'eſt d'uſage en Architecture que pour les *Eſcaliers ſuſpendus & à Repos*, où elle n'eſt miſe en œuvre qu'à moitié, depuis une impoſte juſqu'à la clef, le reſte demeurant vuide, & qu'elle eſt auſſi plus ordinairement rampante que de niveau, nous choiſiſſons ce cas d'uſage pour l'exemple du Trait, qui conſiſte à:

Faire un demi Berceau Rampant droit à ſon Impoſte, & courbe ſous la Clef.

Fig. 253. Soit, (figure 253.) le parallelograme rectangle ABDR, la projection horiſontale du demi berceau, dont l'impoſte rampante eſt AM, terminée en M par la verticale BM, donnée pour hauteur de la rampe d'eſcalier, élevé ſur le point B, qui eſt de niveau aux point A, déterminée ſuivant le nombre & la hauteur des marches.

Ayant prolongé BA vers C, & déterminé la nature du cintre de face de montée en quart de cercle ou d'Ellipſe, ou ſeulement en arc moindre que le quart, on portera la largeur AR en AC, pour décrire du centre C, l'arc AH, par exemple en quart de cercle; on menera par A la verticale RAT, & par C & M les paralleles C*ſ*, & M *h^e*. Enſuite par le ſommet H, on tirera l'horiſontale H *h*, qui coupera AT en *h*, d'où on menera *h h^e* parallele à AM, qui coupera la verticale BM prolongée en *h^e*.

Ensuite on tracera la Courbe du bombement du ſommet *h f h^e*, comme on le jugera à propos, je la ſupoſerai pour plus de facilité en arc de cercle, tiré du point D pour centre, afin que ſi cette Voute rachete par le haut un arc de cloitre *h^e* N, comme il arrive ordinairement, il ne ſe faſſe pas de jarret en *h^e*.

Le cintre de face AH étant divisé en ses Voussoirs, par exemple en trois également aux points 1, 2, H, on menera par les points 1 & 2 des horisontales, qui couperont la verticale AT aux points 1^a, 2^a, par lesquels on menera des paralleles à la rampe AM, qui donneront sur Mh^e, les points 1^n 2^n; ces lignes droites seront les cordes des arcs des joins de lit, dont la courbure doit diminuer insensiblement, à mesure qu'ils aprochent de l'imposte AM, qui devient enfin en ligne droite.

Pour trouver les points de ces courbes, qui sont les projections verticales des joins de lit, dont les arêtes doivent être en œuvre à double courbure, il faut diviser la rampe AM en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de chacune de ces courbes, par exemple en quatre aux points E, F, G, par lesquels on élevera autant de verticales paralleles à TR, qui couperont l'arc donné pour la clef bfh^e, aux points e, f, g, & la projection horisontale aux points h^r, l^r, m^r.

Par les points e, f, g, on menera des paralleles à la rampe AM, qui couperont la ligne AT aux points r, s, t, par lesquels on menera des horisontales rf^o, se^o, tg^o, dont les intersections avec la verticale Cs aux points f^o, e^o, g^o, donneront les sommets de chaque quart d'Ellipse, qui doit être la section de chachun des plans passans verticalement par les points donnez E, F, G, & perpendiculairement à la direction de l'axe du berceau.

Ainsi les lignes Cf^o, Ce^o, Cg^o étant doublées seront le grands axes de ces Elipses, & CA la moitié du petit axe commun à toutes, de sorte que par le Probl. VII. du deuxiéme Livre, on pourra décrire les quarts d'Ellipses Af^o, Ae^o, Ag^o, qu'on divisera chacun en même nombre de parties égales entr'elles, qu'on à divisé le cintre primitif AH, & comme toutes les circonferences de ces quarts d'Ellipses sont inégales, leurs divisions en Voussoirs de même nombre seront aussi toutes inégales, comme on voit au profil par les points 2, 2^x, 2^y, 2^z; lesquels serviront à trouver la projection horisontale des joins de lit, & si l'on veut aussi leur projection inclinée sur le plan de Rampe AM.

Pour trouver les points de leur projection horisontale, il n'y a qu'à abaisser de ces mêmes points des perpendiculaires sur AC, qu'elles couperont en des points p^2, z, y, x, où seront leurs retombées, lesquelles seront portées sur les horisontales correspondantes, sçavoir, Ax provenant du point 2 de l'arc Af^o, sur la ligne Fl^r du point L en x, la retombée Ay provenant du point 2y de l'arc Ae^o en Ky, & enfin Az provenant de $2z$ de l'arc Ag^o sur Gm^r de m en z, & par les points

$r^2\, y\, x\, z\, d^2$, on tracera la courbe qui sera la projection horisontale du second joint de lit.

On tracera de la même maniere celle du premier lit $r^1\, l\, d^1$, qui servira à tracer les Voussoirs par l'équarrissement ordinaire.

Presentement, si pour le menagement de la pierre, on veut tracer la projection de ces mêmes joins de lit sur le plan de rampe, il faut operer differemment.

Par tous les points h, e, f, g, h^e de la Courbe du renflement, & par tous les points trouvez des autres joins 2^a, x^2, 2^n; 1^a X 1^n, où sont les interfections de ces courbes avec les verticales eE, fF, gG, on tirera des perpendiculaires sur AM, lesquelles étant prolongées couperont le côté $r\, h^s$ aux points h^t et f^t $b\, b$, qui marqueront les sommets des tous les cintres transversaux, en projection sur le plan incliné de la Rampe; & pour en trouver les autres points, on prendra les retombées des divisions de chaque cintre Ax, Ap^2, &c. ou ce qui est la même chose, les distances horisontales V 2^x, u 2^y, &c. qu'on portera sur les perpendiculaires à AM, qui correspondent à ces divisions, par exemple V2^x, qui est au cintre du milieu pour la seconde division en o V^2, provenant du point x^2 de la ligne fF, & la distance horisontale i 1^x sur X o, prolongée en OP, la courbe FPV$^2f^i$, sera la projection inclinée de l'arc elliptique, qui est la section transversale par le milieu de la longueur du berceau, ainsi des autres, comme la figure le montre sensiblement; ce qui est si relatif aux Traits que nous avons donné ci-devant au Chapitre V. pour les Traits des *Descentes*, qu'il paroît inutile d'en détailler tous les autres exemples.

Ces courbes sont nécessaires pour tracer les têtes des Voussoirs, qui sont aplombs; mais si l'on vouloit les faire couchées perpendiculairement à la rampe, ou bien faire des cerches pour creuser la doële, propres à être posées perpendiculairement à la ligne de rampe AM, il est clair que les courbes de ces cerches seroient représentées sur le plan incliné, en projection par les lignes droites, de sorte qu'il faut une opetion à part pour en décrire le Contour.

Soit, par exemple une de ces cerches qu'on veut faire, passant par le point g, pris à volonté.

On tirera par ce point une perpendiculaire $g\, a$ sur AM, laquelle étant prolongée, coupera les courbes de projection 1^t 1^i 1^t, & 2^t V^x 2^t en des points o^1 o^2, & la Droite h^t h^t, au point b.

On portera à part (figure 254.) la ligne $a\, b$ avec ses divisions o^1 o^2 en

$a\, b''$,

ab'', V^1, V^2, par lesquelles on élevera des perpendiculaires $V^1\,1''$, $V^2\,2''\,b''g''$, qu'on fera égales aux hauteurs des divisions, prises sur la projection verticales dans les points d'interſections de la ligne ga, avec les courbes des projections verticales des joins de lit $1''\,2''\,g$, de la figure 253. & par les points trouvez $1''\,2''\,g''$ de la figure 254. on tracera une courbe qui ſera celle de la cerche qu'on demande, ou d'une ſection de tête inclinée de Vouſſoir, pour ſervir de joint de doële tranſverſale.

J'ai donné pour exemple de ce Trait un cintre primitif en quart de cercle, d'où ſuivent des cintres ſecondaires en quart d'Ellipſe ; mais comme cette Voute pouſſe au vuide à ſon ſommet entre ſes deux extrémitez, il convient ſouvent de faire le cintre primitif moindre que le quart de cercle, ou plûtôt parabolique ; de cette derniere conſtruction, il ſuit que les cintres ſecondaires ſont auſſi tous paraboliques, dont les amplitudes ſe trouvent de même que les ſommets des quarts d'Ellipſes, & qu'on peut décrire par le Probl. X. du deuxiéme Livre.

Explication Démonſtrative

Lorsque les ſurfaces ſont des Voutes néceſſairement differentes des régulieres primitives, il convient de les en raprocher autant qu'il eſt poſſible, c'eſt pourquoi entre les courbes données, pour les deux cintres de face, de montée & de deſcente, nous avons déterminé une ſuite de quarts d'Ellipſes, terminez par le bas à l'impoſte donnée, & à la hauteur deſignée par les points de ſection, pris à volonté ſur la courbe du ſommet, qui eſt auſſi donnée, & parce que les joins de lit aparens doivent diviſer la doële en parties toujours proportionelles, pour que les intervales des Vouſſoirs s'élargiſſent, & ſe reſſerrent d'une maniere uniforme, nous avons diviſé les circonferences des ſections priſes à volonté, en un même nombre de parties aliquotes, leſquelles ſont toujours une ſuite qui s'écarte de la ligne droite, d'où il réſulte que les arêtes des lits à la doële ſont des courbes à double courbure, puiſque leurs trois projections, ſçavoir, la verticale de coupe en longueur, celle de profil en travers & celle du plan horiſontal, ſont chacune differemment courbes.

Or le Trait de pareilles arêtes ne peut être ébauché que par le moyen de la ſupoſition d'une ſurface creuſe cylindrique, formée ſur l'une des trois projections, comme nous l'avons expliqué au troiſiéme Livre à la page 311. & aux ſuivantes. Le reſte de cette Voute rampante eſt relatif aux deſcentes, dont nous avons parlé au long à la fin du cinquéme Chapitre.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Puisque cette Voute eſt à double courbure comme les Sphéroïdes, & que les arêtes des lits des Vouſſoirs ne ſont pas planes, c'eſt-à-dire dans un plan, il eſt clair qu'il faut commencer par former une ſurface concave cylindrique, comme nous l'avons expliqué au Chapitre VII. en parlant des Voutes Sphéroïdes, & recemment au dernier Trait; mais à cauſe que cette Voute rampe, on peut faire cette premiere ſurface cylindrique, ou ſur les courbes de la projection horiſontale comme $r^2 x d^2$, $r^1 l d^1$, ou ſur celles de la projection inclinée $2^t V^2 2^s$, & $1^t 1 s^1$.

Dans la premiere méthode il y a beaucoup de pierre à perdre, parce qu'après avoir operé comme au cas précédent, il fautenſuite retrancher les parties triangulaires, l'une par exemple AEK, pour un premier Vouſſoir au lit de deſſous, & l'autre 1^a Y 2^a au lit de deſſus.

Dans la ſeconde méthode il y a encore deux parties triangulaires à retrancher d'un Parallelepipede AY, mais un peu moindres qu'à la précédente dans le raport du triangle AEK à ſon opoſée YEO, auquel eſt égal celui de l'autre extrémité *a i* A, ſi les joins de tête ſont aplomb, & il n'y aura que ce dernier, ſi l'on fait les têtes perpendiculaires à la rampe; ainſi l'on peut choiſir celle des deux méthodes, qui conviendra le mieux, ſuivant les circonſtances d'aplomb, ou d'équerre ſur la rampe.

Cette premiere diſpoſition d'ébauche étant faite, après avoir creuſé une doële de ſupoſition d'aplomb comme il a été dit au Trait précédent, on portera dans ce creux les hauteurs des retombées des bouts du Vouſſoir, & du milieu pour y tracer avec une regle pliante l'arête du lit ſuperieur, & avec le biveau d'aplomb & de coupe, on formera le lit de deſſus convexe, & le lit de deſſous du Vouſſoir ſuivant concave, comme il convient au complément du même biveau renverſé.

Le parement creux de ſupoſition verticale, & les lits étant faits, on tracera l'arête du lit de deſſous; en portant les retombées perpendiculairement aux arêtes de tête du parement creux, de la même maniere que nous l'avons expliqué pour la formation des Vouſſoirs de la Vis St. Giles, à laquelle cette Voute a quelque raport, avec cette difference que les têtes ne ſont pas en coupe comme à la Vis, mais paralleles entre elles, comme aux Voutes en berceau en deſcente.

Remarques sur les Fautes de l'ancien Trait.

Les Auteurs de la coupe des Pierres, on fait quatre fautes dans le Trait de cette Voute.

La premiere consiste en ce qu'ils font un jarret en pli, à la naissance de leur cintre primitif sur le piédroit, comme il est aisé de le voir par leur construction; ayant élevé CH perpendiculaire & égale à CA, ils prennent l'intervale HA pour rayon de ce cintre, dont ils cherchent le centre par l'interfection des arcs V 7 V 8, décris avec le même rayon des centres H & A; ainsi décrivant l'arc A 9 H du centre V, il est visible que la verticale AR, qui est le profil du piédroit ne lui est pas tangente, puisque le rayon VA lui est incliné en angle aigu VAR, par conséquent cet arc fait un jarret en A, où est sa naissance.

On voit par cette construction, qu'au lieu d'un quart de cercle comme je l'ai fait par exemple en H 2 A, ils ne font qu'un arc de 60. dégrez; leur raison est sans doute de deminuer la poussée du sommet, qui pousse au vuide entre ses deux extrémitez. J'admets cette raison, mais je ferai voir comment on peut concilier la régularité de la naissance sans jarret, avec cette raison de solidité, par le moyen d'un cintre Parabolique, lorsqu'il sera question des Voutes composées par la jonction des Trompes, comme il arrive aux *Escaliers suspendus*, *& à Repos.*

La seconde faute des Auteurs consiste, en ce qu'ils font les projections horisontales des joins de lit en ligne droite, ce qui rend les divisions des doëles des Voussoirs inégales entr'elles dans chaque section verticale, parce que les quarts d'Ellipses ou autres courbes de ces sections, n'étant pas paralleles à celle du cintre primitif HA, seront inégalement inclinées à une même verticale, par exemple 2^x P, d'où il suit que les divisions ne seront point des parties aliquotes égales de chaque cintre; car, si l'on prend par exemple 2 q, pour une de ces verticales, qui représentent le plan, dont la section longitudinale parallele à l'axe, donne pour projection du joint de lit une ligne droite, il est clair que la portion $f^b q$ est moindre que $f^b\ 2^x$, qui est le quartde l'arc elliptique f^b A; & par l'inverse, si l'on prend cette varticale en 2^x P, il est visible que l'arc HP sera plus grand que le quart de l'arc de cercle HA: ainsi des autres joins.

La troisiéme faute consiste, en ce qu'ils tracent mal les courbes des joins de lit, considerez dans leur élevation, comme $1^a X 1^n$; $2^x x^2 2^n$, relativement à la courbe du sommet $h f h^e$, parce qu'ils partagent la distan-

ce fQ, du sommet f de cet arc donné à sa corde hh', en un même nombre de parties égales, qu'il y a de rangs des Voussoirs, par exemple ici en trois pour déterminer la distance de chaque arc au dessus de sa corde, par le nombre de ces divisions, dont elle doit être augmentée ou diminuée ; ainsi l'intervale 1X de la corde 1^a 1^n, à son arc 1^aX 1^n, est le tiers de Qf selon les Auteurs ; l'intervale qx^2 de la corde 2^a 2^n à son arc, & les deux tiers de Qf, ainsi du reste ; ce qui leur donne occasion de tracer des arcs circulaires par trois points donnés, dont ils font les joins de lit, & qui produit encore évidemment des divisions des Voussoirs inégales entr'elles, parce que ces distances en aplomb sont proportionelles aux fleches fd, &c. de ces arcs ; lesquelles fleches ne sont point entr'elles en raison Arithmétique, ni dans le cercle, ni dans l'Ellipse ; or il est visible que ces distances dépendent de la difference des hauteurs des divisions proportionelles des arcs f^p 2' A, & H 2 A.

La quatrième faute consiste dans la nature de ces courbes, qu'ils font circulaires, qui ne peuvent l'être suivant les divisions des rangs de Voussoirs, ni suivant la nature du corps coupé, qui n'est certainement point du nombre des réguliers, dont les sections par des plans paralleles entr'eux, en long ou en large sont circulaires, par conséquent forçant les joins à passer par des arcs de cercles ; ils ne peuvent le faire que par le moyen des inflexions de la surface de la doële, qui doivent y causer des irrégularitez, comparables à celles des ondes de l'eau agitée. Je conviens que ces sinuositez ne seront pas fort sensibles, mais elles y seront réellement & sans aucune nécessité, puisqu'on peut mieux faire avec autant de facilité qu'il s'en trouve dans l'exécution de l'ancien Trait.

COROLLAIRE.

Du Bonnet de Prêtre, de Direction concave d'une face à l'autre.

Nous avons parlé ci-devant de la figure, que produiroit dans son ébrasement une ouverture quarrée d'un côté, & ronde par l'autre comme une Fenêtre, ou un enfoncement de Voute, lorsque les lignes de direction, tirées du quarré intérieur au cercle extérieur sont droites ; présentement nous suposons que ces lignes sont courbes en quart d'Ellipse, plus & moins alongez ; en ce cas il se formera une surface à double courbure, qui peut très bien convenir à racorder dans une chambre quarrée, par un renfoncement de Voussure, une bordure ronde, ou au contraire une ouverture, ou bordure quarrée sur une Tour ronde.

Le Trait d'une telle Vouſſure ne feroit differend de la Voute, dont nous venons de parler, qu'en ce que ce feroit un compoſé de quatre parties de la même eſpece tournées differemment, enſorte que leur naiſſance & leurs ſommets ſoient dans des plans horiſontaux, l'un au deſſus de l'autre, au lieu qu'il étoient dans des plans verticaux paralleles entr'eux. Secondement que chacun de ces quarts ſoit renfermé entre des plans verticaux convergens, ſur leſquels on pourra prendre les cintres primitifs, dont les diagonales feront un des demi-axes, & la hauteur ſera l'autre toujours égal; ces Vouſſures ſont très propres à orner un plat-fond, par la varieté de tranſition des figures du rond au quarré, ou du rectangle à l'Ellipſe qui ſe trouvent ainſi racordez agréablement.

Deuxiéme Eſpece.

VOUTE SPHERICO-CYLINDRIQUE.

Apellée en termes de l'Art,

Trompe à Panache.

Lorsque deux Berceaux d'égale hauteur ſe croiſent perpendiculairement, il ſe forme à leur interſection deux arêtes elliptiques, qui n'ont pas tant de force que le reſte des Berceaux, parce qu'elles ſont fort ſurbaiſſées, ſi les cintres de ces berceaux ſont circulaires, & encore plus s'ils ſont déja ſurbaiſſez, pour fortifier cette croiſée, & pour lui donner plus de grace, on la voute en cul-de-four, comme on voit en pluſieurs Egliſes, dont le plan eſt en Croix, ce qui forme une *Voute Sphérique en pandantif ſur un quarré*, lorſque les diametres des berceaux ſont égaux.

Dans la plûpart de nos Egliſes modernes au lieu du cul-de-four, on a élevé ſur ce quarré une Tour ronde, qui porte en l'air à *faux* ſur quatre *Panaches*, dans laquelle on tire du jour par pluſieurs vitraux, au deſſus deſquels on voute la Tour en hémiſphère; cette eſpece d'édifice s'apelle en François un *Dome*, & en Italien *Cupola*, au lieu que *Dome* ſignifie la principale Egliſe d'une Ville.

Lorsque la Tour du Dome eſt de même diametre que les berceaux de la Nef, & ceux des bras de la Croix, les Panaches prennent leurs naiſſances, comme les Pandantifs de la Voute d'arête, qu'on y peut faire, chacun ſur un point, qui eſt l'angle ſaillant de la rencontre de deux piédroits des berceaux, avec cette difference, que le Panache tient lieu des deux Pandantifs de la Voute d'arête, qui feroient un angle ſaillant

Et parce que ce Panache eſt triangulaire, il s'apelle auſſi Pandantif; dans ce cas il peut être un triangle Sphérique, tel que nous l'avons dit en parlant de la Voute Sphérique ſur un Pandantif.

Mais parce qu'une telle naiſſance eſt trop petite pour la ſolidité de l'Edifice, les bons Architectes coupent l'angle des deux piédroits des berceaux par un *Pan*, qui diminue un peu l'imperfection du *Porte-à-faux*, ce qui augmente auſſi le diametre du Dome à l'égard de celui des berceaux.

On voit des exemples de differens raports de ces diametres de Tour, & de Berceaux dans les Edifices les plus conſiderables.

Aux Invalides à Paris, celui du berceau eſt à celui de la Tour, environ comme un eſt à deux, ce qui retranche du côté du quarré circonſcrit, à chaque angle, environ le quart du diametre du Dome.

A St. Pierre de Rome, environ un cinquéme. Au Val de Grace à Paris environ un ſixiéme, à la Sorbonne encore moins, & au Noviciat des Jeſuites les diametres des Berceaux, & du cul-de-four ſont preſque égaux.

Dans tous ces cas le Panache n'eſt pas comme le Pandantif un triangle Sphérique, mais une ſurface quadrilatere mixte irréguliere, d'autant moins creuſe que le *Pan* ou la naiſſance, qui eſt ſur une ligne droite eſt plus grande.

J'apelle cette ſurface *Sphérico-cylindrique*, parce qu'elle eſt à double courbure comme la Sphère, & qu'on peut faire paſſer un Cylindre par trois de ſes côtez, ſçavoir par ſon impoſte qui eſt droite, & ſes deux arcs de cercles verticaux; en voici le Trait, qu'aucun Auteur n'a donné.

Pl. 67. *Fig.* 255. Soit, (figure 255.) le quart de cercle CGD, la projection horiſontale du quart de la Tour, d'un Dome inſcrit dans un quarré SDCG, coupé par un pan AB, qui en retranche le triangle ASB, le quadriligne mixte ABDMG, ſera la projection horiſontale du Panache, qui doit racheter le quart de la Tour creuſe, ou d'une calotte Sphérique élevée ſur le cercle, dont l'arc horiſontal GMD eſt le quart, lequel eſt tout en *Fig.* 257. l'air comme il eſt repréſenté à la figure 257. au deſſous par les mêmes lettres $G^e M^e D^e B^e A^e$, où l'on voit qu'il n'y a que la ſeule impoſte $A^e B^e$, qui en eſt le plus petit côté, qui porte de fond ſur le ſolide.

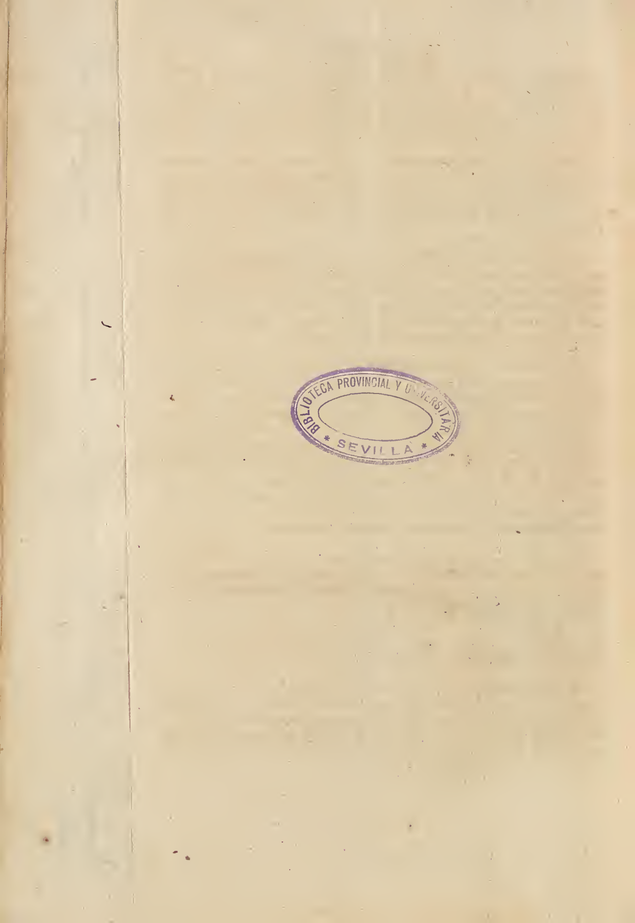
Comme cette impoſte, & le Couronnement $G^e M^e D^e$, ſont chacun dans un plan horiſontal, il ſuit que les joins de lit doivent auſſi être tous

251.

252.

253.

254.



horisontaux, du moins à la doële; mais les joins montans qui doivent être dans des plans verticaux, peuvent avoir deux differentes directions, l'une Sphérique qui peut tendre au centre C, comme (dans *l'Octans* MKD) les plans dont les projections sont m MC, BLC, p^1 KC, p^2 IC, &c.

L'autre disposition de joins montans, qui est la conique peut être suivant les directions des plans verticaux, qui concourent tous en S, où est le sommet S de l'angle du quarré circonscrit, comme sont (dans l'Octans GNM) ceux dont la projection sont les lignes GAS, O o S, N n S, M m S.

La premiere de ces dispositions de joins montans, qui est la Sphérique, paroît la plus naturelle, & doit être suivie lorsque le Panache porte immédiatement une calotte de Voute Sphérique, parce qu'alors ils doivent tous tendre au Pole, dont le point C est la projection; mais c'est celle qui pousse le plus sur les arcades des berceaux, parce que les parties p^1 K, p^2 I, poussent totalement au vuide en p^1 & p^2.

La seconde de ces dispositions, qui est la conique, paroît la plus belle, en ce que les joints qui viennent toujours en s'élargissant jusqu'au couronnement, forment l'agréable figure de la queuë de Paon; elle est aussi plus solide que la précédente, parce que, supposant que l'on fit les joins montans en déliaison, chaque rang vertical de Voussoir porteroit sur une base solide, & non pas une partie au vuide comme dans la disposition précédente; mais elle ne convient qu'aux Panaches, qui portent une Tour, & non pas immédiatement une Voute Sphérique, parce que la direction des joins du Panache ne pourroit pas être continuée dans la Voute en calotte. Ainsi l'une & l'autre disposition pouvant avoir son usage; il convient de donner la construction des deux.

Pour *la premiere disposition*, on commencera par faire sur le demi diametre d'un des berceaux BD, le cintre circulaire ou elliptique B 2 H, qu'on divisera en ses Voussoirs comme ici en sept, qui donnent trois & demi jusqu'au milieu de la clef aux points 1, 2, 3, H, d'où ayant abaissé des perpendiculaires, on aura leurs projections sur BD en p^1, p^2, p^3; par lesquels on tirera des lignes au centre C, qui couperont l'arc horisontal MD, aux points L, K, I, &c.

On élevera ensuite B d parallele & égal à DH, & par le point H sommet du cintre, on tirera H d parallele & égal à DB, sur laquelle d H, on portera les longueurs BL en d L^o, B p^1 + p^1 K en d K^o, B p^2 + p^2 I en d I^o; les points B, L^o; 1, K^o; 2, I^o, seront les extrémitez des arcs

de cercles des joins montans, qui passeront par les points donnez à chaque assise B, 1, 2, &c.

La corde d'un arc étant donnée, tout le monde sçait la maniere de décrire cet arc, il n'y a qu'à la diviser en deux également, lui tirer une perpendiculaire sur le milieu, & prendre le centre à l'intersection de cette ligne avec le demi diametre BD prolongé ; ainsi on aura le centre de l'arc BL^{e} en X, celui de 1 K^{e} en Y, & celui de 2 I^{e} en Z.

Par une semblable méthode, on trouvera les arcs des sections verticales des joins montans de la seconde disposition.

Par les points G, O, N, M, pris à volonté, ou si l'on veut, par parties égales sur l'arc GM, on tirera au point S des lignes qui couperont la droite AB, aux points A, *o*, *n*, *m*; puis ayant pris à volonté un point *a* sur DS prolongée, on y élevera une perpendiculaire *a* T égale à DH, & l'on tirera l'horisontale TH, sur laquelle on portera les longueurs *o* O en TO^{e}, *n* N en TN^{e}, *m* M en TM^{e}, & par les points M^{e}, N^{e}, O^{e}, on tirera des lignes droites au point *a*, qui seront les cordes des arcs que l'on cherche.

On peut diviser toutes ces cordes en deux également tout d'un coup, en menant par le milieu *e* de la ligne T *a*, la ligne *e i* parallele à TH; elle les coupera aux points *m*, *m*^{n}, *m*^{o}, par lesquels tirant une perpendiculaire à chaque corde prolongée, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne BD prolongée, on aura pour centre de l'arc *a z* O^{e}, le point Z pris sur *a* E, pour centre de l'arc *a y* N^{e}, le point *y* pris sur la même *a* E, & le point *x* pris sur la même pour l'arc *a* M^{e}.

Presentement, il faut chercher les courbes horisontales des joins de lit à chaque assise.

Ayant divisé le cintre primitif B 2 H, en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, H, on menera par chacun de ces points des paralleles V 3, *u* 2, *u* 1, à la ligne TH, chacune desquelles coupera les trois arcs des profils des joins montans *a* M^{e}, *a* N^{e}, *a* O^{e}, aux points *x*, *y*, *z*.

On prendra les distances de ces points à la verticale T *a*, pour les porter sur chaque projection des arcs, *o* O, *n* N, *m* M, depuis la ligne AB, par exemple V *x* du profil en *m x*, du plan horisontal, V *y* en *m y* V *z* en *m z*, ensuite *u x* au dessous en *n x*, du plan, *u y* en *n y*, *u z* en *n z*, ainsi du reste, & par les points des projections des divisions 1, 2, 3, sur AG & sur BD, & par les points trouvez, on tracera à la main les

courbes

courbes $1^a x p^1$, $2^a y p^2$, $3^a z p^3$, qui feront les projections demandées des joins de lit à la doële.

On en ufera de même pour trouver plufieurs points fur les projections BC, p_1 C p_2 C, lorfque les joins montans ont été tracez fuivant la premiere difpofition Sphérique, par exemple fur BC, on portera les diftances de l'arc BL^o, à la ligne verticale dB, fçavoir $d^1 l$ en B l, $d^2 l$ en B l^2, $d^3 l$ en B l^3 & d L^o en BL.

A l'égard des diftances des autres arcs, il en faudra retrancher les longueurs des retombées ; ainfi fur p^1 C, on prendra les diftances des fections, des arcs de profil à la ligne bp^1, & non pas à la ligne dB, ainfi des autres ; parce que chacune des projections des divifions du cintre primitif, donne le premier point de la courbe horifontale des joins de lit, de chaque affife fur le rayon BD.

Pour les autres profils, qui du point C vont fe terminer à la ligne AB, comme par exemple Cm, & tous ceux qu'on peut tirer entre m & B, les diftances des fections des profils, s'il y en avoit, fe prendroient toujours depuis la ligne dB, qui répréfente en profil tout le plan, dont AB, eft la projection.

La maniere d'orner les piédroits de pilaftres, les uns droits, les autres pliez dans les angles rentrans, eft exprimée en plan horifontal à la figure 260. & en élevation à la figure 257. comme on l'a exécuté à St. Pierre de Rome.

Il peut arriver que le Panache au lieu d'avoir pour bafe une ligne droite comme AB, à la figure 255. prenne naiffance fur un angle obtus comme b Q a, à la figure 256. alors ce Panache devient un vrai Pandantif Sphérique régulier, pour lequel il faut faire le Trait de la Voute Sphérique en Pandantif fur un Octogone; tels doivent être ceux de l'Eglife de St. Paul de Londres, repréfentez en Perfpective à la figure 258. Fig. 256.

Ou il faut remarquer une irrégularité affez finguliere, c'eft que le fommet de l'angle du Pandantif a Q b, ne tombant pas au milieu du piédroit du pilier ab, il doit refter d'un côté de la furface Sphérique une portion de furface plane verticale triangulaire mixte, comprife entre l'arc qm du Pandantif, l'arc bm de l'arcade du *Pan coupé*, & l'impofte qb droite, qui eft plus longue que l'impofte qa de toute la largeur d'un pilaftre, & l'intervale du pilaftre plié au pilaftre droit. Fig. 258. & 259. Fig. 259.

On demandera peut-être d'où eft provenuë cette bizarrerie, je vais en dire la raifon par une petite digreffion, qui ne déplaira peut-être pas au Lecteur.

Le Chevalier Wren, Architecte de la fameuse Eglise de St. Paul de Londres, a fait le Dome d'un diametre plus de moitié plus grand que celui de la Nef, dans le raport de 108 à 42, pour pouvoir prolonger les bas côtez au travers de la Tour du Dome, & pour ne pas trop resserer l'ouverture de la Nef, il a jetté les pilliers sur les bas côtez; comme l'on voit à la figure 256.

L'irre'gularite' dont nous venons de parler, en occasionne encore une autre dans les Bayes des arcades des pans coupez, en ce qu'elles deviennent plus étroites que celles des Nefs, par conséquent pour faire toutes les clefs de niveau, il faut qu'elles soient surhaussées, quoique les cintres de la nef & de la croisée soient circulaires. Mais ces irrégularitez sont balancées par des avantages qu'a cette construction, sur les Domes à petits pans coupez ordinaires.

Premierement, en augmentant le nombre des pilliers, l'Architecte a diminué l'imperfection du *Porte-à-faux*, qui est choquant dans les Domes ordinaires, où les pans sont fort petits, comme au Noviciat des Jesuites de Rome, bâti par Vignole, qui a été imité par un grand nombre d'Architectes.

Secondement, la base de la Tour devient régulierement octogone.

Troisiémement, les bas côtez tant de la nef que de la croisée, percent & se continuent sans interruption au travers du Dome; comme on voit à la figure 256. par la direction des lignes du milieu ki & gl, qui se croisent au milieu M de l'arcade bd, ce qui paroît encore mieux à la figure en Perspective 258; en KM imk.

Explication Démonstrative.

De quelque maniere que l'on coupe une Sphère par des plans, la section sera toujours un cercle; ainsi suposant que le Panache ne fût qu'un Pandantif ordinaire, en triangle Sphérique, comme ceux d'une Voute Sphérique sur un quarré, il est clair que les sections qui concourent au centre C de la Sphère, ou celles qui concourent à un point S consideré comme Pole, seront toujours des cercles, & que ce triangle Sphérique étant coupé par un plan vertical, passant par AB, il se formeroit par cette section un arc de cercle, dont AB seroit la projection; mais comme cet arc s'éleveroit tout au dessus de la ligne AB, il s'écarteroit de l'imposte droite & de niveau, sur laquelle on veut que le Panache prenne sa naissance; donc aucun des points du corps Sphérique régulier ne passeroit par la naissance rectiligne AB, par consé-

quent la ſurface du Panache eſt irréguliere, & toute en dedans de la Sphère.

Presentement, ſupoſant des plans verticaux, qui coupent cette ſurface, leurs ſections en feront les élemens, dans leſquels on a deux points donnez, l'un ſur l'impoſte AB, l'autre ſur le cercle du couronnement GMD, par conſéquent on a les deux extrémitez de leurs cordes; mais comme ce n'eſt pas aſſez de deux points pour décrire un arc de cercle, puiſqu'on peut faire paſſer une infinité d'arc differens par les deux mêmes points, on a tiré une perpendiculaire ſur le milieu de cette corde, pour trouver un centre qui n'eſt pas donné de poſition, mais ſeulement de hauteur, parce qu'il doit être dans l'horiſontal BD, pour que chaque arc ſoit tangent au piédroit vertical; afin qu'il ne s'y faſſe point de jarret par la raiſon, que nous avons tant de fois repeté, que l'angle de l'arc avec ſa tangente eſt infiniment ouvert, par conſéquent inſenſible à la vûë.

Il eſt clair que quoique tous les élemens verticaux de cette ſurface ſoient des arcs de cercle, il ne s'en ſuit pas qu'elle ſoit pour cela Sphérique, parce que les ſections horiſontales que j'apelle les élemens horiſontaux, ſont des courbes differentes $1 x p^1$, $2 y p^2$, &c. qui ſe redreſſent d'autant plus qu'elles aprochent de l'impoſte droite AB, & au contraire qui ſe courbent d'autant plus qu'elles s'en éloignent; enſorte qu'elles different peu de la circulaire dans les aſſiſes du Panache, qui ſont ſous le couronnement de la Tour à pans, lequel eſt la baſe de la Tour circulaire, que les Panaches doivent racheter & porter.

Quoique nous ayons pris pour les élemens verticaux de cette ſurface des arcs de cercles, rien n'empeche qu'on ne puiſſe leur ſubſtituer des arcs elliptiques; mais alors le Trait deviendroit trop difficile, en ce que les axes & les foyers ſeroient trop indéterminez, n'y ayant que deux points donnez à la circonference de l'Ellipſe, ou équivalemment trois, ſçavoir, un à l'impoſte, un au deſſus de l'axe, & l'autre au deſſous à pareille diſtance; or on ne peut déterminer une Ellipſe que par le moyen de quatre points donnez, c'eſt pourquoi nous ne parlons point de ce cas, qui ne me paroît d'aucun uſage, n'étant pas néceſſaire pour les Panaches qui doivent racheter des berceaux ſurhauſſez ou ſurbaiſſez. Cependant s'il arrivoit, qu'on voulût faire tous ces arcs d'un quart d'Ellipſe chacun, on pourroit former cette ſurface à peu près comme l'arriere-Vouſſure ſuivante; parce qu'alors on a quatre points donnez pour chaque Ellipſe, puiſqu'on a les deux axes.

COROLLAIRE.

De l'Arriere-Vouſſure de Montpelier.

Si l'on renverſe la Voute du Panache, dont nous venons de parler, avec ébraſement, ou ſans ébraſement, tranſportant la naiſſance droite AB, de la figure 245. au Couronnement en plate-bande, comme à la figure 263. de la planche 68. & prenant l'arc GMD qui étoit horiſontal, pour la naiſſance de l'arriere-Vouſſure, tournée en ſituation verticale, & plus reſſerée. On aura cette figure de Voute repréſentée en Perſpective au chifre 263. que Blanchard apelle *Arriere-Vouſſure de Marſeille, tombant ſur l'angle obtus*, & d'autres Artiſtes, *Arriere-Vouſſure de Montpeller*; laquelle étant réguliérement faite, ne differe du Panache renverſé, qu'en ce que les élemens de ſes ſections verticales doivent être des quarts d'Ellipſes, au lieu qu'au Panache c'étoit des arcs de cercles de different nombre de dégrez, comme les fait encore le même Blanchard, aſſez mal à propos; nous en dirons la raiſon.

Pl. 68. Fig. 263.

Aucun des Auteurs de la coupe des pierres n'a parlé de cette arriere-Vouſſure. Il eſt ſeulement fait mention dans le Livre de la coupe des bois du Menuiſier nommé, & ſous le nom cité ci-deſſus; cependant depuis que nos Architectes ſe ſont aviſez de faire, aux maiſons des particuliers, des Fenêtres en plein cintre, qu'on n'employoit gueres anciennement qu'aux Egliſes, elle eſt devenuë fort à la mode par deux raiſons, la premiere, que la fermeture intérieure en plate-bande laiſſe un eſpace plus régulier ſous la corniche du plat-fond de la chambre, que l'arriere-Vouſſure de Marſeille, ou de St. Antoine, qui y laiſſe un quadriligne mixte peu agréable à la vûë, s'il n'eſt orné de quelque Sculpture; la ſeconde, c'eſt que l'ébraſement ſuperieur retranche de cet eſpace une partie, qui eſt ſombre par l'opoſition du grand jour de la fenêtre, & qu'il racorde bien le cintre du dehors avec la plate-bande du dedans.

Sans rien changer à ſa ſurface de la doële de cette arriere-Vouſſure, on peut l'exécuter des trois manieres differentes, par la ſeule diſpoſition des lits des Vouſſoirs.

Prmierement, on peut la faire perpendiculaire à la Courbe du cintre de feüillure, comme aux berceaux & à l'arriere-Vouſſure de Marſeille, tels ſont les joints 1'7, & 2'8, Mais il en arrive deux inconveniens, l'un que les têtes des Vouſſoirs deviennent fort larges à la plate-bande, & fort inégales entr'elles dans le raport des tangentes; l'autre que les lits ainſi diſpoſez font des arêtes trop aiguës vers le piédroit, comme *a* 8 L,

Fig. 261.

ce qui les rend sans force, & faciles à casser en les taillant, de sorte qu'on est obligé d'en changer la direction.

Secondement, on peut faire les joins de doële dans des plans paralleles à la direction de la Voute, tels sont ceux dont les projections sont exprimées par les lignes p^4 N, p^5 N, p^6 N, ce qui pourroit s'exécuter en brisant le lit en deux ou trois parties, sçavoir, l'un aplomb sous la plate-bande, l'autre en coupe au dessus de la plate-bande peu inclinée, & la troisiéme à l'arcade du cintre sur le tableau;

Mais cette disposition a encore ses inconveniens.

1°. Que si l'on fait les divisions du cintre de feüillure égales entr'elles, les largeurs des têtes des Voussoirs à la plate-bande deviennent très inégales entr'elles, comme l'on voit les têtes *fg*, *gh*, *ik*, qui vont en diminuant dans les raports des Sinus verses jusqu'à l'ébrasement, & augmentent au contraire tout d'un coup de *k* en *e*, suivant le plus ou moins d'ébrasement, ce qui jette une irrégularité desagréable à la vûë.

2°. Lorsque les largeurs horisontales des Voussoirs diminuent, suivant le raport des Sinus verses des arcs, elles deviennent tout d'un coup ridiculement petites, comme on voit *ik*, à l'égard de la précédente *hi*; de sorte que pour y conserver quelque aparence d'égalité aux têtes de la plate-bande, il faudroit embrasser deux têtes du cintre de feüillure 5 6, 6 *d* pour avoir celle de la plate-bande *hk*, à peu près égale à *gh*.

3°. Enfin il en résulteroit encore un troisiéme défaut, c'est que les angles mixtes du côté de l'imposte comme 5 6 *i* & 6 *dk*, deviendroient si aigus, qu'il seroit impossible de les former en pierre sans les casser, de sorte qu'il faudroit en retrancher la partie 6 *d*, pour l'ajouter au coussinet, ce que l'on peut faire par le moyen d'une petite portion de coupe 6 *l*, qui donneroit la partie *l* 6 *d*, au dehors de l'aplomb *kd*, du sommier.

La troisiéme maniere, de disposer les joins des lits à la doële, est de les faire dans des plans verticaux dirigez à un point S, de l'axe MS, où tendent les ébrassemens des piédroits prolongez comme ABS, EDS alors par le point S, & les projections des divisions 1, 2, 3, données sur BD en p^1, p^2, p^3, on tirera les lignes p^1 Q, p^2 R, p^3 O, qui couperont la projection de la face AE aux points Q, R, O, par lesquels on menera les verticales Q*x*, R*y*, O*g*, qui couperont la plate-bande *ae* aux points *x*, *y*, *g*, où seront les divisions des têtes des Voussoirs, par lesquelles on tire d'un point M, pris à volonté pour centre de coupe, les joins de tête *x*X, *y*Y, *g z*.

Cette maniere est plus belle que la précédente, en ce qu'elle répand sur chaque Voussoir une partie de l'ébrasement, qui se trouvoit tout entier au premier DNE; mais elle n'ôte pas les imperfections des arêtes trop aiguës vers les divisions 1 & 2; de sorte qu'il y faut toujours une portion de coupe en *o* 1, *o* 2, *o* 3, en dedans à la feüillure, & la prolonger au dehors, comme il convient à la largeur du Bandeau, ou de l'Archivolte; ce qui oblige l'Apareilleur de faire un ressaut dans le lit. Nous allons parler en particulier de chacune de ces manieres, en passant la premiere à cause de ses défauts, nous venons à la deuxiéme.

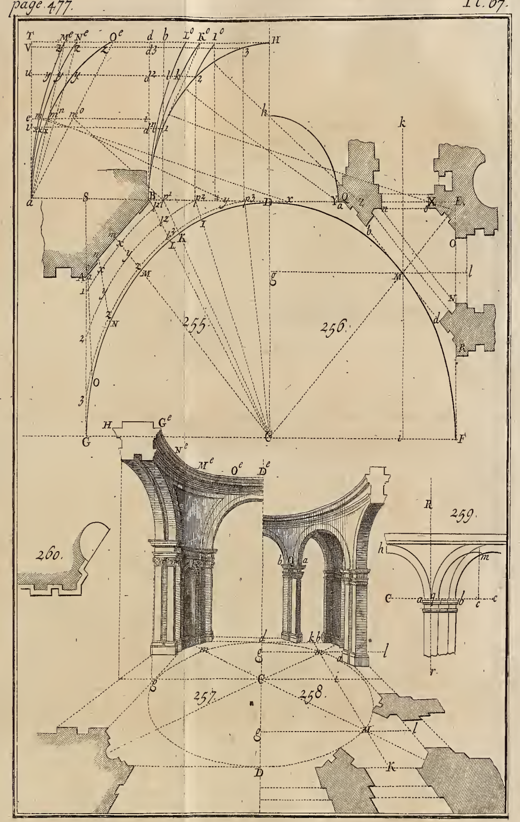
Fig. 261. Soit, (figure 261.) le trapeze ABDE, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter; soient BF, GD, les feüillures où doit se loger la fermeture de Menuiserie, & FT, G*p*6 les tableaux.

On décrira sur *b d* comme diametre égal à BD, le demi cercle *b*H *d*, & son parallele pour la feüillure T *b p*6. On placera ensuite au dessus à volonté l'horisontale *a e* pour la hauteur de la plate-bande intérieure, qui sera terminée en *a* & *b* par les verticales *a* A, *e* E, tirées par les points d'ébrasement A & E.

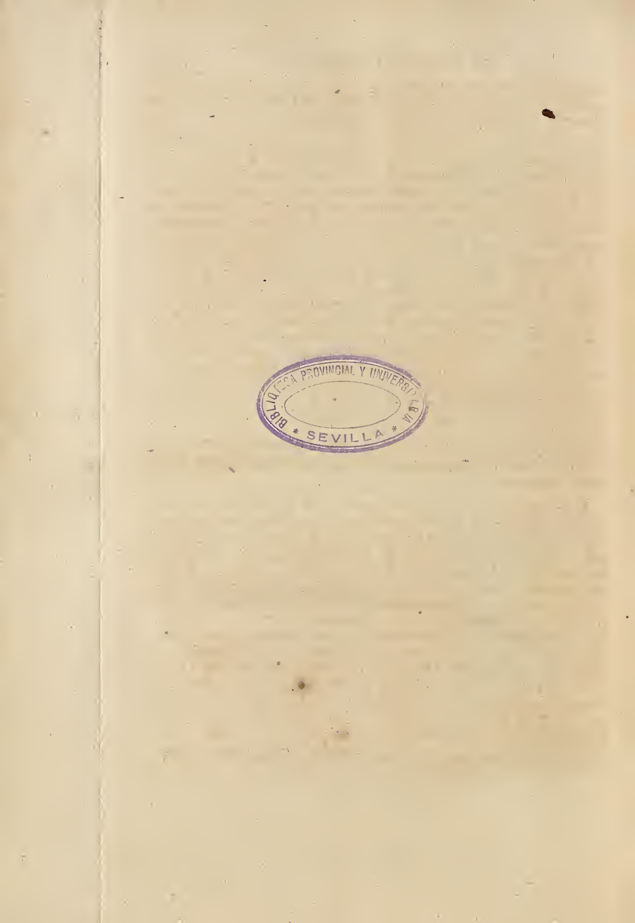
Puis ayant divisé le cintre primitif *b* H *d* en ses Voussoirs, par exemple en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera par ces points des perpendiculaires à la base d'élevation PQ, qui couperont la plate-bande *a e*, aux points 8, *y*, *c*, *f*, *g*, *h*, *i*, *k*, par lesquels on tirera les joins comme aux plates-bandes d'un point M; pris au sommet d'un triangle équilateral, qui a pour côté la longueur de la plate-bande *a e*, (comme il a été dit au Probleme VII. page 64.)

Presentement, si l'on tire les coupes du cintre *b* H *d* du centre C; comme il convient naturellement au plein cintre, on aura les lignes 4 *a*, 5 *a*, 6 *a*, qui ne seront pas paralleles aux coupes de la plate-bande *gx*, *lx*, *ix*, par conséquent les lits qui passeront par ces lignes, ne seront pas des surfaces planes; mais gauches d'autant plus qu'elles s'éloigneront de la clef, ce que l'on doit éviter, par les raisons que nous avons donnez plusieurs fois; de sorte qu'il convient de faire ces lits en deux parties planes, l'une qui comprenne le tableau & la feüillure seulement, & l'autre qui se détache de la précédente, par une retraite ou ressaut intérieur, qui ne peut paroître qu'à l'extrados, qui n'est jamais vû en œuvre.

Pour en sentir la nécessité, il n'y a qu'à tirer par les points 6 & 5, (par exemple) les lignes 5 *u*, 6 V, paralleles aux coupes de la plate-bande *gx*, *lx*, *ix*, & l'on verra qu'outre que la coupe du cintre circulaire seroit fausse & difforme, si la face extérieure étoit aparente, les



255.
256.
257.
258.
259.
260.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
* SEVILLA *

angles de la coupe au tableau 4 5 *u*, 5 6 V, feroient fi aigus qu'on ne pourroit les conferver en les taillant, & qu'étant pofez ils feroient fans force, & éclateroient infailliblement à la charge.

Les directions des coupes étant déterminées, & celles des lits étant auffi données parallelement à la ligne du milieu MC, il faut trouver les Courbes des joins, c'eft-à-dire des arêtes des mêmes lits à la doële, qui font des fections de plans verticaux exprimez à la projection par les lignes p^4, N^4, p^5, N^5, &c. paralleles entr'eux, & à la direction du milieu MC, defquelles fections, il n'y a que deux points donnez à chacune, fçavoir, l'un à la feüillure aux divifions 1, 2, 3, 4, &c. l'autre à la plate-bande, *y*, *e*, *f*, *g*, &c. de forte qu'on peut faire paffer par les deux points de chaque fection plufieurs Courbes de même, ou de differente efpece. Blanchard y fait paffer des acrs de cercles; mais comme leur naiffance à la feüillure doit commencer infenfiblement, & finir de même à la plate-bande, il faut que les arcs foient tangens à la feüillure, à une ligne verticale, & tangens auffi à une ligne horifontale fous la plate-bande; ce qui ne peut convenir au cercle, que dans le feul cas où la hauteur de la plate-bande fur le joint du tableau eft égale à la profondeur de l'arriere-Vouffure; par tout ailleurs un arc de cercle y fera un pli avec la ligne d'aplomb, & celle de niveau, c'eft pourquoi on n'y peut employer que des quarts d'Ellipfes.

Pour les tracer ces quarts d'Ellipfes, il faut commencer par faire le profil de l'arriere-Vouffure, qui donnera la pofition de leurs demi axes, (figure 262.)

Ayant prolongé *a e*, & PQ à volonté vers S & O, on prendra auffi à volonté une ligne de hauteur FI, à laquelle on menera une parallele SO, à la diftance FS, égale à la profondeur de l'arierre-Vouffure *m* M; puis par le milieu H de la clef, & les divifions 4, 5, 6, on menera des paralleles à *a* S, qui couperont FI aux points 34, 25, 16, & SO aux points b^c, 3^c, 2^c 1^c, les lignes IO, OS feront les deux demi-axes, du plus grand quart d'Ellipfe, exprimé à l'élevation de la figure 261. par la verticale *k d* à l'impofte pour tracer I *a* S; les lignes 16 1^c, 1^c S, feront les deux demi-axes de la fection exprimée par la verticale *i* 6, les lignes 25 2^c, 2^c S, feront ceux de la fection par *l* 5, ainfi des autres; puis par le Probleme VII. du deuxiéme Livre, on tracera les quarts d'Ellipfes I *a* S, 16 *b* S, 25 *c* S, 34 *d* S, où l'on voit que leurs demi-axes étoient déja donnez à la figure 261. fçavoir, l'horifontal *m* M, qui eft commun à tous ces quarts d'Ellipfes, eft donné au plan horifontal, & les autres qui font variables, font donnez à l'élevation en *g* 4, *l* 5, *i* 6, *k d*. Fig. 262.

Les Courbes des joins de lit étant tracées, on tirera leurs cordes

IS, I⁶S, 2⁵ S, &c. dont on ſe ſervira pour former les panneaux de la doële plate, qui ſeront des Perallogrames rectangles, dont ces cordes déterminent la longueur, & les diviſions des Vouſſoirs donneront leur largeur.

Ainsi le Parallelograme p^3. $p\,u\,t$, ſera la doële plate de la clef, faiſant $p\,u$ = à la corde S 34. du profil de la figure 262. le rectangle $p\,P\,s\,n^r$, ſera le panneau de doële plate du Vouſſoir ſuivant, compris entre les diviſions 4 & 5; P G $r\,n^b$, celui du panneau enſuite, &c. comme on les voit rangez de ſuite en forme de dévelopement, à la figure 261. & l'épure ſera tracée.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Pour ôter de ce Trait l'embarras, que peut cauſer la formation du tableau & de la feüillure, qui ſont des parties étrangeres à l'arriere-Vouſſure, nous renvoyons leur conſtruction à l'arriere-Vouſſure de Marſeille, dont nous avons parlé ci-devant; cela ſupoſé nous prendrons pour exemple la taille du ſecond Vouſſoir au deſſus de l'impoſte, marqué à l'élevation 5 $l\,i$ 6, dans lequel il y le plus de gauche.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate, on y apliquera le panneau PG $r\,n^b$, pour en tracer le contour, puis avec le biveau formé ſur l'angle 1⁶ SV de la corde avec une verticale, on abattra la pierre pour former la tête de la plate-bande, ſur laquelle on apliquera le panneau de tête $x^5\,l\,i\,x^6$. poſant le côté $l\,i$, ſur l'arête de la doële plate.

Fig. 61. & 62.

On prendra auſſi de même le biveau de l'inclinaiſon, de la doële plate avec l'horiſon ſur l'angle S 1⁶ W, avec lequel on abattra la pierre, comme on a fait à la plate-bande, pour prendre ſur cette troiſiéme ſurface l'épaiſſeur de la feüillure, & même encore du tableau, ſi le Vouſſoir peut le porter; nous ſupoſerons qu'il ne porte que la feüillure pour la ſimplicité de l'operation.

Ayant tracé ſur cette troiſiéme ſurface, la ligne de profondeur de la feüillure, on abattra la pierre en retour d'équerre, pour former une quatriéme ſurface plane, qui ſera le parement extérieur, ſi le tableau eſt compris, ou qui ſera en œuvre verticale dans l'épaiſſeur du mur, s'il ne s'agit que de la feüillure; ſur laquelle ſurface on tracera la tête V 6 5 u.

Apres avoir fait ces deux paremens de troiſiéme & quatriéme ſurface, on en fera une cinquiéme en retour d'équerre au lit de deſſus, paſſant par le

le côté droit du panneau de la doële plate, pour y appliquer le panneau de joint de lit inferieur S b 1^6, & le superieur 2^5. c S, posez l'un sur l'autre comme ils sont au profil, & en tracer le contour. La même chose ne peut se faire au lit de dessous, à cause que la coupe 6 V fait un angle obtus avec l'horisontale t 6, c'est pourquoi il faut creuser une fausse doële cylindrique, sur la Courbe TAL, de la figure 265. quarrément à la surface T 5, & une plumée suivant le côté de la doële plate, dans laquelle on ajustera la cerche du lit inferieur 1^6 b S, posée perpendiculairement au plan de la doële plate, posant le point 1^6, sur le point 6 de la figure 265. & le point S de la cerche elliptique sur le point i de la même figure 265.

Alors on aura les quatre lignes du contour de la doële creuse, sçavoir la droite $l\,i$ à la plate-bande. Fig. 265.

L'arc de cercle 6, 5 à la feüillure.

Le quart d'Ellipse 1^6 b S, au lit de dessous.

Et le quart d'Ellipse 2^5 c S, au lit de dessus.

Enfin on tracera sur la seconde surface, qui est celle de la plate-bande, les coupes de tête $x^6\,i$, $l\,x^5$, avec le panneau de tête, & sur la quatriéme surface, qui est l'aplomb de la feüillure contre le tableau, on tracera la tête V 6 5 u, faisant 5 u & 6 V parallele à $l\,x^5$, & $i\,x^6$, & le Voussoir sera tout tracé, comme il est répresénté en Perspective à la figure 265.

Il ne s'agit plus que d'abattre la pierre des lits, qui ne sont pas des surfaces planes, quoiqu'ils le paroissent du premier abord, en ce que les joints sont dans des plans verticaux, car celle du lit de dessus est convexe, & celle du lit de dessous est concave; mais leur courbure se fait insensiblement, & facilement au lit de dessus, il n'y a qu'à prendre le biveau de l'angle obtus d'aplomb, & de coupe t 5 u, & abattre la pierre à mesure qu'on le fait couler sur la Courbe du lit, qui a été tracée dans le plan vertical, tenant toujours une des branches parallele à elle-même, & à la surface de la plate-bande..

Il n'en est pas de même pour le lit de dessous, il faut prendre le biveau de l'inclinaison de la coupe sur l'horison, qui est t 6 V, & tenir toujours une de ses branches parallele à l'arête de la plate-bande, avec la doële qu'on fera couler ainsi dans la surface creuse cylindrique, & l'autre branche sera tenuë parallele à l'arête de cette plate-bande, avec la coupe du lit inférieur; dans cette situation on fera couler l'angle du biveau, sur la Courbe d'arête du lit inférieur, pour abattre la pierre du lit de maniere qu'il se forme une surface un peu concave.

Si le Vouffoir portoit le tableau, il eft vifible que les furfaces des lits qui font cylindriques, fe changeroient en d'autres à double courbure, qui feroient très gauches dans les premiers Vouffoirs, parce que la coupe 6 6ᵃ fait un grand angle avec la coupe parallele à celle de la plate-bande 6 V, ce qui rend l'exécution plus difficile; c'eft à l'Apareilleur à voir fi cette conftruction lui convient, en ce cas on formera cette furface comme les gauches planolimes, dont il a été parlé au Chapitre 1. de ce Livre.

Seconde maniere, où les lits font droits.

Il y auroit encore une maniere de tracer des Courbes des arêtes, fi l'on vouloit faire *des lits plans*, ce qui eft poffible & qui rendroit l'exécution beaucoup plus aifée, fupofant que les Vouffoirs ne portent pas le tableau, ou qu'au cas qu'on veüille qu'ils les portent, on change les coupes intérieurement par un reffaut.

Nous avons fait à la conftruction précédente les directions des joins de lit, en projection horifontale paralleles entr'elles, & à la ligne du milieu *m* M, & pour conferver la régularité de ces directions; nous avons fait des lits de furfaces courbes cylindriquement concaves & convexes.

Presentement, nous allons propofer de leur donner des directions convergentes vers la feüillure, proportionnellement à l'ébrafement des piédroits.

Et nous ferons des lits en furfaces planes au lieu des cylindriques.

Soit, le même plan horifontal de la Baye de l'arriere-Vouffure de la *Fig.* 261. figure 261. on prolongera les piédroits AB, DE, jufqu'à ce qu'ils concourent en S, d'où par les projections p^1, p^2, p^3 des divifions 1, 2, 3, du cintre primitif, ou tracera les lignes p^1 Q, p^2 R, p^3 O, qui feront les projections des cordes des Courbes des joins de lit à la doële, lefquelles Courbes feront comme à la conftruction précédente des quarts d'Ellipfes; mais differens en ce qu'au lieu de prendre pour le demi-axe de hauteur une ligne verticale comme 1 *y*, 2 *c*, 3 *f*, on prendra la diftance de la divifion du cintre primitif à la plate-bande, fur une ligne inclinée parallele à la coupe de la plate-bande, comme 6 Z^e, 5 Y^e, 4 X^e. tirées des divifions correfpondantes, & égales à celles de l'autre côté 1, 2, 3, pour éviter la confufion des lignes; par le moyen de ces demi-axes, & de l'horifontal *m* M, commun à toutes les fections, on tracera d'autres quarts d'Ellipfes que ceux de la figure 262.

On élevera enfuite des verticales fur AE, par les points trouvez

Q, R, O, qui couperont la plate-bande ae aux points x, y, 9, par lesquelles du centre de coupe M ou T, on tirera les joins de tête $9Z$, yY, xX.

Pour former les panneaux de doële plate, on prendra les cordes des quarts d'Ellipses, ensuite les projections horisontales des divisions du cintre primitif & de la plate-bande, dont on formera un trapeze, comme il a été dit aux Problemes X & XI, du troisiéme Livre.

Suposons, par exemple (ce qui n'est pas) que l'arc $1^6\, b\, S$, soit celui de la section par le point 1 de la premiere division, on fera Qq, perpendiculaire sur AE & indéfinie, puis du point p^1 pour centre, & de l'intervale de sa corde $1^6\, S$, pour rayon, on décrira un arc qui coupera la perpendiculaire Qq au point q, par où on menera qr, parallele & égale à QR, puis on tirera rp^2, le trapeze $p^1\, q\, r\, p^2$, sera celui de la seconde doële plate, de la même maniere on aura le trapeze $p_2\; r^2\, f\, p^3$, pour le panneau de la troisiéme, ainsi de suite.

Aplication du Trait sur la Pierre.

L'Aplication du Trait sur la pierre, suivant cette construction est presque la même que la précédente, la difference ne consiste qu'en ce que les lits étant des surfaces plans, il y a beaucoup moins de façon; après avoir formé la quatriéme surface qui est verticale parallele aux faces, poury poser le panneau de tête cintrée, il n'y a qu'à abattre la pierreen parement droit d'un joint de tête à l'autre, ce qui est aisé à la regle, puisqu'on la peut faire couler sur trois lignes données, sçavoir, sur le côté de la doële plate, & sur les deux têtes tracées.

Les lits étant formez, il ne s'agit que d'y apliquer les panneaux des quarts d'Ellipses, tracez au profil pour les joins de lit à la doële, alors on à les quatre côtez de la surface gauche, & sans qu'ils soit nécessaire de biveau, on en taillera la surface comme les gauches, que nous avons apellé mixtilimes au commencement de ce Livre, & la doële de l'arriere-Voussure de Marseille, dont celle-ci est dérivée, en suposant sa ligne de sommité infiniment peu courbe, c'est-à-dire sensiblement droite.

Il nous reste à chercher les Courbes des joins de doële transversaux, comme sont ceux des têtes des Voussoirs, qui ne sont pas assez longs pour occuper toute la profondeur de l'arriere-Voussure; ce qui se fera à peu près de même, que nous l'avons dit pour l'arriere-Voussure de Marseille ordinaire. Soit par exemple pour la premiere

conſtruction, un plan vertical qui coupe l'arriere-Vouſſure parallelement à ſes faces par les points *k*, 1, *n*, de la projection horiſontale, ou *d c b a*, qui marque la longueur de la pierre depuis la feüillure juſqu'à ſa tête, au joint de doële tranſverſale; on portera la diſtance D *a* ou P *c* de la figure 261. au profil 262. de F en E, ou P *k* de F en G, ſi la pierre étoit plus longue; puis par le point E ou G on menera E *a* ou G *g*, parallele à la verticale FI, qui coupera les quarts d'Ellipſes du profil aux points *a*, *b*, *c*, *d*, par leſquels on menera des horiſontales, qui couperont les joins correſpondans à l'élevation en a^e, b^e, c^e, d^e, ſçavoir, le premier vertical *d k* en a^e; *b i* en b^e; 5 *l* en c^e; 4 *g* en d^e, & par ces points d'interſection, on menera la Courbe d^e, c^e, b^e, a^e, qui ſervira à former le panneau de tête du Vouſſoir, qui n'auroit de longueur horiſontale a^e que FE, de la figure 262, ou ce qui eſt la même choſe G *b*, de la figure 261; il eſt viſible qu'on auroit de même la tête d'un Vouſſoir, qui auroit pour longueur GI, du plan horiſontal ou FG du profil, qui donneroit une autre Courbe moins concave, tracée à l'élevation au deſſus de la précédente, & au deſſous de la plate-bande *a e*.

Pour ne pas trop embroüiller l'épure par des lignes horiſontales, il ſuffira de porter les hauteurs du profil E *a*, E *b*, E *c*, &c. ſous la plate-bande *a e*, de l'élevation ſur les verticales, qui ſont les élevations des joins de lit comme E *a*, ſur ka^e, &c.

Nous ne comprenons point dans les Vouſſoirs le premier, qui comprend une partie de l'ébraſement du piédroit, & le ſommier de la plate-bande, parce que la meilleure maniere de le faire eſt la même, à peu de choſe près, que pour l'arriere-Vouſſure de Marſeille, dont nous avons parlé; afin qu'il comprenne l'angle rentrant dans une ſeule piece; quoiqu'on puiſſe auſſi le faire comme les autres Vouſſoirs; mais avec trop d'inconveniens pour en conſeiller la taille.

Du Revêtement de cette Arriere - Vouſſure, par un Lambris de Menuiſerie.

Le Principe des Traits expliqué à la page 290. par les revêtemens de Menuiſerie, où l'on ſupoſe les pieces des Bâtis de largeurs égales, doit s'apliquer à l'arriere - Vouſſure de Montpelier, à peu près comme à celle de Marſeille, dont nous avons parlé à la page 299; mais à cauſe que la doële de celle dont il s'agit ici, eſt une ſurface à double courbure, le Trait en eſt un peu plus difficile; on reconnoîtra par la comparaiſon de celui que je vais donner la groſſiereté de l'erreur de celui qu'on voit au Livre de la coupe des Bois de Maître Blanchard,

(Chap. XI.) sous le nom *d'Arriere-Voussure de Marseille, tombant sur l'angle obtus*.

Soit, (figure 264.) le trapeze ABDE, le plan horisontal de la Baye; P $a e^2$ Q, l'élevation de l'arriere-Voussure faite comme au Trait de la coupe des pierres de la figure 261. on divisera le cintre BHD en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points des Courbes de projection des Bâtis, tant horisontales, que verticales, par exemple ici en six aux points 1, 2, H, 4, 5, par lesquels on tirera autant de perpendiculaires à PQ ou AE, commme *m*M, *n*N, *n*N, K*k*, &c. $r p^n$, $r N^2$, sur lesquelles on tracera des quarts d'Ellipses, comme il a été dit au Trait précédent, sur les demi-axes donnez. *r* 1, & $G p^n$; *r* 2 & $I N^2$; *m* H, & CM; tels sont les arcs *n o y* 1, *a z* 2, M^2 *l*H, pour les sections passant par les points 1, 2, H, lesquelles sont égales à celles de l'autre côté, faites par les lignes *n* 4, *n* 5 & l'arc D T k^2, pour la section par KD & BM^2. Fig. 264.

A l'égard de l'arc de naissance sur le piédroit DE, on en fera l'élevation comme D 2, E^2, & la projection verticale D $f e^2$, sur les demi-axes donnez, dont les horisontaux DQ & DE, sont l'un plus grand, l'autre plus petit que ceux des autres sections, qui sont tous égaux entr'eux; & à la perpendiculaire CM; & les verticaux sont égaux à la hauteur $Q e^2$, comme on voit en DT k^2.

Cette préparation étant faite, il faut chercher par le moyen de ces sections verticales, des points équidistans du contour du cintre BHD, & de la plate-bande $a e^2$, pour tracer les Courbes de projection des arêtes des bâtis, qui sont à double courbure, comme *f* L *g* & 6 *o* 7, au plan horisontal & sur le plan vertical V 9 & 8 7.

Par des points pris à volonté sur l'arc BH, comme *d* & *e*, on tirera du centre C des lignes *dx*, *e i*, qui couperont les sections verticales *r* G, *r* I aux points *x*, & *i*, par lesquels on tirera les perpendiculaires *x y*, *i z*, qui couperont les arcs elliptiques *n y* 1, *a z* 2, aux points *y* & *z*, ensuite par les points *x* & *i*, on tirera des perpendiculaires *x* Y & *e* Z aux lignes *e i* & *d x*, qu'on fera égales aux précédentes *x y* & *i z*, & l'on tracera à la main des arcs Z *e*, Y *d*, sur lesquels on prendra la largeur donnée du bâtis *d* F & *e* Z, qui se trouve ici par hazard tomber en Z.

Il suffira pour l'exactitude nécessaire à la pratique, de tracer ces arcs à la main un peu plus concaves, que ceux des sections verticales *y* 1 & *z* 2; cependant si l'on vouloit avoir ces arcs avec plus d'exa-

ctitude, & en trouver plusieurs points, il faudra chercher comme il suit.

On prolongera la ligne dx en S, cette ligne coupera deux verticales r G & M² B, aux points x & u, & la plate-bande a e^2 en S, par où l'on tirera sur d S les perpendiculaires x Y, ut, Ss, lesquelles seront autant d'ordonnées de la Courbe que l'on cherche, qui sont communes aux sections verticales: nous avons déja trouvé la premiere x Y $= xy$; la troisiéme Ss est évidemment égale à la profondeur de l'arriere-Voussure CM, la seconde ut se trouveroit comme la premiere, si nous avions tracé la section elliptique sur la verticale; mais comme faute de place, & our éviter la confusion de la figure, son égale a été tracée de l'autre côté en DT k^2, on tirera par le point u une parallele uT, au diametre BD, qui coupera l'arc D k^2 au point T, & la droite KD au point V; la ligne VT sera l'ordonnée que l'on cherche, qu'on portera de l'autre côté en ut, & par les points f, t, Y, d, on tracera à la main ou avec un regle pliante la Courbe ftYfd, que l'on cherche.

Nous avons trouvé dans la formation des Courbes ez, df, les saillies des largeurs du bâtis inférieur, exprimées par les lignes gf, iz, pour avoir les ordonnées de la Courbe de porjection horisontale f^x, z^x, L 9^x, & les largeurs gd, ie, prises sur un plan vertical, lesquelles déterminent les points de la projection verticale g, i, V, g^x, il faut présentement déterminer la rencontre de la largeur du bâtis transversal inferieur, avec celui de chaque naissance de l'arriere-Voussure, sur les piédroits en traçant la Courbe de projection de chacun de ces bâtis, ce que l'on fera de la même maniere que nous l'avons dit à la page 303. relativement à la figure 151. de la planche 52.

L'Aplication du Trait sur le bois sera aussi la même.

Explication Démonstrative

Nous avons déja dit plusieurs fois pourquoi les naissances des arcs, & surfaces qui s'élevent sur des lignes droites, ou sur le plan, doivent se trouver aux points d'atouchement; ainsi les lignes courbes qui sont les élemens verticaux de la surface de l'arriere-Voussure, doivent être tangentes à deux plans, c'est-à-dire à leurs sections par ces Courbes, sçavoir, au plan vertical passant par le centre primitif, & à l'horisontal passant par l'arête de la plate-bande; or comme ces plans sont perpendiculaires entr'eux, il n'y a de Courbe des sections coniques, qui puisse les toucher tous deux, que celles qui rentrent en elles-mêmes, comme le cercle & l'Ellipse; mais le cercle ne peut toucher deux

perpendiculaires qu'à diſtances égales de leur interſection, donc cette Courbe ne convient qu'au ſeul cas, où la hauteur de la plate-bande ſur la naiſſance de la doële eſt égale à la profondeur de l'arriere-Vouſſure, donc par-tout ailleurs cette Courbe ſera un jarret avec la ligne d'aplomb ſur la naiſſance, ou avec celle du niveau à la plate-bande, par la 36. du troiſiéme Livre d'Euclide ; ce qui condamne le Trait de Maître Blanchard.

Il n'en eſt pas de même de l'Ellipſe, elle peut toucher deux lignes perpendiculaires entr'elles, à telle diſtance qu'on voudra de part & d'autre du point de leur interſection, donc les élemens de la ſurface de l'arriere-Vouſſure en queſtion doivent être des quarts d'Ellipſes ; & il n'importe qu'ils ſoient dirigez parallelement entr'eux, ou dans des plans converges proportionnellement à ceux des piédroits, parce que en quelque ſituation qu'ils ſoient autour de l'axe, qui demeure en ſituation verticale, ils ſeront toujours tangens au plan horiſontal paſſant par la plate-bande.

Mais ſi l'on ſupoſe la doële coupée par un plan incliné, comme par exemple en S *d*, (figure 264.) il eſt clair que la ſection ne ſera plus de même eſpece, c'eſt pourquoi nous avons été obligé d'en chercher les points par l'interſection de ce plan incliné, avec les verticaux elliptiques ; parce que tous ces plans étant perpendiculaires à un troiſiéme vertical, paſſant par le cintre primitif BHD, leurs communes interſections lui ſeront auſſi perpendiculaires ; or ces lignes d'interſection ſont des ordonnées connuës dans l'Ellipſe, par conſéquent elles donneront à leurs extremitez des points de la nouvelle Courbe inconnuë, dont la connoiſſance devient par cette conſtruction inutile pour la décrire, puiſqu'on la décrit exactement ſans en connoître la nature.

Corollaire.

De là on tire la maniere de *faire une Vouſſure droite ſur les impoſtes, qui rachete un arc circulaire ou elliptique, dont le plan eſt parallele à celui qui paſſe par les impoſtes.*

Si l'on veut faire un plat-fond circulaire ſur une chambre quarrée, ou elliptique ſur une chambre barlongue, on le peut facilement par le moyen d'une Vouſſure, dont le Trait ſe fera de la même maniere que l'arriere-Vouſſure de Montpelier ; car ſi l'on y fait attention, la hauteur aplomb de l'impoſte au plat-fond étant par-tout la même, & la retombée de chaque point du cercle horiſontal, qui eſt la bordure du plat-fond étant inégale, on aura une ſuite de quarts d'Ellipſes, qui au-

ront un demi-axe conſtant, ſçavoir, le vertical & un autre variable, qui eſt l'horiſontal.

Il doit y avoir ſeulement une petite difference dans la poſition des plans de ces Ellipſes, qui doivent toujours être rangez du centre du cercle à la circonference, ce qui n'eſt pas de même dans l'arriere-Vouſſure.

Secondement, que les joins des lits horiſontaux de la Vouſſure, ſeront inégalement éloignez dans la ſurface; qu'ils partagent en aſſiſes de largeur inégale.

Au reſte les Courbes de ces joins horiſontaux ſe trouveront préciſement de la même maniere, que nous avons employé pour trouver celle de la trompe à Panache, il faut ſeulement du choix pour le quart d'Ellipſe, qui doit ſervir de cintre primitif, ſur lequel on veut faire la diviſion; ſi l'on prend celui qui eſt dans la diagonale du quarré, pour y prendre des diviſions égales, il en réſulte deux inconveniens, l'un que l'irrégularité ſe jette au milieu dans le quart d'Ellipſe, qui eſt entre les deux diagonales, & perpendiculaire au côté droit, où les aſſiſes ſuperieures ſe reſſerrent trop à la doële, & ſi l'on prend ce dernier pour cintre primitif, l'irrégularité ſe jette aux diagonales où les aſſiſes ſuperieres s'élargiſſent trop; d'où il faut conclure qu'on doit prendre pour cintre primitif l'arc elliptique, qui eſt au quart de la circonference du quart de cercle compris entre les deux diagonales. Ayant les arcs elliptiques des joins montans, & les Courbes irrégulieres des joins de lit, on fera cette Vouſſure comme la Trompe à Panache, ou pour remonter plus loin par la méthode de l'inſcription des cylindres, comme on l'a expliqué pour la conſtruction des Voutes Sphériques.

On pourroit faire les diviſions des joins en lit toutes égales à chaque quart d'Ellipſe, alors les lits ne ſeroient plus de niveau, mais ondez, montans depuis le milieu de l'impoſte droite juſqu'à la diagonale du quarré, d'où ils retomberoient en deſcendant juſqu'au milieu du côté contigu; ainſi de ſuite, la conſtruction & la décoration n'en ſeroient pas moins bonnes.



Troisiéme espece de Voute, de Surface irréguliere, que j'apelle Sphérico - Prismatique.

En termes de l'Art,

ARRIERE - VOUSSURE DE ST. ANTOINE.

Nous avons parlé des Voutes de surfaces irrégulieres à double courbure, qui étoient terminées les unes par un côté droit & trois Courbes, les autres par deux côtez droits & deux Courbes ; il nous reste à traiter de celles qui sont terminées par trois côtez droits & un Courbe, telles sont *les Arrieres - Voussures de St. Antoine*, ainsi apellées, parce qu'aparemment les premieres qui ayent été faites, sont les trois de la Porte de Paris connuë, sous le nom de Porte de *St. Antoine*.

La figure de cette Voute, qui est représentée au chifre 266. de la soixante-neuviéme planche, est telle qu'elle présente par sa face une section de Voute Sphérique, qui dégenere dans le fond en plate-bande, sous laquelle est la Baye de la Porte voutée aussi en plein cintre, pour soutenir cette plate-bande, où est la hauteur des impostes sur les piédroits, lesquels sont paralleles entr'eux. Pl. 69. *Fig.* 266.

Comme cette plate-bande peut se soutenir par sa coupe, ou par un linteau d'une piece, on peut suprimer cette seconde Voussure du tableau cintré en berceau, & faire l'arriere- Voussure plus simple, telle qu'elle est représentée à la figure 269, & ébraser les piédroits si on le juge à propos. *Fig.* 269.

On peut considerer la surface de cette Voute, comme une suite de quarts d'Ellipses de differentes hauteurs ; mais dont les naissances sont de niveau, lesquels sont rangez suivant la direction des piédroits, s'ils sont paralleles, ou concourant au même sommet, s'ils sont convergens ; ainsi cette arriere-Voussure est la contraire de la précédente, où les sommets étoient de niveau, & les naissances à hauteur inégales.

Autrement on peut la considerer comme une suite de demi - Ovales verticales, paralleles à la face, dont un des axes qui est l'horisontal peut être constant, si les piédroits sont paralleles entr'eux comme à la Porte *St. Antoine*, ou variable si les piédroits sont ébrasez ; & dont l'autre demi-axe qui détermine la hauteur de chaque Ovale, diminue depuis la face jusqu'à la plate-bande, où il se réduit à rien, suivant le raport des ordonnées d'un quarts de cercle ; si la hauteur de la face, & la profondeur

de l'arriere-Vouſſure, ſont égales entr'elles, ou bien ſuivant le raport des ordonnées d'un quart d'Ellipſe, lorſque la hauteur & la profondeur ſont des lignes inégales.

Cette ſorte d'arriere-Vouſſure, qui eſt le contraire de la précédente, dont la plate-bande eſt tranſportée du haut en bas, & du dehors au dedans, eſt ſuſceptible des mêmes variétez, non ſeulement dans la ſituation de ſa direction à l'égard des faces qui peut être droite ou biaiſe, & de celle des piédroits, qui pouvent être paralleles entr'eux ou ébraſez; mais auſſi dans la nature, & l'arangement des cintres, qui déterminent la concavité de la doële, & les ſections des joins de têtes & des joins de lit.

Prmierement, on peut faire les cintres des joins de lit en arcs de cercles, ſuivant la pratique du Trait de P. Deran; mais cette Courbe ne convient non plus à l'arriere-Vouſſure dont il s'agit, qu'à la précédente par la même raiſon, & encore moins à la naiſſance des angles rentrans; ainſi les élemens de cette ſurface doivent être des quarts d'Ellipſes verticaux, dont les centres ſoient rangez ſur une ligne horiſontale.

Secondement, ces quarts d'Ellipſes peuvent être paralleles entr'eux, ou convergens, proportionnellement à l'ébraſement des piédroits.

Troiſiémement, les ſections de cette Voute qui forment les lits des Vouſſures, peuvent être des ſurfaces planes ou des cylindriques, à peu près comme à la précédente.

A l'arriere-Vouſſure exécutée à la Porte St. Antoine à Paris, les piédroits ſont paralleles entr'eux, M. de la Ruë y a remarqué que les Vouſſoirs du fond y étoient apuyez à leur naiſſance ſur une feüillure en retraite, qui en ſoutient la plate-bande, de ſorte qu'ils ne font pas corps avec le tableau de la Baye, qui a ſon centre au deſſous, ſur les Vouſſoirs duquel cette feüillure eſt pratiquée.

Cette conſtruction a donné occaſion à l'Auteur cité, de diſtinguer de deux ſortes d'arrieres-Vouſſures de St. Antoine, l'une qu'il appelle ſeulement en *plein Cintre*, qui eſt celle-ci, dont la naiſſance eſt ſoutenuë par une ſeconde naiſſance, l'autre qu'il appelle en *plein Cintre* par derriere & quarrée par devant.

Je ne vois pas là de raiſon ſuffiſante pour une diſtinction, j'aimerois mieux dire l'arriere-Vouſſure, dont la naiſſance en plate-bande eſt ſoutenuë, & celle où elle ſe ſoutient elle-même par la coupe; d'autant

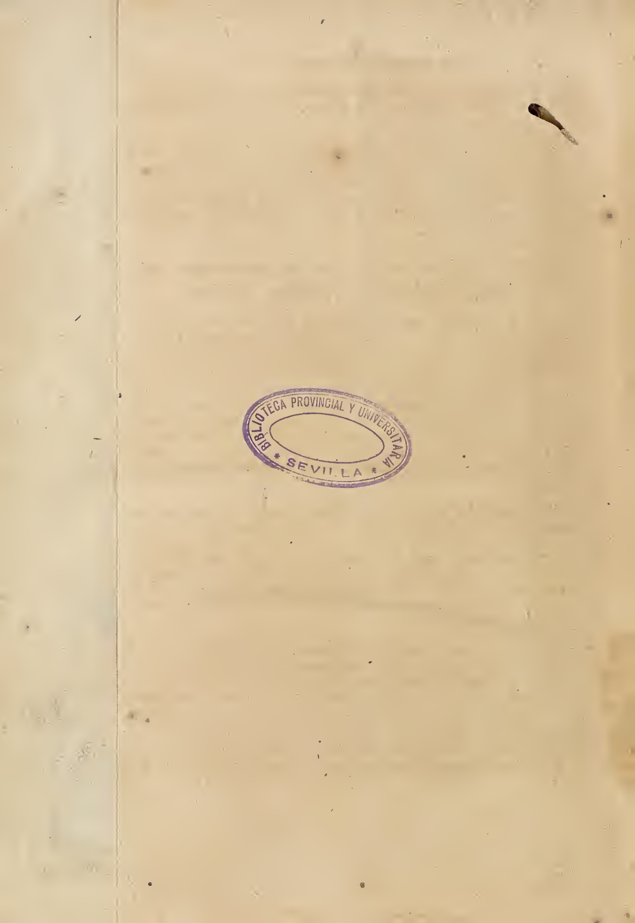
261.

262.

263.

264.

265.



plus que le plein cintre dénominateur peut fort bien être ſurbaiſſé, & même un apui maſſif, ou une plate-bande au deſſous de celle de la naiſſance.

Au reſte l'arriere-Vouſſure peut fort bien ſubſiſter à la plate-bande par ſa propre coupe, l'Architecte de la Porte St. Antoine ne l'a apuyé que pour une plus grande ſolidité, parce qu'elle eſt compoſée de quinze Vouſſoirs, c'eſt pourquoi nous ſubſtituons à cette diſtinction, celle du nom propre originaire, & celle à fermeture droite ſans ſuport à la plate-bande.

Arriere - Vouſſure de St. Antoine, proprement dite, dont les piédroits ſont paralleles entr'eux.

Soit, figure 267. le rectangle ABDE, le plan horiſontal de la Baye, qu'on veut vouter avec ſes feüillures A*f*, B*g*, & ſes tableaux F*f*, G*g*, que nous regarderons comme des parties étrangeres à l'arriere-Vouſſure, de laquelle elles ſont indépendantes, quoique adhérentes; ſur *de*, égal DE comme diametre, on décrira le cintre de face circulaire, ou elliptique comme l'on voudra, nous le ſupoſerons ici circulaire *d*H*e*, puis l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs, par exemple en ſept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on menera par ces points autant de paralleles aux piédroits AD, BE, qui couperont la projection de la plate-bande AB, aux points p^1, p^2, p^3, *m*, &c. & la face DE, aux points q^1, q^2, q^3, M, &c.

On fera enſuite le profil de la Voute, c'eſt-à-dire une projection verticale de ſes joins de lit, raſſemblez ſur un même plan.

Nous prenons ici pour la commodité de l'épure la ligne BE, pour baſe de ce profil, & la ligne EH^f égale à CH, pour la hauteur, ſi ces deux lignes BE, EH^f, ſont égales entr'elles, elles feront les rayons d'un quart de cercle, lequel eſt le cintre du milieu de la clef de l'arriere-Vouſſure.

Mais ſi ces lignes ſont inégales, on les prendra pour des demi-axes d'un quart d'Ellipſe, qui fera un cintre ſurhauſſé ou ſurbaiſſé; en continuant la même conſtruction pour tous les joins de lit, on aura toujours la même ligne BE pour axe commun, & les hauteurs des retombées 1F, 2P, 3*p*, &c. pour l'autre demi-axe de chaque quart d'Ellipſe, qui déſigne la ſection par les joins de lit à la doële. Ainſi ayant tranſporté la hauteur 1F en E 1^6, on décrira le premier quart d'Ellpſe B*r* 1^6, de même la hauteur 2P tranſportée en E 2^5, on décrira le ſecond quart

d'Ellipse B f 2 5, de même auſſi avec la hauteur 3 p tranſportée en 3 4, on aura le quart d'Ellipſe B t 3 4.

Il faut préſentement chercher les Courbes des joins de doële tranſverſaux, tant pour ſervir à former les cerches néceſſaires pour creuſer exactement la doële, que pour former les têtes des Vouſſoirs, qui ne ſont pas aſſez longs pour s'étendre depuis la plate-bande du fond au cintre de la face intérieure.

On prendra à volonté ſur la ligne BE, autant de points que l'on voudra former de ces cerches, nous n'en prendrons ici que deux, un en L l'autre en N, par leſquels on lui menera des perpendiculaires, qui couperont les Courbes du Profil, l'une aux points $r ſ t h$, l'autre aux points $x\ y\ z\ v$, & l'on portera toutes ces differentes diſtances de la ligne BE, ſur les aplombs correſpondans.

Sçavoir, N r en FR & GR; NS en PS & o S; N t en p T & $o t$, &c. N h en C h, & par tous les points RST $h t$, &c. on tracera à la main ou avec une regle pliante la Courbe $d h e$.

De la même maniere on portera L x du profil en FX & G x, de l'élevation, L y en PY & $o y$; L z en $p z$ & $o z$, L v en CV, & par les points XYZV, &c. on décirera de même la Courbe d V e, que l'on cherche, pour ſection verticale de la doële coupée par un plan parallele à ſa face.

Aplication du Trait ſur la Pierre, par équarriſſement

Fig. 268. Souposons, par exemple qu'il s'agiſſe de faire le premier Vouſſoir ſur l'impoſte, qu'on appelle *Sommier.*

Apres avoir dreſſé un parement pour ſervir de lit de deſſous, comme $k b$ F p, on lui en fera deux autres à l'équerre l'un $k p h e$, pour la tête, l'autre $h p$, FG, d'équerre auſſi ſur la tête, pour y tracer l'arête du premier lit en coupe.

On tracera enſuite au lit de deſſous, le contour KDA fF, du piédroit, ſoit par le moyen d'un panneau, ou ſeulement à la regle, & au Compas, en KD, à f F d, de la figure 268.

On apliquera ſur le parement de tête $k h$, le panneau levé ſur la tête d 1 T, de la figure 267. pour en tracer les contours ſur la pierre.

Enfin on apliquera ſur le parement *b* GF*p*, le panneau du quart d'Ellipſe 3 *r* 1 6 E en *bfp*, pour y tracer l'arête du lit *bf*, & la pierre ſera tracée.

Il faut préſentément prendre le biveau d'aplomb, & de coupe F 1 T, & tenant toujours une de ſes branches paralleles à l'arête *bp*, & l'autre parallele à *b*T, on le fera mouvoir en cette ſituation, le long de la Courbe *fb*, abattant toute la pierre qui excéde l'angle, qui formera une ſurface cylindrique convexe.

Les lits de deſſus & de deſſous étant formez, on abattra la pierre compriſe entre quatre lignes données, & tracées ſur ſes paremens, ſçavoir, l'arc circulaire de tête D*b*, les quarts d'Ellipſe *bf*, la droite d'arête du lit de deſſous D*a*, & de la droite de feüillure *af*.

Mais comme cette ſurface eſt du nombre de ces irrégulieres, dont la concavité varie continuellement, il eſt à propos pour la creuſer régulierement de ſe ſervir des cerches, formées comme nous l'avons dit ſur des ſections tranſverſales, priſes à volonté parallelement aux faces, c'eſt pourquoi, ſupoſant qu'on veuille ſe ſervir de la premiere, marquée au plan horiſontal *l*L, on portera la diſtance D *l* ſur l'arête D*a* du Vouſſoir de la figure 268. en D*l*, puis ayant levé une cerche ſur l'arc *d*X de l'élevation, on la placera ſur le point L[x], de la figure 268. parallelement à la ſurface de la tête *k*D*b*, en apuyant le bas de la cerche ſur L, & le haut ſur l'arête elliptique *bf*, & l'on creuſera ſuivant l'exigence du contour de la cerche. Si l'on veut operer avec plus de précifion, on peut encore ſe ſervir d'une autre cerche *d*R, priſe ſur la ſection *n* N, laquelle aproche plus de la figure de l'arête circulaire de la tête; il eſt viſible que ſi le Vouſſoir ne compernoit qu'une partie de la profondeur de l'arriere-Vouſſure, il faudroit operer comme nous venons de faire, en ſe ſervant de pareille cerche pour tracer le contour de la tête au lieu de l'arc D 1.

En ſuivant cette méthode de tailler les Vouſſoirs par équarriſſement, on ſent la néceſſité de former deux paremens, l'un de ſupoſition horiſontale, l'autre de ſupoſition verticale pour tous les Vouſſoirs, qui ſont au deſſus du ſommier, pour pouvoir placer dans l'un la projection horiſontale de l'arête du joint de lit de deſſous, & dans l'autre la projection verticale de l'arête du lit de deſſus, & ſervir à la poſition du biveau de coupe & d'aplomb, comme nous l'avons fait au premier Vouſſoir.

Il ſera auſſi néceſſaire d'en uſer pour la formation des Vouſſoirs de

cette arriere-Vouſſure, comme nous avons fait pour ceux de la précédente à l'égard de la formation du lit de deſſous concave, tous les Vouſſoirs au deſſus du ſommier.

C'est-à-dire, qu'il faudra tracer ſur le parement aplomb, dans lequel eſt l'arête du lit de deſſus celle du lit de deſſous, pour former une fauſſe doële cylindrique, laquelle ſervira pour poſer le biveau de l'angle de la coupe de lit de deſſous avec l'horiſon, qu'on fera mouvoir parallelement à la ſurface de tête ſur l'arête du lit de deſſous, après quoi on abattra cette ſurface cylindrique en creuſant entre les Courbes des arêtes du lit de deſſus & de deſſous, avec le ſecours des cerches des ſections tranſverſales, comme nous l'avons expliqué pour le ſommier.

REMARQUE.

On peut remarquer qu'en conſervant la même inclinaiſon, de coupe du lit à l'égard de l'horiſon, il en réſulte l'inconvennient des fauſſes coupes, qui font les angles des arêtes obtus, & aigus alternativement. Ainſi par cette conſtruction on fait une arête très aiguë au ſommier vers la feüillure, lorſque le Couſſinet n'eſt pas un peu élevé ſur l'impoſte; en ce cas il faut remedier par quelque artifice, en abattant un peu de l'arête en angle obtus faillant, qui ſe loge dans un rentrant, que l'on fait porter au Vouſſoir de deſſous, comme nous l'avons dit des claveaux des plates-bandes; ce qui eſt indiſpenſable, lorſque l'arête eſt ſi vive qu'on a lieu de préſumer, qu'on ne pourra la tailler ſans riſque de la caſſer.

On voit à la figure 268. l'accord de l'arriere-Vouſſure avec la plate-bande, par un reſſaut triangulaire marqué *t* R *f*, faiſant R *f* parallele à *g* F, du devant de la plate-bande, où nous ſupoſons que la coupe du claveau doit faire abattre le priſme triangulaire *g* G *f* F *r* R, qui eſt moins incliné que *t f*; on voit à peu près la même choſe à la figure 271.

Seconde maniere, & Variation de figure, par Panneaux de Doële Plate.

Les differences de ce Trait avec le précédent ſont.

1°. Que dans le Trait précédent nous avons fait les joins de lit dans des plans paralleles entr'eux, préſentement nous les faiſons dans des plans convergens.

2°. Nous avons fait les diviſions de la plate-bande inégales, ici nous

les faisons égales. Enfin nous avons operé par équarrissement, ici nous operons par panneaux de doële plate, voilà deux Variations de construction, & une difference de méthode.

Soit, (figure 272.) le trapeze ADEB, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter en arriere-Voussure de St. Antoine, laissant à part la feüillure, & le tableau comme une partie facile à creuser, & étrangere au Trait:

Sur AB comme diametre du cintre de face, on décrira la demi-cerche AHB, ou si l'on veut une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée, il n'importe; l'ayant divisé en ses Voussoirs, par exemple en sept aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaissera à l'ordinaire des perpendiculaires indéfinies sur AB, qui les couperont aux points $p1$, p^2, p^3, P $p5$ p^6.

On divisera ensuite la plate-bande DE en un même nombre de parties égales, moins deux de ce qu'on a divisé le cintre AHB, c'est-à-dire ici en cinq, si ce cintre a été divisé en sept Voussoirs, sçavoir, aux points 2^n, 3^n, 4^n 5^n, desquels points on tirera des lignes aux projections des divisions p^1 p^2 p^3, &c. ces lignes serviront pour faire les profils des arêtes des joins de lit, comme il suit.

Ayant fait l'angle droit NL b, on portera sur LN les longueurs de chacune de ces lignes Dp^1, 2^n p^2, 3^n p^3 de L vers N, où nous supposons pour plus de facilité du discours, qu'elles viennent toutes aboutir, parce que la difference de leur longueur n'est pas fort sensible, quoiqu'elle soit réelle, ensuite on portera sur L b les hauteurs des retombées 1 p^1, 2 p^2, 3 p^3, qui donneront sur L b les points 1^6, 2^5, 3^4, par lesquels & par le point N, on tirera les cordes N 1^6, N 2^5, N 3^4, & par les mêmes points on fera passer autant de quarts d'Ellipses N f 1^6, &c. sur les demi-axes donnez, qui ont leur centre commun en L.

Cette préparation étant faite, on tracera les panneaux de doële plate, dont les deux premiers seront des triangles composez de trois côtez, dont il y en a deux de donnez, sçavoir. 1o. l'imposte au piédroit AD ou BE. 2o. la corde A 1 ou B 6, de la premiere tête sur l'imposte, & le troisiéme se trouvera en portant la retombée 1 p^1, de $p1$ en x, sur une perpendiculaire à la projection D p^1; la ligne Dx sera le troisiéme côté de ce triangle; ainsi faisant une section avec les rayons Dx & A 1 des points D & A pour centre, on aura le point y, le triangle AyD sera le panneau de doële plate que l'on cherche si l'on veut.

Je dis si l'on veut, parce qu'il n'y a aucun avantage de tailler ces Voussoirs ou Sommiers par panneaux, il est plus commo-

de de le faire par équarriſſement ; il n'en eſt pas de même des autres Vouſſoirs.

Les panneaux des doëles plates ſuivantes ſeront des trapezes de grandeur, & de figure inégales dans chaque côté de la clef.

Pour le premier au deſſus du Couſſinet, on prendra au profil la corde N 1^6 avec le Compas, dont on mettra une pointe au point 2^n du plan horiſontal, & avec l'autre on fera un arc qui coupera l'aplomb $2\ p^2$, prolongé en X par où on menera une parallele à BA, qui coupera l'aplomb $1 p^1$, prolongé au point d^1; ſi l'on tire les droites X 2^n, Dd^1, le trapeze D 2^n X d^1, ſera le panneau que l'on cherche, dont il n'y a que les trois angles D, 2^n, d^1, qui touchent la doële ; le quatriéme X en eſt éloigné aplomb ſuivant la hauteur de la retombée $2\ u$, laquelle diminuë à meſure qu'on aproche de la clef.

De la même maniere pour former celui du Vouſſoir ſuivant, on prendra avec le compas l'ouverture de la corde N 2^5, avec laquelle pour rayon, & du point 3^n pour centre, on décrira un arc qui coupera l'aplomb $3\ p^3$, prolongé au point Y par où on menera une parallele à BA, qui coupera l'aplomb $2\ p^2$, prolongé au point d^2, le trapeze 3^n Y d^2 2^n ſera la figure de la doële plate que l'on cherche ; ainſi des autres, obſervant que le panneau de la clef touche les quatre angles de la doële concave, ce qui n'arrive à aucun autre Vouſſoir.

Il ne reſte plus qu'à chercher les angles des biveaux de doële plate avec la face, & avec la plate-bande, leſquels ſont à très peu près les mêmes que ceux des cordes du profil avec la ligne d'aplomb pour les faces ; & la ligne de niveau pour la plate-bande ; cependant comme ces cordes ſont dans des plans un peu inclinez aux verticaux de face & de feüillure, leurs interſections avec ces plans n'en donnent pas les angles, par le Lemme du troiſiéme Livre, c'eſt pourquoi il faut faire un profil exprès.

On portera la ligne CM, qui eſt la profondeur de la feüillure en MQ à part (figure 273.) ſur laquelle ayant élevé la perpendiculaire QH, on y portera toutes les hauteurs des retombées $2\ p^1$, $1\ p^2$, $3\ p^3$, aux points 1, 2, 3, par leſquels on menera du point M, les lignes M^1, M^2, M^3, les angles M 1 H, &c. ſeront ceux de la doële plate avec la face, & leurs égaux opoſez 1 M F, 2 MF, ceux de la même doële avec la feüillure, & ſi la plate-bande eſt portée comme à la Porte St. Antoine, on prendra les angles de la doële avec l'horiſon 1 MR, &c. & l'épure ſera faite.

Aplication

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement, par exemple pour le premier Voussoir; on y apliquera le panneau de doële plate, tracée à l'épure en D 2^{n} X d^{1}, de la figure 272. qu'on a dessigné en Perspective, à la figure 271. & marqué des mêmes lettres.

Ensuite avec le biveau de doële & de tête M 1 H, posé quarrément sur la ligne tracée d^{1}X, on abattra la pierre pour former un second parement, sur lequel on apliquera le panneau de tête T 1 *u* 2 *t* de la figure 272.

On fera de même avec le biveau de doële plate avec l'horison 1 MR, on formera un troisiéme parement pour la plate-bande, si elle est soutenuë dans une retraite, comme à la Porte citée.

Il est visible que si la plate-bande n'est pas soutenuë, il faut commencer par former l'angle rentrant FM 1, de la feüillure avec la doële, qui doit être d'une même piece.

Presentement, il faut former une portion de surface verticale, pour y poser le panneau du lit supérieur, qui est le quart d'Ellipse, marqué au profil Nf^{2} 2^{5}, en abattant la pierre le long du côté n^{2} X, & de la ligne *u* 2, qui est dans le plan de la tête, à la figure 272. & marqué X 2, à la figure 271. c'est-à-dire en faisant passer une surface plane par trois points donnez n^{2} X^{2} (par le Probleme I. du quatriéme Livre.)

On apliquera sur cette surface la panneau de profil du second point de lit elliptique, (figure 272.) Nf^{2} 2^{5} 1^{6}, posant la corde N 1^{6} sur le côté n^{2}X, de la figure 271. & après avoir tracé le contour Nf^{3} 2^{5} en 2 $f n^{2}$, on prendra le biveau d'aplomb & de coupe *u* 2 *t*, dont on tienda les deux branches paralleles, l'une à l'arête X 2, l'autre au joint de tête 2 *t*, & dans cette situation, on fera couler son angle sur la ligne courbe 2 f n^{2}, abattant la pierre qui excéde, & ainsi on aura formé le lit de dessus.

Le lit de dessous se fera par la même méthode, qu'au cas précédent, comme il a été dit & expliqué par la figure 270. en formant une fausse doële cylindrique passant par l'arc du premier joint de lit Nf^{1} 1^{6}, pour y faire couler un biveau dans la situation parallele à la face.

Pour poser la cerche de ce premier joint dans sa juste situation, il faut tirer sur le parement de tête une ligne d_{1}V, perpendiculaire à

d^tX, fur laquelle on apliquera une regle, par laquelle il faut borneyer le plan de la cerche, & dans cette fituation on en tracera le contour pour marquer avec précifion dans la furface cylindrique la ligne d'arête de lit & de doële, fur laquelle il faut faire couler le biveau T u, comme nous l'avons dit pour former exactement le lit concave du deffous du premier Vouffoir, qui doit s'adapter fur le convexe du fommier, après quoi on creufera la doële comme il a été dit à la conftruction précédente; fi les Vouffoirs ne font pas affez longs pour s'étendre du devant au fond de l'arriere-Vouffure, on pourra chercher les joins tranfverfaux comme à la conftructon citée.

Ou bien pour s'en épargner la peine, affembler deux quartiers de pierre bien joins à l'équerre, & de longueur convenable, puis les tracer ainfi joins, comme fi ce n'étoit qu'une feule pierre.

Cette pratique eft commode; mais fi les joins tranfverfaux devoient faire une fuite, elle ne pourroit fervir à leur donner une régularité de contour, telle qu'il convient, il faut alors avoir recours au Trait, & aux panneaux de tête de joins de doële, lefquels font auffi néceffaires, étant coupez en fens contraire de cerches convexes pour fe bien conduire dans l'excavation de la doële, qui eft une furface très gauche, dont la concavité diminuë infenfiblement depuis la face jufqu'à la plate-bande, où elle fe reduit à la ligne droite.

REMARQUE.

Quoique nous ne parlions pas ici des arrieres-Vouffures biaifes, pour ne pas multiplier les exemples du même Trait, nous pouvons avancer que la méthode des panneaux de doële plate, leur convient également qu'à celle qui font droites dans leur direction aux faces; la feule difference qui en réfultera fera celle des furfaces de trapezes changez en trapezoïdes, qui n'auront aucun côté parallele à fon opofé, parce que le plan vertical de face & celui de feüillure ne feront plus paralleles.

Si l'arriere-Vouffure fe faifoit dans un mur en talud, il faudroit en former le cintre primitif fur une furface plane auffi en talud, parce que fi on le prenoit fur un plan vertical, le cintre fecondaire qui feroit la fection plane d'une arriere-Vouffure ordinaire deviendroit une Ovale, dont le contour feroit moins agréable, que le cercle ou l'Ellipfe du cintre primitif, d'où il dériveroit.

Il eft aifé de voir combien la méthode des panneaux de doële plate eft avantageufe pour le ménagement de la pierre.

Troisiéme maniere, & Variation de Coupes.

Dans les deux manieres précédentes, les arêtes des joins de lit à la doële étoient des courbes planes formées par des sections de plans verticaux; ici se sont des Courbes à double courbure, formées par des sections des surfaces cylindriques perpendiculaires au plan vertical de la face, passant par les divisions du cintre de cette face, & par celle de la plate-bande.

L'Epure du plan horisontal & de la face, étant tracée précisement, comme au Trait précédent pour la division de la plate-bande, & les projections des divisions de la face. On tirera des lignes droites de chacune des divisions de la plate-bande 4^n, 5^n, E, des paralleles à la direction HC, qui couperont AB aux points Q *q* & K, par lesquels & ceux des divisions de l'arc de face 4, 5, 6, on tirera les lignes inclinées 4 Q, 5 *q*, 6 *k*, qu'on divisera chacune en eux également aux points *m*, *m*, *m*, par où on leur tirera des perpendiculaires, qui couperont le diametre AB, prolongé en *z*, *y* & *x*, qui se trouve hors de la planche; ces points d'interfection feront les centres des arcs de cercles 4 SQ, 5 S *q*, 6 S K, lesquels sont les projections verticales des joins de lit à la doële de l'arriere-Voussure.

Presentement, il faut faire les profils des joins de lit comme à la premiere construction, avec cette difference, qu'au lieu de prendre pour demi-axe vertical une ligne droite, qui étoit la hauteur de la retombée de chaque division, il faut prendre ici la rectification de l'arc de cercle, qui est la projection verticale du joint courbe.

Par exemple pour le profil du joint de lit, qui doit passer par la division 4, il faut prendre pour axe horisontal la droite 4^n Q, qu'on portera en NL du profil, & pour demi-axe de hauteur le dévelopement de l'arc Q 4, qu'on portera en L 34 du profil, le quart d'Ellipse N *f*3, 34, formé sur ces deux demi-axes, sera celui que l'on cherche, ainsi des autres.

Quant à la description des sections transversales pour former les têtes cachées des Voussoirs, qui sont trop courts pour s'étendre de la plate-bande à la face, on suivra la construction du premier Trait, sans égard aux quarts d'Ellipses destinez pour la formation des panneaux de joins de lit; parce qu'il ne s'agit que de trouver les hauteurs des points de ces Courbes, qui doivent toujours être prises sur une projection verticale.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour être ſupoſé lit horiſontal, on lui en fera un autre d'équerre pour vertical deſtiné à la face, ſur lequel on apliquera le panneau de tête, joint à toute la partie compriſe au dedans du cintre, qu'il faudra enſuite enlever, lequel panneau ſera une figure mixte compoſée de trois lignesdroites, & de trois Courbes, par exemple pour le ſecond Vouſſoir au deſſus de l'impoſte, la figure $t5\,ſq\,K\,6\,t^6$, pour le ſuivant la figure $t^4\,4\,SQq\,5\,t$.

Le contour du panneau étant tracé, on abattra la pierre tout au tour à l'équerre, comme ſi l'on vouloit faire des Vouſſoirs d'un berceaux droit, formant deux ſurfaces cylindriques, l'une concave, l'autre convexe, ſur leſquelles on apliquera les panneaux des quarts d'Elipſes des profils des joins de lit tracez, & découpez ſur une matiere flexible comme du carton, du fer-blanc, ou des lames de plomb; afin qu'ils puiſſent être exactement apliquez ſur les ſurfaces courbes dont nous parlons, poſant un des axes ſur l'arête du lit horiſontal, & l'autre ſur celle de la face verticale; dans cet état on en tracera les contours, qui déterminent les arêtes courbes à double courbure des joins de lit à la doële; entre leſquelles on creuſera la doële par le moyen des cerches, comme on a fait aux deux Traits précédens.

On voit que par cette conſtruction les lits ſont faits avant la doële, & qu'ainſi on n'a beſoin d'aucun biveau.

Il eſt viſible auſſi que ces mêmes lits ſervent à la coupe de la plate-bande, qu'ils ſoutiennent à la place des lits droits, qu'on y employe ordinairement, de ſorte qu'il n'eſt pas néceſſaire de faire un reſſaut dans l'intérieur des Vouſſoirs, qui portent la plate-bande au deſſus de la feüillure, où il ſefait une interruption de la coupe droite des Clavaux de la plate-bande, & de la coupe courbe des lits de l'arriere-Vouſſure; ainſi ce Trait facilite beaucoup l'operation, & a encore cette proprieté de plus que toutes les Coupes courbes de la plate-bande, commencent par un angle droit ou infiniment peu different du Droit, parce que le centre des arcs cylindriques eſt ſur l'arête de la plate-bande prolongée, de ſorte que les Clavaux contigus ont des arêtes d'égale force, au lieu qu'aux plate-bandes ordinaires l'un eſt obtus, & l'autre aigu, d'autant plus qu'il aproche du ſommier.

Le ſeul inconvenient qui ſe rencontre dans ce Trait, c'eſt qu'il y

faut employer de très gros quartiers de pierre, & que la perte en est très considerable, particulierement lorsque les Voussoirs sont parpains; ainsi lorsqu'on n'a pas de gros blocs à discrétion, il est plus avantageux d'avoir recours à la méthode des panneaux de doële plate.

On peut cependant encore menager la pierre dans la disposition des joins courbés de plate-bande, parce que l'on peut commencer la tête du côté de la plate-bande, pour faire les lits cylindriques en portion de Cylindres Droits excentriques, l'un concave au lit de dessous, l'autre convexe au lit de dessus, & apliquer sur ces surfaces les mêmes Courbes elliptiques pliées sur des panneaux flexibles, taillez en sens contraire des précédens; c'est-à-dire, qu'au lieu de les couper dans le partie intérieure, qui donne un contour convexe, & un quart de la surface elliptique, on peut les découper sur la partie extérieure, qui donne un contour concave, laissant la surface elliptique au dehors, comme par exemple le quadriligne n N b S du profil, au lieu du quart d'Ellipse en triangle mixte LNb; ce qui revient au même; ou pour le dire en deux mots, suivant les termes de l'Art, tourner en panneau ce qui étoit en cerche.

Nous n'avons point proposé le Trait de P. Deran, qui fait ses joins de lit en arcs de cercles, par la même raison que nous avons donné pour rejetter les Traits de Maître Blanchard, laquelle est aprouvée par l'experience, comme l'a remarqué M. de la Ruë, qui dit que l'arriere-Voussure *est bien moins gracieuse, & réguliere*, principalement du côté de sa feüillure;

Du Revêtement de cette Arriere - Voussure de St. Antoine, en Lambris de Menuiserie.

Nous avons dit que l'on pouvoit considerer cette arriere-Voussure, comme une espece de renversement de celle de Montpelier, tant il y a de conformité dans la formation des surfaces concaves de ces deux Voutes, en effet si l'on transporte le cintre de l'une à la place de la plate-bande de l'autre, c'est-à-dire le haut en bas, & le devant au derriere, on pourra avec les mêmes profils de sections verticales aussi transposez du milieu sur les côtez, former la surface de l'arriere-Voussure de St. Antoine.

D'ou il suit que la maniere d'en tracer les bâtis de Menuiserie, doit aussi être la même transposée; par conséquent tout ce que nous avons dit de l'arriere-Voussure de Montpelier servira pour le revêtement de celle de St. Antoine, dont il s'agit; il n'y a qu'à en faire une Apli-

cation, dont tout Lecteur qui aura entendu la premiere, sera capable de lui-même, observant que les justes hauteurs & largeurs, qui doivent déterminer les points des Courbes de projection des arêtes des bâtis, doivent être prises sur les co-ordonnées aux axes des Courbes des sections perpendiculaires aux arêtes des cintres donnez, & non pas sur des sections verticales comme le fait Maître Blanchard, dont nous avons démontré l'erreur.

Mais comme ces nouvelles sections, suivant la coupe des joins de tête, ne sont pas des quarts d'Ellipses ainsi que les sections verticales, quoiqu'elles soient de même perpendiculaires au plan de la face, & qu'il faut en chercher plusieurs points par les intersections des profils aplombs, comme nous l'avons dit; je vais donner un moyen de s'épargner la peine de chercher ces points, & de former des Courbes, qui servent à prendre les largeurs des bâtis.

Ayant déterminé la largeur du bâtis, suivant le dessein de la Menuiserie; on en prendra l'intervale avec le Compas, dont on posera une des pointes en B, au profil de la figure 267. & avec l'autre on tracera un arc, qui coupera les profils des joins de lit aux points *ay* R, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur CM prolongées, qui couperont les lignes des projections des joins de lit aux points *b c d e d c b*, par lesquels on tracera la Courbe de projection du bâtis à la plate-bande.

Au contraire pour le Bâtis du cintre, on prendra la projection verticale à l'élevation sur la Courbe, qui a été tracée pour une cerche de joint ou section transversale, passant par les points *n*N de la projection, suposant que cette ligne passât par le point *r* du profil le plus couché, sur lequel on a dû prendre la largeur du bâtis $1^6 r$, parce que c'est l'endroit où elle avance le plus dans la Voute.

On me demandera pourquoi je me sers dans l'un des bâtis de la projection horisontale, & à l'autre de la section verticale, c'est parce qu'il convient de chercher la partie la plus creuse, pour connoître quelle doit être l'épaisseur du bois; or à la plate-bande c'est l'arête supérieure; puisque l'inférieure est droite, & au cintre c'est l'arête supérieure, dont la projection horisontale est une ligne droite, & l'inférieure *d b e* est moins creuse dans son élevation, puisqu'elle est surbaissée.

Aplication du Trait sur le Bois.

Cette préparation étant faite, suposant que le bâtis d'imposte doive monter jusqu'en *a*, où nous prenons le premier point, que nous pou-

vons prendre plus bas ou plus haut, suivant l'exigence de ce bâtis, on prendra un morceau de bois de la largeur de $f\,b$, & de la hauteur de LR, qui est la plus grande qu'on équarrira, puis ayant tracé autrement de dessus la Courbe $b\,d\,e\,b$; on débillardera, c'est-à-dire, on creusera le bois, depuis la ligne droite de la plate-bande du dessous jusqu'à la ligne courbe du dessus, suivant les cerches des arcs des profils B a, B y, BR, puis avec un compas ouvert on trainera la largeur donnée du bâtis, en tenant une pointe sur la plate-bande, l'autre tracera l'arête du dessus, tenant ce compas un peu incliné vers les côtez, je veux dire que la ligne droite qu'on imagine passer par les deux points, ne doit être perpendiculaire à la plate-bande qu'au milieu, & pancher de plus en plus en coupe vers les côtes, en sorte qu'elle soit toujours à peu près perpendiculaire à la Courbe de l'arête de dessus.

On observera la même chose pour le bâtis du cintre, où l'on peut se servir du *Trusquin*, ou bien du Compas, dont la direction des points soit perpendiculaire à une ligne moyeene entre les deux arêtes, en trainant la pointe de direction sur le cintre de face, l'autre pointe tracera l'arête inférieure, & l'on coupera du bois ce qui excéde le Trait que le Compas aura marqué pour telle arête.

Par cette méthode on voit qu'il suffit de connoître un des côtez, pour trouver la largeur de l'autre exactement, sans en chercher la Courbe dans l'épure en deux endroits, à la projection horisontale & à l'élevation.

Je ne crois pas qu'il soit nécessaire d'ajouter ici une explication de ces trois constructions de l'arriere-Voussûre de St. Antoine, parce que j'en ai déja donné une bonne introduction au troisiéme Livre à la page 312. & suivantes, relatives à la planche 21, & que d'ailleurs j'ai mêlé les raisons à la pratique dans la description des differentes operations, que je viens de proposer.

Voila toutes les especes de Voutes simples, qui sont venuës à ma connoissance, je doute qu'on puisse en former de nouvelles qui soient intrinséquement differentes, car les variations de biais, de talud, & de rampe, de cintres surhaussez ou surbaissez, ne sont que des accidens, dont je crois avoir suffisamment instruit les Lecteurs, pour qu'ils ne doivent lui causer aucun embarras, c'est pourquoi je passe à la seconde partie de ce quatriéme Livre, qui concerne les Voutes composées.

Fin du second Tome.

266.

267.

268.

269.

270.

271.

272.

273.

274.

TABLE DES TITRES DU SECOND TOME.

LIVRE IV.

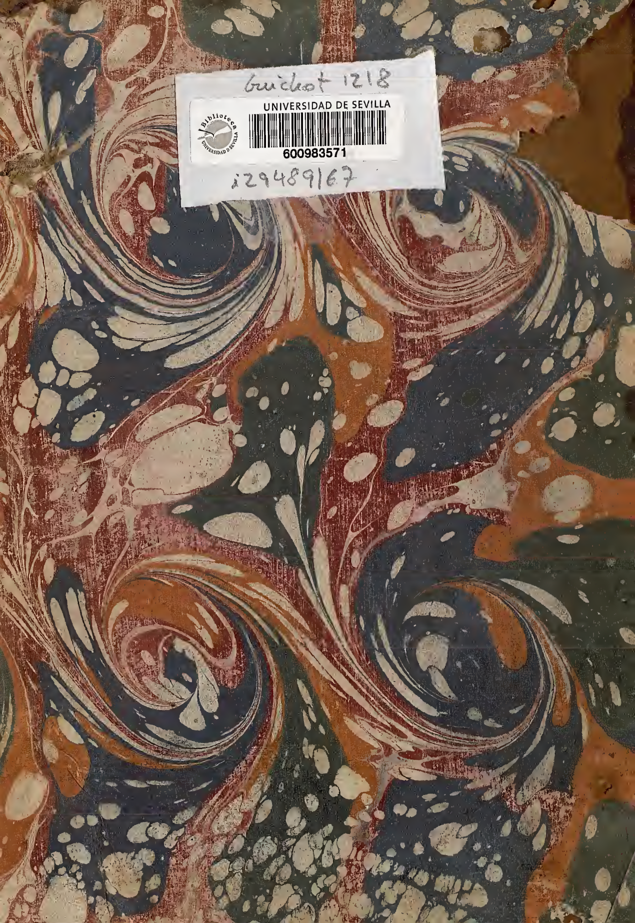
2e. Espece

FIN.










COUPE
DES
PIERRE
TOM. II
Got.
1.218